

УДК 004.94

ВЫЧИСЛЕНИЕ И АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОГРАНИЧЕННОГО
РАДИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОГО ОПЕРАТОРА РАСПРОСТРАНЕНИЯ
В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

© 2018 М.С. Кириленко¹, П.А. Хорин¹, С.Г. Волотовский²

¹ Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева

² Институт систем обработки изображений –
филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, г. Самара

Статья поступила в редакцию 9.11.2018

При помощи разложением по плоским волнам можно описать распространение осесимметричных лазерных пучков в ближней зоне дифракции (на расстояние порядка длины волны). Данное разложение, с учетом осевой симметрии сводится к осесимметричному оператору распространения, включающему преобразования Фурье-Ханкеля. Характеристики сигналов (информации), передаваемой без потерь (без искажения) определяются, как собственные функции такого оператора, имеющие собственные значения близкие к единице. В то время как, расстояние распространения пучка и область ограничения пространственных частот являются параметрами оператора и существенно меняют набор собственных чисел и функций. В данной работе выполнен расчет осесимметричных собственных функций ограниченного оператора распространения в ближней зоне дифракции и проведены исследования качественных и количественных характеристик в зависимости от расстояния распространения и ограничений, наложенных в объектной и спектральной областях.

Ключевые слова: оптика ближнего поля, осесимметричные собственные функции; радиально-симметричный оператор распространения.

ВВЕДЕНИЕ

Затухающие электромагнитные волны являются одним из основных объектов изучения оптики ближнего поля. Известно, что вклад волн такого типа становится значительным, когда размер объекта или расстояние порядка длины волны и меньше. До появления ближнепольных микроскопов значение затухающих волн игнорировалось в оптике [1-4]. Стоит отметить, что ближнепольная микроскопия не является единственным объектом изучения оптики ближнего поля. С учетом затухающих волн были разработаны различные теоретические подходы [5-12] и алгоритмы расчета [13-17].

Увеличение интервала пространственных частот – является главной идеей оптики ближнего поля. Данный механизм обеспечивает сохранение затухающих компонент поля источника и преодоление таким образом дифракционного предела [18-26].

Кириленко Михаил Сергеевич, старший преподаватель кафедры технической кибернетики.

E-mail: areatangent@gmail.com.

Хорин Павел Алексеевич, аспирант кафедры технической кибернетики. E-mail: paul.95.de@gmail.com.

Волотовский Сергей Геннадьевич, научный сотрудник.
E-mail: sv@smr.ru

Стоит отметить, что за пределами ближней зоны дифракции, также существует возможность преодоление дифракционного предела [27]. В частности, при острой фокусировке достигается компактная локализация лазерного излучения. Однако, в этом случае требуется амплитудная или фазовая аподизация зрачка оптической системы [28-32], использование специальных типов поляризации [33-35] или внесение фазовой сингулярности в пучок [36, 37], а также сочетания всех этих факторов [38-41] с целью оптимизации формируемого поля [42-45].

Однако вне зоны ближнего поля уменьшение размера светового пятна, как правило, сопровождается значительным ростом боковых лепестков [27, 45-47], в то время как на расстоянии менее длины волны не имеется каких-либо ограничений на размер светового пятна – локализация лазерного излучения может быть сколь угодно малой, хотя существенно зависит от размера деталей фокусирующего элемента [48-50] или воздействующих пучков [51-53].

В данной работе с помощью разложения по плоским волнам исследуется распространение осесимметричных лазерных пучков в ближней зоне дифракции (на расстояние порядка длины волны). Характеристики сигналов (информации), передаваемой без потерь (без искажения) опре-

деляются, как собственные функции такого оператора, имеющие собственные значения близкие к единице. В работах [54, 55] показана необходимость численного расчета собственных функций. Это связано с ограниченностью оператора распространения как в пространственной, так и спектральной областях. В рамках данной работы выполнен расчет осесимметричных собственных функций ограниченного оператора распространения в ближней зоне дифракции и проведены исследования качественных и количественных характеристик в зависимости от расстояния распространения и ограничений, наложенных в объектной и спектральной областях.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Скалярный непараксиальный оператор распространения с использованием разложения по плоским волнам записывается следующим образом [16, 17]:

$$\begin{aligned} E(u, v, z) &= \int_{\Sigma_s} F(\xi, \eta) \exp\left(ikz\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}\right) \exp\left[ik(\xi u + \eta v)\right] d\xi d\eta, \\ F(\xi, \eta) &= \frac{1}{\lambda^2} \iint_{\Sigma_0} E_0(x, y) \exp\left[-ik(\xi x + \eta y)\right] dx dy \end{aligned} \quad (1)$$

где $F(x, h)$ – спектр разложения входного поля по плоским волнам, $\Sigma_s : \sigma_1 \leq \sqrt{\xi^2 + \eta^2} \leq \sigma_2$ – область учитываемых пространственных частот. При $\sigma_1 = 0, \sigma_2 = 1$ рассматриваются только распространяющиеся волны, а при $\sigma_1 = 1, \sigma_2 > 1$ – только затухающие волны.

В случае, когда входное поле является осесимметричным:

$$E_0(x, y) = E_0(r), \quad (2)$$

выражение (1) можно упростить:

$$E(\rho, z) = -ik^2 \int_0^{\sigma_0} \left(\int_0^{r_0} E_0(r) J_0(k\sigma r) r dr \right) \exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right) J_0(k\sigma\rho) \sigma d\sigma, \quad (3)$$

где r – радиальная координата в выходной плоскости, σ – радиальная координата в частотной плоскости, σ_0 – радиус учитываемых пространственных частот.

При численной реализации по теореме Найквиста σ_0 определяется дискретизацией входного поля Δr :

$$\sigma_0 \leq \frac{\lambda}{2\Delta r}. \quad (4)$$

Распространяющимся волнам соответствуют пространственные частоты, расположенные в круге радиусом $\sigma_0 \leq 1$. Чтобы учесть также и затухающие волны, вносящие свой вклад на расстояниях меньше длины волны, необходимо увеличивать радиус учитываемых пространственных частот до некоторого значения $\sigma_z > 1$, зависящего от расстояния z от апертуры. Оценим это значение.

Рассмотрим интеграл (1) в полярных координатах только в области затухающих волн:

$$E(\rho, \theta, z) = \int_1^{\infty} \exp\left(-kz\sqrt{\sigma^2 - 1}\right) \left(\int_0^{2\pi} F(\sigma, \phi) \exp\left[ik\rho\sigma \cos(\theta - \phi)\right] d\phi \right) \sigma d\sigma. \quad (5)$$

Проанализируем часть в (5), зависящую от полярного угла. Экспоненциальный множитель по модулю равен единице. Спектральная функция $F(\sigma, \phi)$ (при фиксированном f) убывает не медленнее, чем $1/\sigma$, иначе не будет выполняться равенство Парсеваля. Таким образом, интегрирование по углу даст функцию, которая не возрастает с ростом s , и для дальнейшего анализа её можно заменить на константу:

$$I = \int_1^{\infty} \exp\left(-kz\sqrt{\sigma^2 - 1}\right) \sigma d\sigma = \frac{1}{(kz)^2}. \quad (6)$$

Абсолютная погрешность при замене верхнего предела на конечное значение σ_z :

$$\Delta = \left[\frac{\sqrt{\sigma_z^2 - 1}}{kz} + \frac{1}{(kz)^2} \right] \exp\left(-kz\sqrt{\sigma_z^2 - 1}\right), \quad (7)$$

относительная погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{I} = \left(kz\sqrt{\sigma_z^2 - 1} + 1 \right) \exp\left(-kz\sqrt{\sigma_z^2 - 1}\right). \quad (8)$$

Величина ε монотонно убывает с ростом σ_z (можно доказать, взяв производную). Сделав замену $t = kz\sqrt{\sigma_z^2 - 1}$, получим функцию, не зависящую от определённых значений λ и z . Для нахождения допустимой границы отсечения нужно задаться определённой погрешностью ε и решить уравнение (8).

В частности, для $\varepsilon = 0,04$ получаем $t = 5$, т.е. выбор в качестве верхней границы частот:

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{5}{kz}\right)^2 + 1}. \quad (9)$$

обеспечивает погрешность расчёта (5) не выше 5%.

Перепишем оператор (3) в виде:

$$E(\rho, z) = \int_0^{r_0} E_0(r) K(r, \rho, z) r dr, \quad (10)$$

где

$$K(r, \rho, z) = -ik^2 \int_0^{\sigma_0} \exp\left(ikz\sqrt{1-\sigma^2}\right) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sigma r\right) J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sigma \rho\right) \sigma d\sigma. \quad (11)$$

Тогда задача вычисления осесимметричных собственных функций в ближней зоне дифракции сводится к поиску собственных функций следующего ограниченного оператора:

$$b_n(z) \psi_n(\rho, z) = \int_0^{r_0} \psi_n(r) K(r, \rho, z) r dr, \quad (12)$$

где z – расстояние, $b_n(z)$ – собственные значения, $\psi_n(\rho, z)$ – собственные функции.

Очевидно, характеристики собственных функций будут зависеть не только от расстояния распространения z , но и от ограничений, наложенных на поле в объектной и спектральной областях.

2. РАСЧЕТ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ ОГРАНИЧЕННОГО ОПЕРАТОРА РАСПРОСТРАНЕНИЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ ДИФРАКЦИИ

Расчет собственных значений и собственных функций был выполнено для различных значений параметров при тестовой длине волны лазерного излучения $\lambda = 1 \mu m$.

На рис. 1 показан вид матриц (11), являющихся ядром преобразования (12), а на рис. 2 - вид рассчитанных матриц упорядоченных собственных векторов для различных параметров.

Как видно из рис. 1, 2 сужение области пространственных частот (уменьшение значения s_0) приводит к заполнению матрицы ядра преобразования ненулевыми значениями. В этом случае расчет собственных векторов усложняется (рис. 2б).

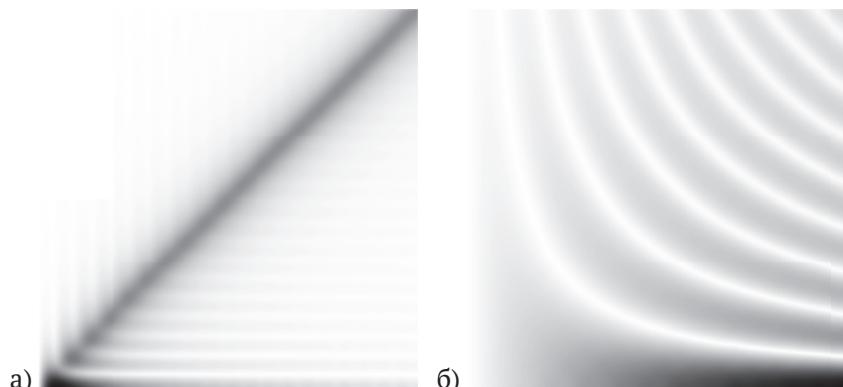


Рис. 1. Амплитуда матриц (11), являющихся ядром преобразования (12) для
(а) $r_0 = 10\lambda$, $z = 0.5\lambda$, $\sigma_0 = 10$, (б) $r_0 = 10\lambda$, $z = 20\lambda$, $\sigma_0 = 1$



Рис. 2. Вид рассчитанных матриц (амплитуда, негатив) упорядоченных собственных векторов для
(а) $r_0 = 10\lambda$, $z = 0.5\lambda$, $\sigma_0 = 10$, (б) $r_0 = 10\lambda$, $z = 20\lambda$, $\sigma_0 = 1$

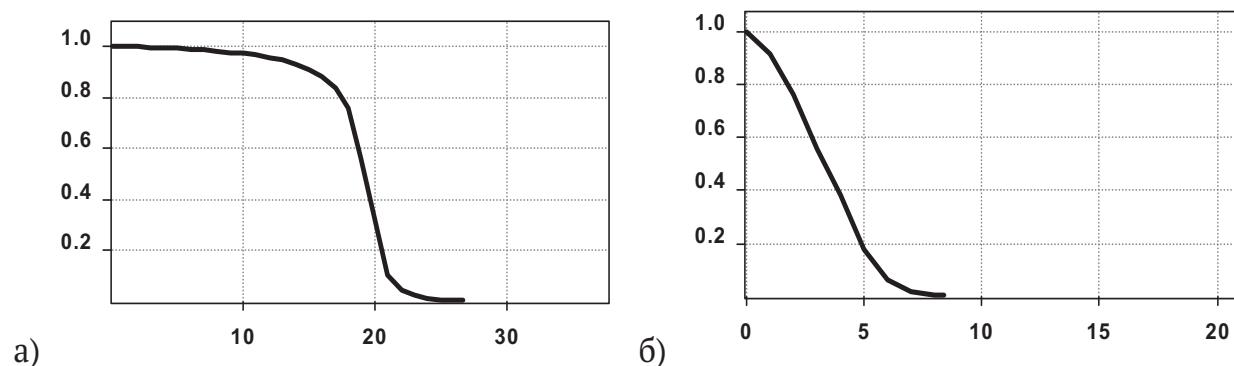


Рис. 3. График модулей собственных значений $b_n(z)$ для
(а) $r_0 = 10\lambda$, $z = 0.5\lambda$, $\sigma_0 = 10$, (б) $r_0 = 10\lambda$, $z = 20\lambda$, $\sigma_0 = 1$

На рис. 3 показаны графики полученных собственных значений. Видно, что при расстояниях меньше длины волны и при учете затухающих волн $|\alpha| > 1$ (рис. 3а) график собственных значений имеет классический вид, близкий к ступенчатой функции. Если значительно увеличить расстояние при учете только распространяющихся волн $|\alpha| < 1$ (рис. 3б), то собственных значений, близких к единице становятся значительно меньше.

На рис. 4 показаны нормированные графики полученных собственных функций. Так как функции в общем случае комплексные, то показана только действительная часть. Из рисунка 4 видно, что собственные функции в первом случае имеет классический вид, а во втором – вырожденный. Чтобы улучшить ситуацию, нужно увеличить размер входной области.

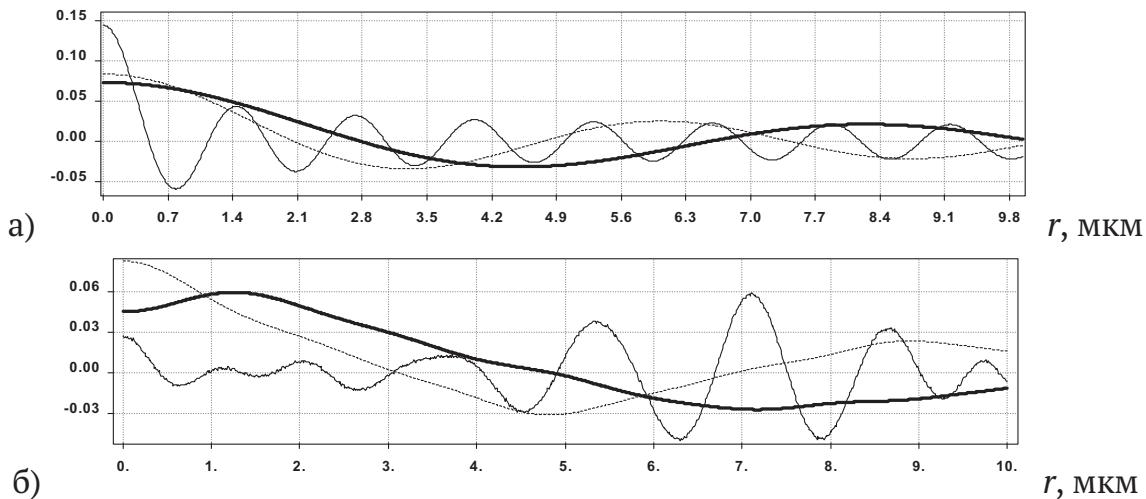


Рис. 4. График сечения действительной части нормированных собственных функций $\psi_n(\rho)$ ($n = 1$ – толстая линия, $n = 2$ – пунктир, $n = 15$ – тонкая линия) для
(а) $r_0 = 10\lambda$, $z = 0.5\lambda$, $\sigma_0 = 10$, (б) $r_0 = 10\lambda$, $z = 20\lambda$, $\sigma_0 = 1$

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАССЧИТАННЫХ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Для моделирования распространения рассчитанных собственных функций в свободном пространстве использовалось выражение (3). Результаты моделирования показаны в Таблицах 1 и 2.

Как видно из результатов, приведенных в Таблице 1, поля, согласованные с собственными функциями, распространяются в свободном пространстве с сохранением своей структуры. Для соб-

ственных функций низкого порядка характерно более длительное сохранение структуры, чем для функций высокого порядка. В частности, при $n=1,2$ видно полное сохранение структуры на расстояние 5λ , в то время как при $n=15$ на этом же расстоянии периферийная часть поля теряется. Заметим, что сформированные поля и их пространственные спектры похожи на моды Бесселя [56].

Как видно из результатов, приведенных в таблице 2, поля, совпадающие с «вырожденными» собственными функциями, распространя-

Таблица 1. Моделирование распространения собственных функций $\psi_n(\rho, z)$ рассчитанных при параметрах: $r_0 = 10\lambda$, $z = 0.5\lambda$, $\sigma_0 = 10$ (распределения показаны в негативе)

n	Амплитуда на входе	Амплитуда пространственного спектра	Продольное распределение, $y \in [-10\lambda, 10\lambda]$, $z \in [0.1\lambda, 5\lambda]$	Поперечное распределение на расстоянии 5λ
1				
2				
15				

Таблица 2. Результаты моделирования для полей, совпадающих с собственными функциями, рассчитанными для параметров $r_0 = 10\lambda$, $z = 20\lambda$, $\sigma_0 = 1$.

n	Амплитуда на входе	Пространственный спектр, $\sigma < 0.5$	Продольное распределение, $y \in [-10\lambda, 10\lambda]$, $z \in [5\lambda, 50\lambda]$	Поперечное распределение на расстоянии 20λ
1				
2				
5				

ются в свободном пространстве и сохраняют его структуры только в центральной части.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы для ограниченного оператора распространения в ближней зоне дифракции был выполнен расчет осесимметричных собственных функций. Показано, расстояние распространения и ограничения, наложенные в объектной и спектральной областях имеют значительное влияние на качественные и количественные характеристики собственных функций. Результаты моделирования показывают, что поля, совпадающие с рассчитанными собственными функциями, распространяются в свободном пространстве с сохранением его структуры. Для собственных функций более низкого порядка характернее более длительное время сохранения, чем для функций более высокого порядка.

БЛАГОДАРНОСТИ

Данное исследование финансировалось РФФИ в соответствии с исследовательским проектом № 18-37-00056.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Betzig, E. & Trautman, J.K.* Near-field optics: microscopy, spectroscopy, and surface modification beyond the diffraction limit. Science 257, 189–194 (1992)
2. *H. Heinzelmann, D. W. Pohl*, Scanning near-field optical microscopy, Appl. Phys. A 59 (1994) 89-101
3. *D. Van Labeke, D. Barchiesi, and F. Baida*, Optical characterization of nanosources used in scanning near-field optical microscopy, J. Opt. Soc. Am. A 12, 695–703 (1995).
4. *L. Novotny, E. J. Sanchez, and X. S. Xie*, “Near-field optical imaging using metal tips illuminated by higher-order Hermite-Gaussian beams,” Ultramicroscopy 71, 21–29 (1998)
5. *Bethe, H. A.* Theory of diffraction by small holes. Phys. Rev. 66, 163–182 (1944)
6. *Osterberg, H.* Closed Solutions of Rayleigh’s Diffraction Integral for Axial Points / H. Osterberg and L.W. Smith // J. Opt. Soc. Am. – 1961. – Vol. 51. – P. 1050-1054.
7. *Wolf, E.* Comparison of the Kirchhoff and the Rayleigh-Sommerfeld Theories of Diffraction at an Aperture / E. Wolf, E.W. Marchand // J. Opt. Soc. Am. – 1964. – Vol. 54(5). – P. 587-594.
8. *Gravelsaeter, T.* Diffraction by circular apertures. 1: Method of linear phase and amplitude approximation / Tore Gravelsaeter and Jakob J. Stamnes // Applied Optics. – 1982. – Vol. 21, No. 20. – P. 3644-3651.
9. *C. Girard and A. Dereux*, Near-field optics theories, Rep. Prog. Phys. 59 (1996) 657–699
10. *Mielenz, K.D.* Optical Diffraction in Close Proximity to Plane Apertures. I. Boundary-Value Solutions for Circular Apertures and Slits / Klaus D. Mielenz // J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. – 2002. – Vol. 107. – P. 355–362.
11. *Romero, J.A.* Diffraction by a circular aperture: an application of the vectorial theory of Huygens’s principle in the near field / J.A. Romero and L.

- Hernández // J. Opt. Soc. Am. A. – 2008. – Vol. 25, No. 8. – P. 2040–2043.
12. Li, J. The rigorous electromagnetic theory of the diffraction of vector beams by a circular aperture / Jianlong Li, Shifu Zhu, Baida Lu // Opt. Commun. – 2009. – Vol. 282. – P. 4475–4480.
 13. Cooper, I.J. The numerical integration of fundamental diffraction integrals for converging polarized spherical waves using a two-dimensional form of Simpson's 1/3 Rule / I.J. Cooper, C.J.R. Sheppard, and M. Roy // Journal of Modern Optics. – 2005. – Vol. 52, No. 8. – P. 1123–1134.
 14. Veerman, J.A.C. Calculation of the Rayleigh–Sommerfeld diffraction integral by exact integration of the fast oscillating factor / Jan A.C. Veerman, Jurgen J. Rusch, and H. Paul Urbach // J. Opt. Soc. Am. A. – 2005. – Vol. 22, No. 4. – P. 636–646.
 15. Shen, F. Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh–Sommerfeld diffraction formula / Fabin Shen and Anbo Wang // Applied Optics. – 2006. – Vol. 45, No. 6. – P. 1102–1110.
 16. Хонина С.Н., Устинов А.В., Ковалев А.А., Волотовский С.Г., Распространение радиально-ограниченных вихревых пучков в ближней зоне: I. Алгоритмы расчёта, Компьютерная оптика, 34(3), 315–329 (2010)
 17. Khonina S.N., Ustinov A.V., Kovalyov A.A., Volotovsky S.G., Near-field propagation of vortex beams: models and computation algorithms, Optical Memory and Neural Networks (Allerton Press) 23(2), 50–73 (2014)
 18. Betzig, E., Trautman, J. K., Harris, T. D., Weiner, J. S. & Kostelak, R. L. Breaking the diffraction barrier - Optical microscopy on a nanometric scale. Science 251, 1468–1470 (1991).
 19. Pendry, J. B. & Ramakrishna, S. A. Near-field lenses in two dimensions. J. Phys. Condens. Matter 14, 8463–8479 (2002).
 20. Grbic, A. & Eleftheriades, G. V. Overcoming the diffraction limit with a planar left-handed transmission-line lens. Phys. Rev. Lett. 92, 117403 (2004).
 21. Popa, B. I. & Cummer S. A. Direct measurement of evanescent wave enhancement inside passive metamaterials. Phys. Rev. E. 73, 016617 (2006).
 22. C. J. R. Sheppard, Fundamentals of superresolution, Micron 38 (2007) 165–169.
 23. X. Zhang and Z. Liu, Superlenses to overcome the diffraction limit, Nature materials, 7, 435–441 (2008)
 24. Хонина С.Н., Савельев Д.А., Серапимович П.Г., Пустовойт И.А., Дифракция на бинарных микроаксиконах в ближней зоне, Оптический журнал, т. 79, №10, с. 22 – 29 (2012)
 25. Degtyarev S.A., Porfirev A.P., Khonina S.N., Photonic nanohelix generated by a binary spiral axicon, Applied Optics, Vol. 55, No. 12, B44-B48 (2016)
 26. Khonina S.N., Ustinov A.V., Very compact focal spot in the near-field of the fractional axicon, Optics communications, V. 391, pp. 24–29 (2017)
 27. Toraldo Di Francia, G. Super-Gain Antennas and Optical Resolving Power. Supplto. Nuovo Cim. 9, 426–438 (1952).
 28. Quabis, S. Focusing light to a tighter spot / S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler, O. Glockl, and G. Leuchs // Opt. Commun. – 2000. – V.179. – P.1–7.
 29. Haifeng Wang, Luping Shi, Boris Lukyanchuk, Colin Sheppard And Chong Tow Chong, Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics, Nature Photonics, VOL 2, 501-505 (2008)
 30. Хонина С.Н., Волотовский С.Г., Исследование применения аксионов в высокоапертурной фокусирующей системе, Компьютерная оптика, 34(1), 35–51 (2010)
 31. Хонина С.Н., Устинов А.В., Пелевина Е.А., Анализ влияния волновых aberrаций на уменьшение размеров фокального пятна в высокоапертурных фокусирующих системах, Компьютерная оптика, 35(2), 203–219 (2011)
 32. A. N. K. Reddy, D. K. Sagard, С. Н. Хонина, Комплексные функции пропускания зрачка для аберрированной визуализации близко расположенных объектов, Оптика и спектроскопия, 123(6) 929–940 (2017)
 33. Dorn, R. Sharper focus for a radially polarized light beam, / R. Dorn, S. Quabis, and G. Leuchs // Phys. Rev. Lett. – 2003. – V.91. – P.233901
 34. Kozawa, Y. Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa and S. Sato // J. Opt. Soc. Am. A. – 2007. – V.24. – P.1793–1798
 35. Карнеев С.В., Хонина С.Н., Казанский Н.Л., Алфёров С.В., Исследование фокусировки поляризационно-неоднородных лазерных пучков высокого порядка, Компьютерная оптика, 35(3), 335–338 (2011)
 36. L.E. Helseth, Optical vortices in focal regions, Opt. Commun. 229, 85–91 (2004)
 37. Khonina S.N., Kazanskiy N.L. and Volotovsky S.G., Influence of vortex transmission phase function on intensity distribution in the focal area of high-aperture focusing system, Optical Memory and Neural Networks (Information Optics), Allerton Press, 20(1), 23–42 (2011)
 38. Colin J. R. Sheppard and Amarjyoti Choudhury, Annular pupils, radial polarization, and superresolution, Appl. Opt. Vol. 43, No. 22, pp. 4322–4327 (2004)
 39. S.F. Pereira, A.S. van de Nes, Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks, Opt. Commun. 234, 119–124 (2004)
 40. Gilad M. Lerman and Uriel Levy, Effect of radial polarization and apodization on spot size under tight focusing conditions, Opt. Express Vol. 16, No. 7, pp. 4567–4581 (2008)
 41. Хонина С.Н., Волотовский С.Г., Управление вкладом компонент векторного электрического поля в фокусе высокоапертурной линзы с помощью бинарных фазовых структур, Компьютерная оптика, 34(1), 58–68 (2010)
 42. M. R. Beversluis, L. Novotny, and S. J. Stranick, Programmable vector point-spread function engineering, Opt. Express 14, 2650–2656 (2006)
 43. Lianzhou Rao, Jixiong Pu, Zhiyang Chen, Pu Yei, Focus shaping of cylindrically polarized vortex beams by a high numerical-aperture lens, Opt. & Las. Techn. 41, 241–246 (2009)
 44. Khonina S. N. and Golub I., Optimization of focusing of linearly polarized light, Optics Letters, Vol. 36, No. 3, 352–354 (2011)
 45. Хонина С.Н., Волотовский С.Г., Минимизация светового и теневого фокального пятна с контролируемым ростом боковых лепестков в фокусирующих системах с высокой числовой апертурой, Компьютерная оптика, 35(4), 438–451 (2011)
 46. M. V. Berry and S. Popescu, "Evolution of quantum

- superoscillations and optical superresolution without evanescent waves,” J. Phys. A 39, 6965–6977 (2006)
47. Huang, F.M. Super-Resolution without Evanescent Waves / F.M. Huang, and N.I. Zheludev // Nano Lett. – 2009. – Vol. 9(3). – P. 1249-1254.
 48. E. Verhagen, A. Polman, and L. Kuipers, “Nanofocusing in laterally tapered plasmonic waveguides,” Opt. Express 16, 45–57 (2008).
 49. M. Schnell, P. Alonso-González, L. Arzubiaga, F. Casanova, L. E. Hueso, A. Chuvilin, and R. Hillenbrand, “Nanofocusing of mid-infrared energy with tapered transmission lines,” Nat. Photonics 5, 283–287 (2011).
 50. Degtyarev, S.A. Singular laser beams nanofocusing with dielectric nanostructures: theoretical investigation / S.A. Degtyarev, A.P. Porfirev, A.V. Ustinov, and S.N. Khonina // Journal of the Optical Society of America B. – 2016. – Vol. 33(12). – P. 2480-2485.
 51. S. W. Hell and J. Wichmann, “Breaking the diffraction resolution limit by stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy,” Opt. Lett. 19, 780–782 (1994)
 52. S. Galiani, B. Harke, G. Vicidomini, G. Lignani, F. Benfenati, A. Diaspro, and P. Bianchini, “Strategies to maximize the performance of a STED microscope,” Opt. Express 20, 7362–7374 (2012)
 53. Khonina S.N. and Golub I., How low can STED go? Comparison of different write-erase beam combinations for stimulated emission depletion microscopy, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 29, No. 10, 2242-2246 (2012)
 54. Кириленко, М.С. Расчёт собственных функций изображающей двухлинзовой системы в условиях осевой симметрии / М.С. Кириленко, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38(3). – С. 412-417.
 55. Kirilenko, M.S. Investigation of the free-space propagation operator eigenfunctions in the near-field diffraction / M.S. Kirilenko, V.V. Pribylov, S.N. Khonina // Proceedings of Progress in Electromagnetics Research Symposium. – 2015. – P. 2035-2038.
 56. Khonina S.N., Kotlyar V.V., Bessel-mode formers, Proceedings of SPIE, 2363, 184-190 (1994)

CALCULATION OF THE AXIALLY SYMMETRIC EIGENFUNCTIONS OF THE FINITE PROPAGATION OPERATOR IN THE NEAR-FIELD DIFFRACTION

© 2018 M.S. Kirilenko^{1,2}, P.A. Khorin¹, S.G. Volotovskii²

¹ Samara National Research University named after Academician S.P. Korolyov

² Image Processing Systems Institute of RAS -

Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, Samara

The propagation of axially symmetric laser beams in the near diffraction (at a distance in the order of the wavelength) can be described by means of an expansion in plane waves, which after considering axial symmetry reduces to an axisymmetric propagation operator involving Fourier-Hankel transforms. The eigenfunctions of the operator, when eigenvalues are close to one, determine the characteristics of the signals (information) transmitted lossless (without distortion). The beam propagation distance and the region of spatial frequency limitation are parameters of the operator and essentially change the set of eigenvalues and functions. We calculate the axisymmetric eigenfunctions of the finite propagation operator in the near diffraction zone and investigate their qualitative and quantitative characteristics depending on the propagation distance and the constraints imposed in the object and spectral domains.

Keywords: near-field optics; axially symmetric eigenfunctions; axisymmetric propagation operator.

Mikhail Kirilenko, Senior Lecturer at the Technical Cybernetics Department. E-mail: areatangent@gmail.com
 Pavel Khorin, Post-Graduate Student at the Technical Cybernetics Department. E-mail: paul.95.de@gmail.com.
 Sergey Volotovskiy, Research Fellow. E-mail: sv@smr.ru