УДК 539.621

ПРОБЛЕМЫ КОНТАКТНОЙ ПРИСПОСОБЛЯЕМОСТИ В УСЛОВНО НЕПОДВИЖНЫХ СОЕДИНЕНИЯХ

© 2020 М.Ю. Александрова

Самарский государственный технический университет

Статья поступила в редакцию 12.05.2020

В области контакта условно неподвижных соединений при циклических нагрузках возникают зоны частичного скольжения. Взаимное перемещение контактных поверхностей сопровождается процессами фреттинга, что неизбежно приводит к износу и разрушению элементов контакта. В статье представлено направление трибологии, в котором развивается теория контактной приспособляемости - явления, при котором скольжение в области контакта прекращается или значительно уменьшается после нескольких первых циклов нагрузки. Сходство поведения таких систем с упругопластическими телами [1, 2] побудило различных авторов предположить, что к ним может быть применена теорема Мелана [3], то есть, предположить существование поля остаточных напряжений, предотвращающего дальнейшее скольжение.

Ключевые слова: трение, фреттинг, контактная приспособляемость

DOI: 10.37313/1990-5378-2020-22-3-12-17

ВВЕДЕНИЕ

В контакте с трением, как и при упругопластической деформации, происходит рассеяние энергии, напряженное состояние зависит и от начального состояния и от истории нагружения, существует предельное состояние, когда начинается скольжение подобно тому, как упругие деформации переходят в пластические.

Д.Ч. Друкер [4] в 1954 году допускал, что некоторые простые фрикционные системы проявляют аналогию с упруго-пластическим поведением, но считал, что неассоциативный характер движения не позволяет применить предельные теоремы непосредственно к проблеме трения. Б. Фредрикссон и Г. Райдем [5] утверждали, что если нормальная сила на контактной границе постоянна и определена, то процесс по существу становится ассоциативным, т.е. давление просто изменяет условие контакта и определяет максимальную касательную силу, при которой происходит скольжение в плоскости. Это условие требует не только независимости тангенциальных смещений от нормальной составляющей силы, но также и того, что периодическая нагрузка не должна вызывать соответствующее изменение в нормальной силе. Такие условия трудно создать в реальных соединениях.

Р. Саез и др. [6], анализируя состояние устойчивого скольжения в контакте твердого тела с упругим полупространством, показали, что возможны условия, при которых в устойчивом состоянии скольжение наблюдаться не будет.

Александрова Маргарита Юрьевна, кандидат технических наук, доцент кафедры механики.
E-mail: kris-maks@mail.ru

С.М. Чичман, А.М. Корсунский, Д. Хиллс и Н. Бенье [7, 8] классифицируют возможные типы поведения простой системы с трением в условиях периодического или циклического нагружения: «Если нагрузки всегда недостаточно, чтобы произошло скольжение всех точек стыка, однако, некоторое подмножество таких точек может проскальзывать, то после первоначального переходного процесса система достигает устойчивого состояния, характер которого имеет следующие варианты:

- *контактная приспособляемость*: проскальзывание на начальном этапе нагружения приводит к возникновению остаточных напряжений, которые в совокупности с напряжениями от внешних сил создают ситуацию, исключающую дальнейшее проскальзывание;

- *циклическое скольжение*: проскальзывание в подмножестве точек области контакта точно повторяется в каждом периоде нагружения, при этом суммарное скольжение в каждой точке стыка за период нагрузки равно нулю;

- *прерывистое движение (рэтчетинг):* сценарий скольжения точно повторяется в течение каждого периода нагрузки, причем суммарное скольжение за период может накапливается в каждой точке».

Такое поведение в области контакта действительно позволяет провести аналогию с упругопластическим телом, находящимся под действием системы нагрузок, циклически изменяющихся с течением времени в заданных пределах.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Проводя аналогию между упругопластической приспособляемостью и приспособляемостью контакта с трением, авторы, на основе аналитических и численных расчетов построили эквивалент диаграммы Дж. Бри [9], на которой типы асимптотического поведения представлены как функции параметров нагружения (рис. 1) [10].

Авторы делают вывод, что, если контакт является «полным», то есть площадь контакта заранее известна и не меняется во время циклического нагружения, то система может приспособиться.

С.М. Чичман и Д. Хиллс [10] сформулировали эквивалент теоремы упругопластической приспособляемости Мелана для контакта с трением:

если множество не зависящих от времени касательных перемещений на границе контактной поверхности может быть определено таким образом, что соответствующие остаточные напряжения, накладываясь на изменяющихся во времени напряжения, обусловленные нагружением, удовлетворяют условию трения, соответствующему сцелению по всей площади контакта, то система будет стремиться в состояние, не предусматривающее дальнейшее скольжение.

Строго математического доказательства теоремы получено не было. В общем смысле доказательство теоремы приспособляемости для контакта с трением нельзя построить по аналогии с доказательством упругопластической приспособляемости, так как оследнее опирается на ассоциативный закон течения, а трение, как указывалось выше, имеет неассоциативный характер.

На простых примерах взаимодействия штампа с полуплоскостью аналитическим и численным методами С. Каропнан, С.М. Чичман и Д. Хиллс показали [10, 11], что в стыке, если нет взаимосвязи нормальных и касательных усилий и материалы контактных элементов однородны, действительно возможна контактная приспособляемость. Моделирование и численный расчет проводились методом конечных элементов в программе *ABAQUS*. Причем показано, что граница приспособляемости зависит от угла наклона края контактной линии (граница тем выше, чем больше внутренний угол наклона).

Применимость теоремы контактной приспособляемости для систем с трением Треска, когда касательные перемещения не зависят от нормальных усилий для полного контакта (например, контакт подшипника с шатуном), доказал Н. Антони, в своих работах [1, 12] и высказал предположение о распространении теоремы на трение Кулона, при условии малой области взаимодействия.

Начиная с 2007 года, А. Клабрин, М. Сиаврелла, Дж. Барбер опубликовали ряд статей [13] на тему приспособляемости в упругих контактных задачах с сухим трением. В частности, они установили (скорее ограничили) в дискретной постановке условия, при которых может быть применен фрикционный эквивалент теоремы Мелана. Для гладких поверхностей контакта, где для i-ой точки стыка, в которой $\boldsymbol{n}_i$ - единичный нормальный вектор к поверхности, контактные перемещения $\boldsymbol{u}_i$ и силы $\boldsymbol{r}_i$ можно разложить на касательные и нормальные

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_i &= \boldsymbol{\omega}_i + \upsilon_i \cdot \boldsymbol{n}_i; \qquad \boldsymbol{\omega}_i \cdot \boldsymbol{n}_i = 0, \\ \boldsymbol{r}_i &= \boldsymbol{q}_i + p_i \cdot \boldsymbol{n}_i; \qquad \boldsymbol{q}_i \cdot \boldsymbol{n}_i = 0. \end{aligned} \tag{1}$$

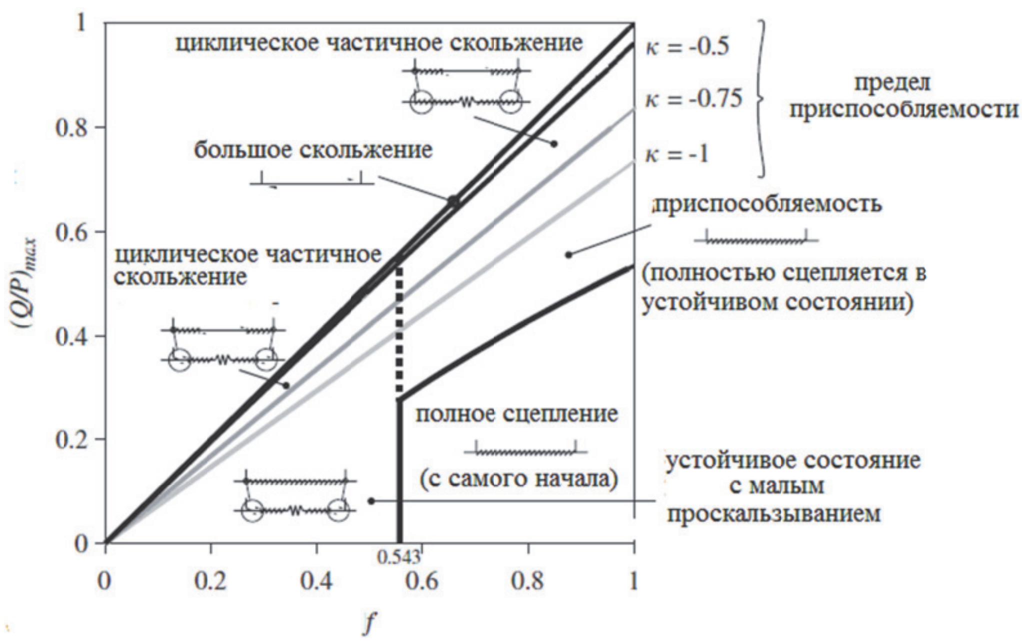


Рис. 1. Эквивалент Бри-диаграммы фрикционного взаимодействия тел с одинаковыми упругими свойствами:

P – постоянная нормальная сила, Q – циклическая касательная сила, f – коэффициент трения, $k = \dfrac{Q_{min}}{Q_{max}}$ [10]

где υ_i, ω_i – нормальные и касательные перемещения точки *i*.

Тангенциальные $\boldsymbol{q_i}$ и нормальные $\boldsymbol{p}_i$ силы реакции можно записать в виде:

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{q}_i \\ \boldsymbol{p}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{q}_i^{\mathrm{w}} \\ \boldsymbol{p}_i^{\mathrm{w}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{ij} \; B_{ij} \\ B_{ji} \; C_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\omega}_j \\ \boldsymbol{\upsilon}_j \end{Bmatrix}, \qquad (2)$$

где $\boldsymbol{q}_i^{\mathrm{w}}, \boldsymbol{p}_i^{\mathrm{w}}$ – тангенциальные и нормальные силы в случае, когда $\boldsymbol{\upsilon}_i = 0$, $\boldsymbol{\omega}_i = 0$; *A*, *B*, *C* – элементы матрицы жесткости. Авторы привели доказательства условия наступления приспособляемости для следующих случаев:

- для любых двух или трехмерных систем, в которых нет какой-либо связи между относительными касательными перемещениями $\boldsymbol{\upsilon}$ и соответствующей нормальной силы $\boldsymbol{p}$, т.е. матрица $B = 0$,

- для двумерных систем, в которых коэффициент трения в каждом узле меньше критического значения $f \le \dfrac{\sqrt{1-c_i^2}}{c_i}$,

где $$\mathrm{c_i} = \max_{u \in D} \begin{cases} \dfrac{\boldsymbol{r}_i(u)}{|\boldsymbol{r}_i(u)|} \cdot \boldsymbol{n}_\mathrm{i}, & \boldsymbol{r}_\mathrm{i}(u) \ne 0, \\ 0, & \boldsymbol{r}_\mathrm{i}(u) = 0. \end{cases}$$

Здесь вектор перемещения *u* в формуле (1) соответствует случаю $\boldsymbol{\omega}_i = 0$.

Авторы также приводят контрпримеры, которые не подпадают под эти категории, и в которых, как показывают авторы, приспособляемость не наступает. На основании этого они делают выводы об условиях применимости аналога теоремы Мелана для фрикционного контакта. Эти антипримеры важны еще и потому, что они отличаются от систем с трением Треска, для которых справедливость теоремы доказал Н. Антонии.

Однако, несмотря на приведенные контрпримеры, не исключена возможность наступления контактной приспособляемости в случаях, не предусмотренными высказанными ограничениями.

Этими же авторами [13] было сформулировано и доказано более общее условие наступления контактной приспособляемости:

если существует безопасный не зависящий от времени вектор смещения $\widetilde{\boldsymbol{s}}$, *то фактическое смещение с проскальзыванием* **s** *приближается к* $\widetilde{\boldsymbol{s}}$ в смысле *приспособляемости, когда* $\dot{N} < 0$ *при* $\dot{\boldsymbol{s}} \ne 0$ *в любой точке* $(x, y) \in A$):

$$N = \frac{1}{2} \int_{\mathrm{A}} (\boldsymbol{s} - \widetilde{\boldsymbol{s}})(\boldsymbol{q} - \widetilde{\boldsymbol{q}}) dA, \qquad (3)$$

здесь *N* – интегральная мера разности фактического смещения с проскальзыванием *s* и безопасным смещением $\widetilde{\boldsymbol{s}}$; $\boldsymbol{q}$, $\widetilde{\boldsymbol{q}}$ - фактические и безопасные касательные напряжения (распределенные силы) соответственно; *A* - пятно контакта.

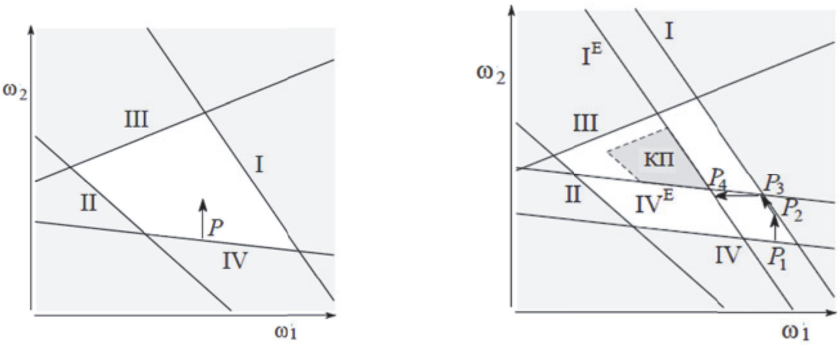
Однако определение условий, при которых $\dot{N} < 0$ приведено не было.

В 2008 году Янг Джу Ан [14] предложил метод определения границ контактной приспособляемости, основанный на изменении положения мгновенного контактного состояния системы *P*, в пространстве касательных перемещений $\omega_{\boldsymbol{i}}$. На рисунке 2а приведен пример графического представления мгновенного состояния *P* системы двух контактных узлов. Прямые I и II ограничивают безопасную зону для первого узла, а III, IV -для второго узла. С изменением сил линии соответствующие неравенствам меняют свое положение сохраняя наклон (рис. 2б, линии $\mathrm{I^E}$, $\mathrm{IV^E}$), при этом мгновенное состояние *P* изменяется (рис. 2б, P_1-P_4). В некоторых случаях система будет испытывать контактную приспособляемость (рис. 2б, область КП). По мнению автора, контактная приспособляемость в системе из двух контактных узлов однозначно наступит, когда безопасная область имеет форму четырехугольника.

Такой подход является наглядным способом представления границы приспособляемости системы с малым числом контактных узлов. В большинстве практических задач необходимо представлять в виде гораздо большего количества контактных узлов. Определить мгновенное состояние такой системы, а тем более проследить ее изменение данным методом вряд ли представляется возможным.

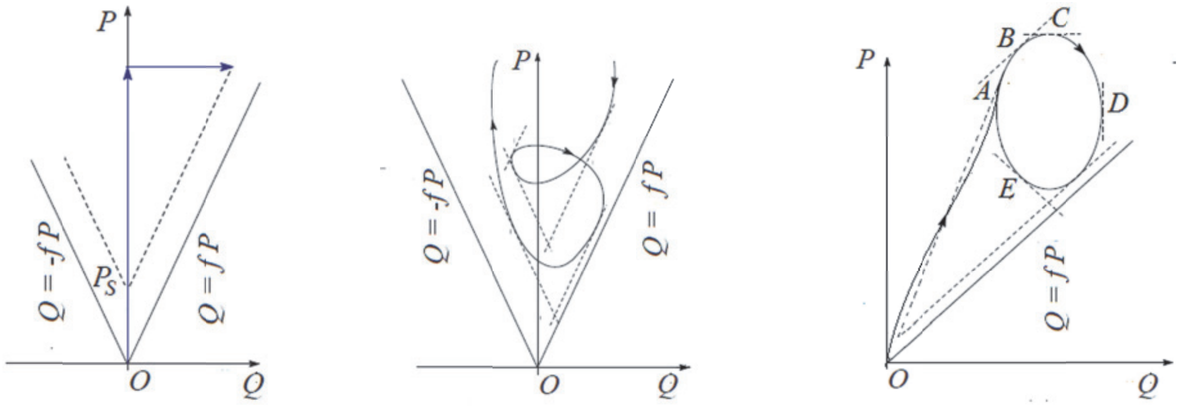
В 1998 году Дж. Егер [15] для анализа контактного взаимодействия применил метод решения контактных задач, использующий наглядное представление сил в пространстве $P - Q$. Начало этому методу было положено К. Каттанео [16] в решении задачи Герца, когда после постоянной нормальной силы прикладывается касательная. На рисунке 3а в поле сил $P - Q$ сплошная линия ограничивает конус трения, а пунктирная линия разделяет внутри конуса области полного сцепления и частичного скольжения. Отрезок OP_S соответствует добавочным силам *P*, при которых возникает скольжение. Дж. Егер каждый шаг нагружения представлял в виде отрезков прямых линий в пространстве *P* - *Q*.

В своих работах Дж. Барбер и др. [17] на основе геометрического представления сил анализировал распределение в области контакта зон скольжения и сцепления, а также условия наступления контактной приспособляемости. В общем случае линия изменения сил представлена



а. б.

Рис. 2.
а) Мгновенное состояние P для системы из двух контактных узлов
в плоскости касательных перемещений v_1, v_2, где I-IV - границы безопасной области;
б) изменение границы IV, затем I безопасной области системы из двух контактных узлов
под действием изменяющихся во времени внешних нагрузок $p^w(t)$, $q^w(t)$, при которых
мгновенное состояние P движется в область контактной приспособляемости (КП) [14].



а. б. в.

Рис. 3. Графическое представление сил в пространстве *P-Q* [17]:
а) случай, когда в области контакта к постоянной нормальной силе добавляется касательная;
б) случай произвольной силы; в) силы зависят от времени по гармоническому закону

на рисунке 3б. В частности, когда силы зависят от времени по гармоническому закону, линия сил образованная элементарными отрезками, представляет собой эллипс (рис. 3в). Автор приводит рассуждения о местоположении точек на этой линии, которым соответствует различный контактный статус: *OA* -начальный переходный участок траектории сил, максимум силы *P* достигнут в точке *C*, а максимум силы *Q* достигнут в точке *D*. Никакого (возрастающего) скольжения нет, пока $\frac{dP}{dt} > 0$ и $\left|\frac{\partial Q}{\partial P}\right| < f$. После достижения точки *B* траектории это условие нарушается, и ожидается развитие зоны скольжения от краев области контакта. В точке *F* наступает сцепление, которое сохраняется на участке *FB*. Таким образом, в поле сил *P* - *Q* могут быть определены такие их значения, при которых система находится в состоянии полного сцепления.

Несмотря на свою внешнюю непротиворечивость данная теория имеет ряд существенных недостатков, связанных с тем, что в ней не учитываются форма и размеры контактирующих тел и упругие свойства материалов этих тел.

Как было замечено, характер устойчивого состояния системы в условиях циклического нагружения зависит от начальных условий. Система в некотором смысле «запоминает» начальные условия. Это возможно, если существует подмножество узлов *K* из множества узлов контакта *N*, которые всегда сцеплены.

В теории контактной приспособляемости, понимаемой в том смысле, что проскальзывание в сопряжении прекращается после первых нескольких циклов нагружения, можно выделить частный случай, когда приспособляемость наступает вследствие относительных угловых перемещений, т. е. проскальзывание возникает при покачивании тел (рис. 4).

Особая постановка этой задачи дает предпосылки к поиску новых путей решения и дальнейшему развитию теории приспособляемости. Р. Вета в сотрудничестве с В.Л. Поповым опубли-

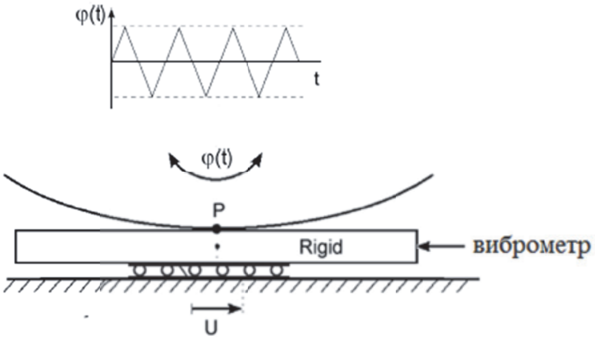


Рис. 4. Взаимодействие упругого катка с жесткой платформой: площадь контактного пятна меняется при покачивании [21]

ковал ряд статей посвященных этой тематике [18, 19]. Одна из последних работ - [19], в которой авторы сделали попытку найти аналитическое выражение для пределов приспособляемости упругого катка при его взаимодействии с жесткой подвижной платформой. Контакт является неполным, т.к. площадь контактного пятна меняется при покачивании. С увеличением числа циклов в некоторых случаях перемещение платформы становилось больше, поэтому авторы делают вывод о том, что сцепление между катком и поверхностью платформы при этом увеличивается, т.е. система приспосабливается.

В работе [20] выполняется обобщение теоремы контактной приспособляемости на случай взаимодействия многих тел: для упругих систем с кулоновским трением в условиях циклического нагружения, если скалярное произведение $\left\langle \left(\boldsymbol{\tau}_{\beta} - \tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\beta} \right), \Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\beta} \right\rangle$ отрицательно, что равнозначно $(\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}) \cdot \dot{\mathbf{s}} < 0$, то скорость $\dot{\Pi} < 0$. Поскольку функционал $\Pi < 0$, то условие отрицательности его скорости в данном случае является необходимым и достаточным условием контактной приспособляемости. Здесь $\boldsymbol{\tau}_{\beta}$, $\tilde{\boldsymbol{\tau}}_{\beta}$ – касательные составляющие контактных усилий на b поверхности контактных элементов при частичном скольжении и без него, $\Delta\dot{\boldsymbol{\omega}}_{\beta}$ – скорость скольжения, $\mathbf{r}$, $\tilde{\mathbf{r}}$ – распределенные по всей контактной поверхности силы при частичном скольжении и без него, $\mathbf{s}$ – перемещения. Авторами приводятся результаты численного моделирования методом конечных элементов (рис. 5), подтверждающие и уточняющие условия достижения полной или частичной контактной приспособляемости при сухом трении упругих тел. Рассматривается приложение полученных результатов к практическим задачам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, теория контактной приспособляемости позволяет определить границы в которых система в условии переменных нагрузок не испытывает скольжения в области контакта. На основе данной теории [23] определены границы контактной приспособляемости для реальных систем «шарошка бурового долота». Дальнейшее развитие теории с использованием численных методов расчета открывает перспективы совершенствования систем с номинально неподвижными соединениями.

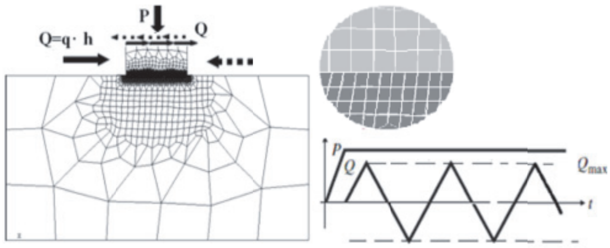


Рис. 5. Конечно-элементная модель взаимодействия двух тел

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Antoni N., Nguyen Q.S., Ragot P.* Slip-shakedown analysis of a system of circular beams in frictional contact // International Journal of Solids and Structures. - 2008. - Vol. 45. - Is.18-19. - pp.5189-5203.
2. *Mugadu, A., Sackfield, A., Hills, D.A.* Analysis of a rocking and walking punch -Part I: initial transient and steady state // ASME J.Appl. Mech. - 2004. Vol.71. - pp. 225-233
3. *Melan, E.* Theorie statisch unbestimmter Systeme aus ideal-plastichemBaustoff // Sitzungsber. d.Akad. d. Wiss. - Wien, 1936. - Vol. 2A(145). - pp.195-218
4. *Drucker, D.C.* Coulomb friction, plasticity, and limit loads // ASME J. Appl. Mech. - 1954. - Vol.21. - pp. 71-74.
5. *Fredriksson, B., Rydholm, G.* Shakedown in frictional systems - some considerations // On Inequalities and Shakedown in Contact Problems. - 1981. - Diss. No. 61. - Linkoping Studies in Science and Technology. - pp. F1-F21.
6. *Saez R., Mugadu A., Fuenmayor J., and Hills D. A.* Frictional shakedown in a complete contact// J. of Str. Analysis for Eng. Design. - 2003. - Vol.38. - Is.4. - pp.:329-338.
7. *Banerjee, N., Hills, D.A.* Analysis of stick-slip and contact-edge behaviour in a simplified fretting fatigue test // J. Strain Analysis. - 2006. - Vol.41 - pp. 183-192.
8. *Churchman, C.M., Korsunsky, A.M., Hills, D.A.* The application of plasticity principles to friction // J. Strain Analysis. - 2006. - Vol.41. - pp.323-328.
9. *Bree J.* Elastic-plastic behaviour of thin tubes subjected to internal pressure and intermittent high-heat fluxes with application to fast-nuclear-reactor fuel elements // J. of Str.Anal. for Eng. Design. - 1967. - Vol.2 - No.3.
10. *Churchman, C.M., Hills, D.A.* General results for complete contacts subject to oscillatory shear // J. Mech. Phys. Solids. - 2006. - Vol.54. - pp.1186-1205.
11. *Karuppanan S., Hills D.A.* Frictional complete contacts between elastically similar bodies subject to normal and shear load // Int. J. of Solids and Structures. - 2008. - Vol. 45. - Pp. 4662-4675.

12. *Antoni, N., Nguyen, Q.S., Ligier, J.L., Saffreґ, P., Pastor, J.* On the cumulative microslip phenomenon // Eur. J. Mech. A.Solids - 2007. - Vol.26. - pp. 611-625.
13. *Klarbring A., Barber J.R., Ciavarella M.* Shakedown in elastic contact problems with Coulomb friction // Int. J. of Solids and Structures. - 2007. - Vol. 44. - pp. 8355-8365.
14. *Ahn Y.J., Bertocchi E., Barber J.R.* Shakedown of coupled two-dimensional discrete frictional systems // J. of the Mech. and Phys. of Solids. - 2008. - Vol. 56. - pp. 3433-3440
15. *Jäger J.* A new principle in contact mechanics // ASME J. Tribol. - 1998. - Vol.120. - pp.677-684
16. *Cattaneo C.* Sul contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi // Rend. dell'Accademia Nazionale dei Lincei. -1938. - Vol.27. -Ser.6. -pp. 342-348, 434-436, 474-478.
17. *Barber J.R., Davies M., Hills D.A.* Frictional elastic contact with periodic loading International // J.l of Solids and Structures. - 2011. - Vol. 48. - pp. 2041-2047.
18. *Wetter R.* Shakedown and induced microslip of an oscillating frictional contact// Физическая мезомеханика. - 2012. - Vol.15 4. - pp.51-57.
19. *Wetter R., Popov V.L.* Shakedown limits for an oscillating, elastic rolling contact with Coulomb friction // Int. J. of Solids and Str. - 2014. - Vol. 51. - pp. 930-935
20. *Клебанов Я.М., Александрова М.Ю.* Исследование процесса контактной приспособляемости при кулоновском трении упругих тел // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. - 2011. - Т. 13.- № 4(3). С. 748-752.

PROBLEMS OF CONTACT ADAPTABILITY IN CONDITIONALLY FIXED CONNECTIONS

Samara State Technical University

In the contact area of conditionally fixed joints under cyclic loads, partial slip zones arise. Mutual movement of contact surfaces is accompanied by fretting processes, which inevitably leads to wear and destruction of contact elements. The article presents the direction of tribology, in which the theory of contact adaptability develops - a phenomenon in which sliding in the contact area ceases or significantly decreases after the first few load cycles. The similarity of the behavior of such systems with elastoplastic bodies [1, 2] led various authors to suggest that they can be applied to the Melan theorem [3], that is, to assume the existence of a field of residual stresses that prevents further sliding.
Keywords: friction, fretting, contact adaptability
DOI: 10.37313/1990-5378-2020-22-3-12-17

Margarita Alexandrova, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanics.
E-mail: kris-maks@mail.ru