УДК 51-7

К ВОПРОСУ МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЕНТИЛЬНЫХ СИНХРОННЫХ МАШИН НА ОСНОВЕ КВАЗИАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА

© 2019 А.А. Александров[1], Р.А. Данеев[2], В.Н. Сизых[1]

[1] Иркутский государственный университет путей сообщения
[2] Восточно-Сибирский институт министерства внутренних дел России, г. Иркутск

Статья поступила в редакцию 01.08.2019

В статье рассмотрены вентильные синхронные бесконтактные машины постоянного тока. Описана возможность разработки упрощенных математических моделей вентильных машин на основе уравнений состояния вентильного магнитоэлектрического генератора. Проведен анализ применимости квазианалитического метода при моделировании вентильных машин, с указанием его преимуществ и недостатков, а так же сравнительная оценка с методом Еругина-Бреуса. На основании приведенного анализа выявлена высокая сложность и большой объем вычислений при использовании квазианалитического метода при аварийных режимах работы вентильных машин. В работе представлен способ описания работы вентильных машин в случае простой коммутации, на основе которого можно определить угол коммутации путем моделирования на ЭВМ. Определены зависимости вектора мгновенных значений выпрямленного напряжения при активно-индуктивной нагрузке генератора. Так же в работе показана возможность применения метода приведения с целью преобразования системы уравнений с периодическими коэффициентами к системам управления с постоянной матрицей коэффициентов при любом режиме работы вентильных машин. Приведенное преобразование необходимо для аналитического решения дифференциальных уравнений с постоянной матрицей коэффициентов при векторе состояния и формулировки краевой задачи, позволяющей определить неизвестные граничные условия.

Ключевые слова: квазианалитический метод, вентильные синхронные машины, синтез регуляторов напряжений, упрощенные математические модели.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в теории электрических машин наметилась тенденция к применению строгих в математическом смысле методов приведения периодических систем к системам уравнений с постоянными коэффициентами [1, 2]. В работе [3] был предложен модифицированный метод приведения и получены матрица постоянных коэффициентов B и матрица преобразования $V(t)$ в замкнутой аналитической форме

$$B = \frac{1}{T}\int_0^T A(\tau)d\tau, \qquad (1)$$

$$V(t) = \exp\left[\int_0^t \{A(\tau) - B\}d\tau\right], \qquad (2)$$

или с учетом первых двух слагаемых в матричном ряде Тейлора:

$$V(t) = E + \int_0^t \{A(t) - B\}d\tau, \qquad (3)$$

где $A(t)$ – матрица периодических коэффициентов.

На основе уравнений состояния вентильного магнитоэлектрического генератора (МЭГ) с однополупериодными и мостовыми схемами выпрямления [4, 5] покажем возможность применения данного метода к разработке упрощенных математических моделей (ММ), бесконтактных электрических машин постоянного тока.

УПРОЩЕННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВЕНТИЛЬНЫХ МАШИН

Главным допущением при составлении упрощенных ММ вентильной электрической машины является представление вентилей идеальными ключами [6]. При этом расчет переходных процессов сводится к последовательному анализу ряда линейных схем замещения вентильной машины (ВМ).

Если известны алгоритм работы ключей и топология схем замещения, то для каждой схемы замещения можно составить систему дифференциальных уравнений минимального порядка (по числу проводящих вентилей) и затем решать ее до того момента времени, пока со-

Александров Андрей Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации производственных процессов. E-mail: andreyalexandrov2008@ya.ru
Данеев Роман Алексеевич, кандидат технических наук, преподаватель кафедры информационно-правовых дисциплин. E-mail: romasun@mail.ru
Сизых Виктор Николаевич, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматизации производственных процессов. E-mail: sizykh_vn@mail.ru

стояние одного из вентилей схемы не изменится. Сопряжение решений дифференциальных уравнений, соответствующих различным межкоммутационным интервалам, осуществляется обычным методом припасовывания [7,8]. Такой подход получил название метода переменной структуры[6-8] и применяется при исследовании нормальных эксплуатационных режимов работы вентильных синхронных машин, когда последовательность образования схем замещения заранее определена из предшествующих результатов натурного эксперимента, либо путем математического моделирования на ЭВМ с помощью универсальных ММ, ВМ, работающих по принципу «черного ящика».

Нормальные режимы работы вентильного МЭГ характеризуются определенной повторяемостью схем замещения. Так для нулевых схем замещения (без уравнительного реактора) нормальным является режим проводимости двух или одного вентилей (режим 2-1), для мостовых схем выпрямления – режим 3-2. Поэтому при нормальной работе вентильной машины выделим некоторый интервал повторяемости, равный периоду пульсаций напряжения

$$\lambda_n = \frac{T}{N_n},$$

где $N_n = k_B m$ – число пульсаций за период переменного тока,

$$k_B = \begin{cases} 2, \text{для мостовых схем выпрямления}, m = 2p+1,\ p = 1,2,... \\ 1, \text{для нулевых схем выпрямления}, \end{cases}$$

m – число фаз ВМ.

В свою очередь период пульсаций λ_n может состоять из двух подынтервалов непрерывности: коммутационного и межкоммутационного.

Разделим основной период *[0,T]* на N_n интервалов $(t_{k-1}, t_k), k = 1,2,\ldots,N_n$, то есть

$$T = \sum_{k=1}^{N_n} T_k,$$

где

$$T_k = t_k - t_{k-1} = \frac{1}{N_n}, t_0 = 0, t_{N_n} = T.$$

С учетом свойства линейности интеграла формула (1) запишется в виде

$$B = \sum_{k=1}^{N_n} B_k, \qquad (4)$$

где $B_k = \dfrac{1}{N_п T_k} \displaystyle\int_0^{T_k} A(\tau - (k-1)T_k) d\tau =$

$$= \frac{1}{N_п T_k} \int_{t_{k-1}}^{t_k} A(\tau - (k-1)T_k - t_{k-1}) d\tau.$$

По аналогии с (4) разобьем интервал времени $[t_{k-1}, t_k]$ на *n* подынтервалов. Тогда выражение(3) приводится к рекуррентному соотношению вида

$$V_j = V_{j-1} + \int_{t_{j-1}}^{t_j} A(\tau) d\tau - B_k (t_j - t_{j-1}),$$

$$V_0 = E, V_k = V_n, j = 1,2,\ldots, n$$

или

$$V_j = V_{j-1} + \int_0^{T_j} \{A(\tau + t_{j-1}) d\tau - B_k\} d\tau, \qquad (5)$$

где $T_j = t_j - t_{j-1} = \dfrac{T_k}{n}$ – шаг дискретности вычислений матрицы преобразования на *k*-ом интервале непрерывности.

Пусть исходная периодическая система

$$\frac{di}{dt} = A(t)i + U$$

с помощью подстановки

$$i = V(t)y$$

приводится к виду

$$\frac{dy}{dt} = By + u, \qquad (6)$$

где y – вектор переменных состояния системы (6);

U - вектор возмущений исходной системы;

$u = V^{-1}(t)U$ – вектор возмущений преобразованной системы (6);

$B = V^{-1}(t)A(t)V(t)$ - матрица постоянных коэффициентов.

Тогда из уравнений (4) и (5) следует простой способ описания работы ВМ:

Аналитическим путем вычисляем матрицу постоянных коэффициентов B_k и матрицу преобразования V_j на *k*-ом интервале повторяемости по формулам (4) и (5).

По формуле

$$\frac{dyj}{dt} = B_k y_j + u_j, u_j = V_j^{-1} U_j$$

при начальных условиях $y_k(0) = y_{k-1}(t_{k-1})$ с шагом интегрирования T_j находим вектор преобразованных переменных состояния y_k.

По соотношению

$$i_k = V_k y_k$$

вычисляем переменные состояния исходной системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами [3].

Вышеописанная процедура вычислений соответствует случаю, когда переключение с одного вентиля на другой происходит мгновенно.

Рассмотрим теперь случай простой коммутации, соответствующий нормальному квазиустановившемуся режиму работы ВМ.

Основной период $[0,T]$ разделим на $2N_n$ чередующихся коммутационных и межкоммутационных подынтервалов непрерывности (рис. 1), то есть

$$T = \sum_{k=1}^{N_П} T_k = \sum_{k=1}^{N_П} T_k^{(1)} + \sum_{k=1}^{N_П} T_k^{(2)},$$

где $T_k^{(1)} = t_k^{(1)} - t_{k-1}^{(1)} = \frac{\gamma_k}{\omega}$ – k-ый коммутационный подынтервал непрерывности

$\Delta\alpha_k = \alpha_k - \alpha_{k-1}$ – приращение угла управления вентилями на k-ом интервале;

$$t_k^{(1)} = \frac{\left(\alpha_{k-1} + \gamma_k\right)}{\omega}; t_k^{(2)} = \frac{1}{N_{ї}} + \frac{\alpha_k}{\omega};$$

$$t_{k-1}^{(1)} = \frac{\alpha_k}{\omega}; t_{k-1}^{(2)} = t_k^{(1)};$$

$$\sum_{k=1}^{N_{ї}} \Delta\alpha_k = 0; \alpha_{N_{ї}} = \alpha_0; T_k \frac{T}{N_{ї}} + \frac{\Delta\alpha_k}{\omega};$$

ω – угловая частота.

С учетом принятого разделения формула (1) принимает вид

$$B = \sum_{k=1}^{N_n} B_k^{(1)} + \sum_{k=1}^{N_n} B_k^{(2)}, \qquad (7)$$

где $B_k^{(1)} = \frac{1}{N_n T_k} \int_0^{T_{k(1)}} A(\tau - (k-1)T_k)d\tau$ – матрица постоянных коэффициентов в k-ый межкоммутационный подынтервал коммутации;

$B_k^{(2)} = \frac{1}{N_n T_k} \int_0^{T_{k(1)}} A(\tau - (k-1)T_k - T_k^{(1)})d\tau$ – матрица постоянных коэффициентов в k-ый межкоммутационный подынтервал.

Матрица преобразования (3) для чередую-

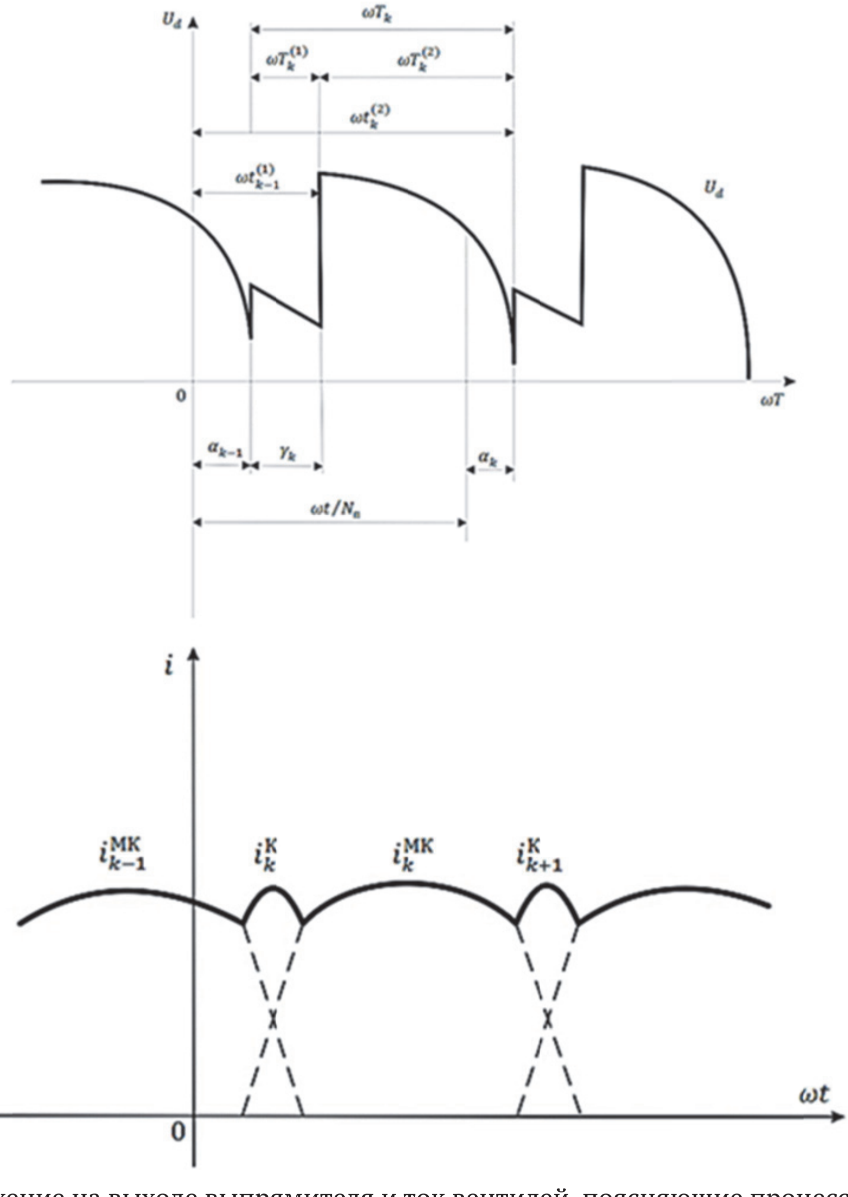

Рис. 1. Напряжение на выходе выпрямителя и ток вентилей, поясняющие процессы коммутации

щихся подынтервалов может быть представлена в виде

$$V_k = V_k^{(1)} + V_k^{(2)}, \qquad (8)$$

где $\mathrm{V}_\mathrm{k}^{(1)} = \mathrm{V}_{\mathrm{\kappa}-1}^{(2)} + \int\limits_0^{t_\kappa^{*(1)} - t_{\kappa-1}^{*(2)}} \mathrm{A}(\tau + t_{\kappa-1}^{*(2)}) d\tau -$

$$-\mathrm{B}_\mathrm{k}^{(1)}(t_\kappa^{*(1)} - t_{\kappa-1}^{*(2)});$$

$$V_k^{(2)} = \int\limits_0^{t_\kappa^{*(2)}} A(\tau + t_\kappa^{*(1)}) d\tau - B_k^{(2)} t_{\kappa 1}^{*(2)};$$

$$t_\kappa^{*(1)} \in \left[t_{\kappa\text{-}1}^{*(2)}, T_\kappa^{(1)}\right]; t_\kappa^{*(2)} \in \left[T_\kappa^{(1)}; T_\kappa^{(2)}\right]$$

$$t_\kappa^* = t_\kappa^{*(1)} + t_\kappa^{*(2)},$$

$t_\kappa^{*(1)}$ – верхний переменный предел интегрирования для к-го коммутационного подынтервала непрерывности;

$t_\kappa^{*(2)}$ – верхний переменный предел интегрирования для к-го межкоммутационного подынтервала непрерывности.

Из уравнений (7), (8 вытекает следующий способ описания работы ВМ в случае простой коммутации:

Определяются аналитическим путем матрица постоянных коэффициентов и матрица преобразования в коммутационный подынтервал $\left[0; T_\kappa^{(1)}\right]$ по формулам

$$B_\kappa^{(1)} = \frac{1}{N_n T_\kappa} \int\limits_0^{T_\kappa^{(1)}} A(\tau - (\kappa - 1) T_\kappa) d\tau;$$

$$\mathrm{V}_\kappa^{(1)} = \mathrm{V}_{\kappa-1}^{(2)} + \int\limits_0^{t_\kappa^{*(1)} - t_{\kappa-1}^{*(2)}} \left\{\mathrm{A}(\tau + t_{\kappa-1}^{*(2)}) d\tau - \mathrm{B}_\kappa^{(1)}\right\} d\tau,$$

$$t_\kappa^{*(1)} \in \left[t_{\kappa-1}^{*(2)}, \mathrm{T}_\kappa^{(1)}\right]$$

Формулу, определяющую решение дифференциальных уравнений (6) с постоянными коэффициентами в форме Коши, представляется в виде

$$\mathrm{y}_\kappa\left(t_\kappa^{*(1)}\right) = \exp\left[\mathrm{B}_\kappa^{(1)} t_\kappa^{*(1)} - t_{\kappa-1}^{*(2)}\right] \mathrm{y}_\kappa t_{\kappa-1}^{*(2)} +$$

$$+ \int\limits_{t_{\kappa-1}^{*(2)}}^{t_\kappa^{*(1)}} \exp\left[\mathrm{B}_\kappa^{(1)} (t_\kappa^{*(1)} - \tau)\right] \mathrm{u}(\tau) d\tau$$

и находится ее аналитическое решение на интервале времени $\left[t_{\kappa-1}^{*(2)}, T_\kappa^{(1)}\right]$.

Аналогичным образом осуществляется процесс вычислений для к-го межкоммутационного интервала $\left[T_\kappa^{(1)}, T_\kappa^{(2)}\right]$:

$$B_\kappa^{(2)} = \frac{1}{N_n T_\kappa} \int\limits_0^{T_\kappa^{(2)}} A(\tau - (\kappa - 1) T_\kappa - T_\kappa^{(1)}) d\tau;$$

$$V_k^{(2)} = \int\limits_0^{t_\kappa^{*(2)}} \left\{A(\tau + t_\kappa^{*(1)}) - B_k^{(2)}\right\} d\tau,$$

$$\mathrm{y}_\kappa\left(t_\kappa^{*(2)}\right) = \exp\left[\mathrm{B}_\kappa^{(2)}\left(t_\kappa^{*(2)} - \mathrm{T}_\kappa^{*(1)}\right)\right] \mathrm{y}_\kappa\left(\mathrm{T}_\kappa^{(1)}\right) +$$

$$+ \int\limits_{\mathrm{T}_\kappa^{(1)}}^{t_\kappa^{*(2)}} \exp\left[\mathrm{B}_\kappa^{(2)} (t_\kappa^{*(2)} - \tau)\right] \mathrm{u}(\tau) d\tau$$

Последнее матричное уравнение при $t_\kappa^{*(2)} = T_\kappa^{(2)}$ позволяет путем моделирования на ЭВМ системы трансцендентных уравнений определить угол коммутации γ_k на к-ом интервале непрерывности схем замещения ВМ.

Таким образом, после выяснения связи между значениями переменных в начале и в конце интервала повторяемости формируется краевая оптимизационная задача, которая решается на ЭВМ обычными итерационными методами.

По существу, процедура определения вектора состояния исходной периодической системы уравнений ВМ позволяет составить квазианалитический алгоритм решения системы дифференциальных уравнений с переменной структурой во всем временном интервале, так как схемы замещения через период работы в нормальном эксплуатационном режиме повторяются.

Вектор состояния исходной системы уравнений ВМ определяется по формулам:

$$i_\kappa^{(1)} = V_\kappa^{(1)} y_\kappa^{(1)};$$

$$i_\kappa^{(2)} = V_\kappa^{(2)} y_\kappa^{(2)}.$$

Вектор мгновенных значений выпрямленного напряжения при активно-индуктивной нагрузке генератора равен:

$$u_{dH}^{(1)} = R_H i_\kappa^{(1)} + \frac{L_H di_\kappa^{(1)}}{dt}:$$

$$u_{dH}^{(2)} = R_H i_\kappa^{(2)} + \frac{L_H di_\kappa^{(2)}}{dt}.$$

Таким образом, в предложенном квазианалитическом методе построения упрощенных ММ при учете простой коммутации вентилей исходная нелинейная система уравнений ВМ на интервалах повторяемости схем замещения рассматривается как совокупность линейных периодических систем уравнений с неизвестными заранее граничными условиями. Применение метода приведения [3] позволяет преобразовать системы уравнений с периодическими коэффициентами к системам уравнений с постоянной матрицей коэффициентов при любом режиме работы ВМ. Цель такого преобразования заключается в том, что дифференциальные уравнения с постоянной матрицей коэффициентов при векторе состояния поддаются аналитическому решению и позволяют сформулировать краевую задачу для определения неизвестных граничных условий. Из трансцендентных уравнений, полученных в результате аналитического решения преобразованной системы уравнений ВМ, с использованием ЭВМ определяются углы коммутации вентилей в заданном временном интервале.

Достоинством предлагаемого квазианалитического метода является то, что полученные выражения (4), (5) или (7), (8), в отличие от метода Еругина-Бреуса [2], в котором аналитические выражения для матриц *V(t)*B зависят от сходимости степенных рядов относительно величины $1/\omega$, справедливы при любых значениях ω, не равных нулю.

Очевидным недостатком метода становится сильно возрастающая сложность и объем вычислений для отличных от нормальных эксплуатационных режимов работы ВМ. Поэтому при анализе, например, аварийных режимов более предпочтительным является использование универсальных ММ [4, 5].

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ КВАЗИАНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА

Применение квазианалитического метода к решению задачи математического моделирования для случая мгновенной коммутации вентилей покажем на примере трехфазного магнитоэлектрического генератора (МЭГ).

Уравнения МЭГ, работающего на нулевую схему выпрямления, имеют вид [4]:

$$\left(L + KL_{H}K^{T}\right)\frac{di_{V}}{dt} = -\left(R + KR_{H}K^{T} + \frac{dL}{dt}\right)i_{V} + e_{M} - u_{V};$$

$$(L + KL_{\text{H}}K^{T})\frac{di_{V}}{dt} = -\left(R + KR_{\text{H}}K^{T} + \frac{dL}{dt}\right)i_{V} + e_{M} - u_{V},$$

где *R, L* – матрицы параметров фаз генератора;

R_H, L_H – параметры нагрузки;

i_V, u_V – векторы токов и напряжений вентилей;

$k = [11...1]^T$ – фундаментальная матрица контуров;

e_M – вектор гармонических э.д.с. источника (постоянного высококоэрцитивного магнита).

При представлении вентиля идеальным ключом:

- для вентиля, проводящего ток, $u_V = 0$, а ток через него определяется токами и напряжения во всех других элементах схем.

- для вентиля, не проводящего ток, $i_V = 0$, а напряжение на нем определяется напряжениям и токами во всех других элементах схемы ВМ, то есть

$$R_V(i_V) = \begin{cases} 0, при \ \ i_V > 0 \\ \infty, при \ \ i_V \le 0 \end{cases}$$

Для $m = 3$:

$$T = \frac{2\pi}{3}.$$

Тогда при мгновенной коммутации вентилей достаточно выделить три интервала постоянства схем замещения ВМ.

Для интервала $0 \le \beta \le \frac{2\pi}{3}$:

$$\frac{di_1}{d\beta} = A_1(\beta)i_1 + U_1(\beta),$$

где $$A_1(\beta) = -\frac{R_{\text{ф}1} + R_H + \frac{dL_1}{d\beta}}{L_1};$$

$$U_1(\beta) = \frac{E_m \sin\beta}{L_1};$$

$$L_1 = l_0^1 + l_2\cos 2\beta; l_0^1 = l_0 + L_H;$$

$$\beta = \beta_0 + \omega\tau_1;$$

τ_1 – текущее время.

Для интервала $\frac{2\pi}{3} \le \beta \le \frac{4\pi}{3}$:

$$\frac{di_3}{d\beta} = A_3(\beta)i_3 + U_3(\beta),$$

где $$A_2(\beta) = -\frac{R_{\text{ф}2} + R_H + \frac{dL_2}{d\beta}}{L_2};$$

$$U_2(\beta) = \frac{E_m \sin\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right)}{L_2};$$

$$L_2 = l_0^1 + l_2\cos\left(2\beta - \frac{2\pi}{3}\right).$$

Для интервала $\frac{4\pi}{3} \le \beta \le 2\pi$:

$$\frac{di_3}{d\beta} = A_3(\beta)i_3 + U_3(\beta),$$

где $$A_3(\beta) = -\frac{R_{\text{ф}3} + R_H + \frac{dL_3}{d\beta}}{L_3};$$

$$U_3(\beta) = \frac{E_m \sin\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right)}{L_3};$$

$$L_3 = l_0^1 + l_2\cos\left(2\beta + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Здесь $A_k(\beta)$ – матрица (в данном случае скаляр), составленная из ненулевых элементов исходной матрицы периодических коэффициентов $A(\beta) = -\left(L + KR_H K^T\right)^{-1}\left(R + KR_H K^T + \frac{dL}{d\beta}\right)$

на k-ом интервале постоянства схем замещения.

Вырождающиеся в скаляры матрицы постоянных коэффициентов и матрицы преобразования, вычисленные аналитически по формулам (4), (5) для различных интервалов повторяемости, имеют вид

$$\mathrm{B}_1 = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T_k}} \mathrm{A}(\omega\tau)\mathrm{d}(\omega\tau) =$$

$$= -\frac{1}{2\pi}\left\{\ln\left|1-\frac{\mathrm{l}_2}{2\mathrm{l}_0^1}\right| + \frac{\mathrm{R}_{\phi 1}+\mathrm{R}_{\mathrm{H}}}{\sqrt{\left(\mathrm{l}_0^1\right)^2-\mathrm{l}_2^2}}\,\mathrm{arctg}\left(\sqrt{\frac{3\left(\mathrm{l}_0^1-\mathrm{l}_2\right)}{\mathrm{l}_0^1+\mathrm{l}_2}}\right)\right\};$$

$$\mathrm{B}_2 = \frac{1}{\mathrm{T}}\int_0^{\mathrm{T_k}} \mathrm{A}\left(\omega\tau-\frac{2\pi}{3}\right)\mathrm{d}(\omega\tau) =$$

$$= -\frac{1}{2\pi}\left\{\ln\left|\frac{\mathrm{l}_0^1+\mathrm{l}_2}{\mathrm{l}_0^1\mathrm{l}_2}\right| + \frac{\mathrm{R}_{\phi 2}+\mathrm{R}_{\mathrm{H}}}{\sqrt{\left(\mathrm{l}_0^1\right)^2-\mathrm{l}_2^2}}\,\mathrm{arctg}\left(\sqrt{\frac{3\left(\mathrm{l}_0^1-\mathrm{l}_2\right)}{\mathrm{l}_0^1+\mathrm{l}_2}}\right)\right\};$$

$$B_3 = \frac{1}{T}\int_0^{T_k} A\left(\omega\tau-\frac{4\pi}{3}\right)d(\omega\tau) = 0\,.$$

На интервале повторяемости $0 \le \beta \le \frac{2\pi}{3}$:

$$V_j = V_{j-1} - \ln\left|\frac{l_0^1 + l_2\cos\left(\omega\left(2T_j + t_{j-1}\right)\right)}{l_0^1 + l_2\cos\omega t_{j-1}}\right| - \frac{R_{\phi 1}+R_H}{\sqrt{\left(l_0^1\right)^2-l_2^2}}\times$$

$$\times\left\{arctg\left(\sqrt{\frac{\left(l_0^1-l_2\right)}{l_0^1+l_2}}tg\left(\omega\left(T_j+\frac{t_{j-1}}{2}\right)\right)\right)-\right.$$

$$\left.-\,arctg\left(\sqrt{\frac{\left(l_0^1-l_2\right)}{l_0^1+l_2}}tg\frac{\omega t_{j-1}}{2}\right)\right\} - B_jT_j.$$

На интервале $\frac{2\pi}{3} \le \beta \le \frac{4\pi}{3}$:

$$V_j = V_{j-1} - \ln\left|\frac{l_0^1 + l_2\cos\left(2\omega T_j - \frac{2\pi}{3} + \omega t_{j-1}\right)}{l_0^1 + l_2\cos\left(\omega t_{j-1} - \frac{2\pi}{3}\right)}\right| -$$

$$-\frac{R_{\phi 2}+R_H}{\sqrt{\left(l_0^1\right)^2-l_2^2}}\times\left\{arctg\left(\sqrt{\frac{\left(l_0^1-l_2\right)}{l_0^1+l_2}}tg\left(\omega T_j-\frac{2\pi}{3}+\frac{\omega t_{j-1}}{2}\right)\right)-\right.$$

$$\left.-\,arctg\left(\sqrt{\frac{\left(l_0^1-l_2\right)}{l_0^1+l_2}}tg\left(\frac{\omega t_{j-1}}{2}+\frac{2\pi}{3}\right)\right)\right\}.$$

Здесь, как и в формуле (5), T_j – шаг численного интегрирования, *j=1, 2, …, n;* $V_k = V_n$.

Таким образом, порядок расчета трехфазного вентильного МЭГ при мгновенной коммутации сводится к следующему:

Вычисляются матрицы $B_k, V_k, k = 1,2,3$;

Решается на ЭВМ при *k=1* дифференциальное уравнение

$$\frac{dy_1}{dt} = B_1 y_1 + V_1^{-1} U_1(t)$$

с шагом численного интегрирования T_j при начальных условиях $y_1(0) = y_0$;

Находится значение тока исходного уравнения

$$i_1 = V_1 y_1.$$

Определяется напряжение на *R-L* нагрузке

$$U_{d_1} = L_H\frac{di_1}{dt} + R_H i_1;$$

П.п. 2-4 повторяются для *k=2, 3*при начальных условиях

$$y_2(0) = y_1\left(\frac{2\pi}{3}\right); y_3(0) = y_2\left(\frac{4\pi}{3}\right).$$

Через период процедура вычислений повторяется.

Длина шага интегрирования T_j внутри интервала непрерывности может быть выбрана достаточно большой. Если длина шаге совпадает с интервалом неизменного состава открытых вентилей *(j=k)*, то рекуррентное соотношение (5) становится разностным уравнением, которое, как и в случае простой коммутации вентилей, решается аналитически.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе модифицированного метода приведения систем с периодическими коэффициентами к системам с постоянными коэффициентами предложен численно-аналитический метод построения упрощенных ММ многофазных вентильных машин.

Численно-аналитические расчеты, проводимые с помощью данного метода, учитывают нестационарные свойства периодических систем уравнений вентильной машины и справедливы при анализе электромеханических процессов в широком диапазоне изменения частот вращения ротора.

Предлагаемый метод рекомендуется применять, например, при анализе и синтезе регуляторов напряжения, а также для сравнения полученных результатов с результатами численных экспериментов на основе моделирующих программ более высокого уровня.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Трещев И.И.* Методы исследования машин переменного тока. Л.: Энергия, 1969. 235 с.
2. *Лупкин В.М.* Теория несимметричных переходных процессов синхронной машины. - Л.: Наука, 1985. 147 с.
3. *Сизых В.Н.* Преобразование периодических си-

стем к системам с постоянными коэффициентами на основе теории Флоке-Ляпунова // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2010. № 4(28). С. 130-136.
4. *Демирчан К.С., Бутырин П.А.* Моделирование и магнитный расчет электрических цепей. М. : Высшая школа, 1988. 335 с.
5. *Бут Д.А.* Бесконтактные электрические машины. М.: Высшая школа, 1990. 416 с.
6. *Padiyar K.R., Kalra P.K.* Analysis ofen HVSC Converter with Jinite Smoothing Reactor. Part I-II. Electric Power Systems Research, N11, 1986, pp. 171-193.

TO THE QUESTION OF MODELING OF A VALVE OF SYNCHRONOUS MACHINES BASED ON QUASIANALYTICAL METHOD

© 2019 A.A. Alexandrov[1], R.A. Daneev[2], V.N. Sizykh[1]

[1] Irkutsk State Transport University
[2]East-Siberian Institute of the Ministry of internal Affairs of Russia, Irkutsk

The article deals with synchronous valve contactless DC machines. The possibility of developing simplified mathematical models of valve machines based on the equations of state of the valve magnetoelectric generator is described. The analysis of the applicability of the quasi-analytical method in the modeling of valve machines, indicating its advantages and disadvantages, as well as a comparative assessment with the method of Erugin-Breus. Based on the above analysis revealed a high complexity and a large amount of computation when using quasianalytical method in emergency modes of operation of the brushless DC machines. The paper presents a method of describing the operation of valve machines in the case of simple switching, on the basis of which it is possible to determine the switching angle by modeling on a computer. Dependences of the vector of instantaneous values of the rectified voltage at the active-inductive load of the generator are determined. Also, the paper shows the possibility of applying the method of reduction in order to convert a system of equations with periodic coefficients to control systems with a constant matrix of coefficients in any mode of operation of valve machines. The above transformation is necessary for the analytical solution of differential equations with a constant matrix of coefficients for the state vector and the formulation of the boundary value problem, which allows to determine the unknown boundary conditions.

Keywords: quasianalyticity method, the gate of the synchronous machine, the synthesis of regulators of the voltages, a simplified mathematical model.

Andrey Alexandrov, Candidate of Technics, Associate Professor at the Department of Automation of Production Processes. E-mail: andreyalexandrov2008@ya.ru
Roman Daneev, Candidate of Technics, Lecturer at the Department of Information and Legal Disciplines.
E-mail: romasun@mail.ru
Viktor Sizykh, Doctor of Technics, Associate Professor, Professor of the Department of Automation of Production Processes. E-mail: sizykh_vn@mail.ru