

УДК 621.373.876

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МНОГОПОЗИЦИОННОГО КОНТРОЛЯ КРУПНОГАБАРИТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАЗЕРНОГО ТРЕКЕРА

Н.А. Сазонникова¹, Р.В. Уклеин²

¹ Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

² Ракетно-космический центр «Прогресс» (АО «РКЦ «Прогресс»)
Россия, 443009, г. Самара, ул. Земеца, 18

E-mail: nasazonnikova@yandex.ru

Аннотация. Лазерные трекеры являются перспективными бесконтактными средствами контроля геометрических параметров крупногабаритных изделий аэрокосмической техники. В тех случаях, когда невозможно проведение контроля всего изделия с помощью одного лазерного трекера с фиксированной позицией, применяется многопозиционный контроль. В данной работе рассмотрены принципы многопозиционного контроля геометрии крупногабаритных изделий при использовании лазерного трекера в качестве средства измерения. В качестве объекта контроля рассматривается цилиндрическая обечайка диаметром 4100 мм, высотой 1560 мм и толщиной 24 мм, сваренная из трех сегментов. Определены координаты расположения стоянок трекера и опорных точек из условий их полной видимости и минимальной погрешности измерений. Построена математическая модель измерительной системы для многопозиционного контроля крупногабаритной обечайки, определяющая взаимосвязь между координатами точек, измеренными с разных стоянок лазерного трекера. Для системы контроля крупногабаритной обечайки определены координаты опорных точек измерительной системы и координаты стоянок трекера, позволяющие минимизировать число неизвестных параметров в математической модели. Проведен расчет максимально допустимой погрешности выбранной измерительной системы. Для подтверждения основных положений математической модели были проведены экспериментальные исследования. Измерено 276 точек на наружной поверхности образующей макета крупногабаритной обечайки. Для определения отклонения поверхности от теоретического контура в программном обеспечении *SpatialAnalyzer* была построена цифровая модель теоретического контура сборки. Было произведено сравнение измеренных контрольных точек с поверхностью цифровой модели. Результаты проведенных экспериментальных исследований подтвердили основные положения математической модели и показали, что погрешность измерительной системы соответствует требуемым значениям

Ключевые слова: лазерный трекер, обечайка, САД-модель, опорные точки, мультилатерация

¹ Сазонникова Надежда Александровна, профессор кафедры «Техносферная безопасность и сертификация производств», доктор технических наук, доцент.

² Уклеин Роман Владимирович, инженер-конструктор отдела подготовки и проведения специальных испытаний.

На производстве для контроля геометрических параметров изделий, к которым предъявляются высокие метрологические требования, используются шаблоны и калибры. Это бесшкальные инструменты, предназначенные для сравнения размеров детали с эталонным значением. Но они имеют ряд недостатков. Во-первых, они не позволяют оценить величину отклонения размера от номинального значения, а позволяют проводить только качественный анализ. Во-вторых, их точность не всегда удовлетворяет требуемой. Также для контроля каждого изделия требуется свой инструмент, и это затрудняет контроль крупногабаритных изделий, особенно в аэрокосмической промышленности [1].

В работе [2] показано, что для контроля геометрических параметров крупногабаритных обечаек в процессе производства целесообразно использовать оптико-электронные измерительные системы. В данном случае используется обработка растровых изображений (теневой метод) для оценки размеров и формы оболочки. Результатом измерений является профилограмма обечайки. Погрешность ее регистрации не превышает 1 %. Возможна дальнейшая автоматизация процесса измерений с использованием промышленного робота. Параметры оптической системы выбираются исходя из параметров процесса контроля [3].

Появление лазерных трекеров позволило усовершенствовать и автоматизировать процесс контроля крупногабаритных конструкций [4]. При этом возможны различные схемы контроля: однопозиционный контроль (при относительно небольших размерах изделия), а также многопозиционный контроль. Многопозиционный контроль проводится в том случае, если невозможно выполнить измерения с помощью одного трекера с жестко зафиксированной позицией. Так как одновременное применение нескольких лазерных трекеров существенно увеличивает стоимость проводимых измерений, целесообразно проводить измерения использованием нескольких стоянок одного трекера при последовательном расположении одного лазерного трекера на нескольких позициях. Однако при этом возникает проблема привязки координат точек, полученных с разных стоянок трекера [5–7]. С другой стороны, применение многопозиционного контроля (мультилатерации) создает избыточную информацию по координатам контролируемых точек, которая может быть использована для повышения точности измерений [5, 7]. Если каждая точка контролируется не менее чем с двух позиций трекера, то для оценки координат достаточно только измерения дальности трекером (без определения угловых координат) [7]. Так, при контроле крупногабаритной плоскости применение двухпозиционного контроля позволяет контролировать отклонение от плоскостности с неопределенностью, не превышающей 1,4 мкм [8]. При проведении измерений с помощью лазерного трекера погрешность измерения дальности и углов возрастает пропорционально расстоянию до объекта контроля как в режиме интерферометра, так и в режиме абсолютного дальномера. Поэтому целесообразно размещать трекер как можно ближе к контролируемому изделию. С другой стороны, объект контроля должен быть в пределах требуемого угла зрения трекера ($\pm 20^\circ$) [4]. При многопозиционном контроле снижение расстояния от объекта контроля до трекера приводит к увеличению числа требуемых стоянок трекера и усложнению процесса обработки информации [6]. Поэтому в каждом конкретном случае требуется проводить выбор оптимальной конфигурации измерительной системы.

Погрешность проводимых измерений также зависит от расположения стоянок трекера относительно контролируемого изделия, конструкции и расположе-

ния дополнительных приспособлений, используемых для размещения сферических отражателей (*SMR*) [9].

В данной работе в качестве объекта контроля рассматривается цилиндрическая обечайка (рис. 1) диаметром 4100 мм, высотой 1560 мм и толщиной 24 мм, сваренная из трех сегментов. Масса объекта составляет 110 кг.

Цель работы – разработка математической модели измерительной системы многопозиционного контроля для контроля геометрических параметров крупногабаритной обечайки.

Требования по точности определения координат контролируемых точек определяются исходя из допустимого отклонения точек от требуемого контура, которое должно составлять не более ± 3 мм. При этом требуемая точность определения каждой точки – не хуже 0,1 мм. Поэтому погрешность измерительной системы не должна превышать хотя бы половины этого значения.

Одной из основных задач при проведении многопозиционного контроля является установление взаимосвязи между результатами измерений, полученными с разных стоянок трекера. Чтобы узнать точное расположение стоянок трекера в общей системе координат, достаточно использовать только информацию о дальности от каждой стоянки до опорных точек (точки, необходимые для привязки стоянок трекера). Теоретическая основа для этого – метод трилатерации, когда используются три станции, или, в общем случае, мультилатерация [4, 7].

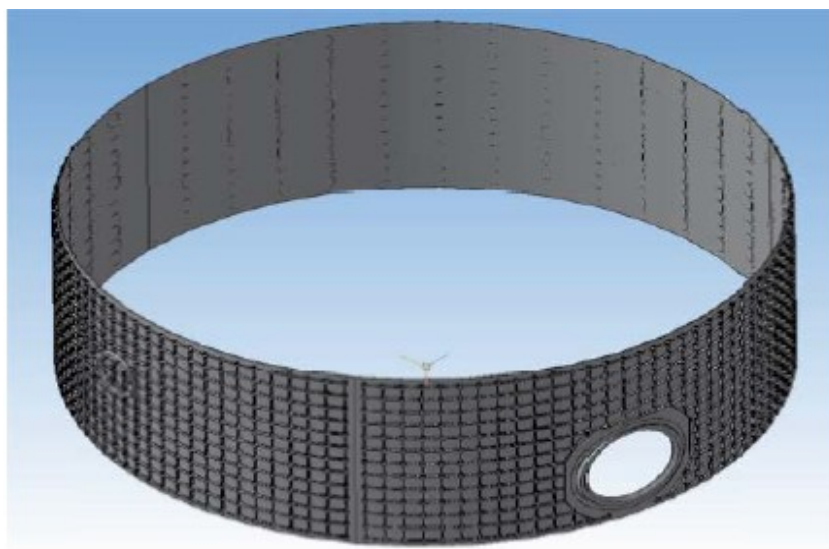


Рис. 1. Объект испытаний

Для осуществления привязки результатов измерений с разных стоянок трекера можно предположить, что одна из стоянок трекера находится в начале координат (рис. 2а). Положение второй стоянки определяет ось x , то есть второй трекер расположен на известном расстоянии X_2 от этой оси. Предполагается, что третья стоянка находится в известной координате на плоскости XY ($X_3; Y_3; 0$). Затем координаты (x, y, z) цели R можно определить из системы трех уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = d_1^2, \\ (x - X_2)^2 + y^2 + z^2 = d_2^2, \\ (x - X_3)^2 + (y - Y_3)^2 + z^2 = d_3^2, \end{cases} \quad (1)$$

где x, y, z – координаты точки в системе координат, соответствующей первой стоянке трекера; d_1, d_2, d_3 – расстояния от первой, второй и третьей стоянок трекера до цели.

Система уравнений (1) включает в себя три известные величины: d_1, d_2 и d_3 , которые представляют собой три измеренных расстояния от каждой из стоянки трекера (S_i) до одной опорной точки (R). Как правило, невозможно точно определить местоположения стоянок трекера относительно друг друга. Добавление 4-го трекера вместе с большим количеством целевых местоположений приводит к большему количеству известных параметров, чем неизвестных, что позволяет одновременно определять местоположение цели и трекера [2]. На рис. 2б имеется 6 неизвестных параметров, связанных с положением 4 стоянок трекера, и 3 неизвестных параметра, связанных с каждой целью R_i . Существует 4 известных расстояния, связанных с каждой целью R_i (одно известное расстояние от каждой стоянки трекера до цели). Если есть 6 целей, то есть 24 неизвестных параметра, подлежащих определению, поэтому необходимо решить систему из 24 уравнений.

Таким образом, координаты 6 целей могут быть определены вместе с координатами трекеров. Эта самокалибровка, то есть возможность определять точное местоположение трекера в общей системе координат, является ключом к реализации мультilaterации на практике. Использование более 6 целей (с 4 трекерами) обеспечивает избыточность, тем самым повышая точность определения координат объекта.

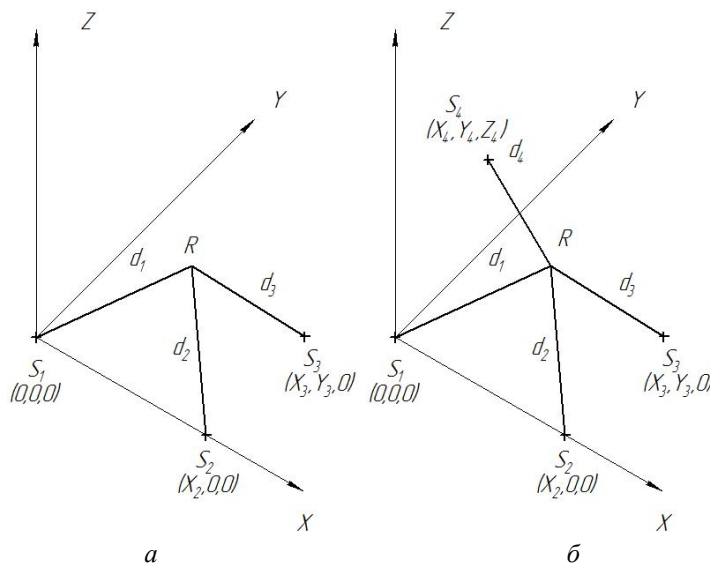


Рис. 2. Трилатерация (а); мультilaterация с четырьмя стоянками трекеров (б)

Имея четыре стоянки лазерного трекера, для осуществления мультилатерации мы должны задать шесть опорных точек, чтобы составить 6 систем уравнений и определить положения этих точек вместе с положениями стоянок трекера.

Взаимосвязь между координатами цели, измеренной с четырех стоянок трекера, определяется системой уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = d_1^2, \\ (x - X_2)^2 + y^2 + z^2 = d_2^2, \\ (x - X_3)^2 + (y - Y_3)^2 + z^2 = d_3^2, \\ (x - X_4)^2 + (y - Y_4)^2 + (z - Z_4)^2 = d_4^2. \end{cases} \quad (2)$$

Расстояния d_1 , d_2 , d_3 и d_4 показаны на рис. 2.

Эту систему уравнений можно представить в следующем виде, подставив первое уравнение в остальные:

$$-2 \begin{bmatrix} X_2 & 0 & 0 \\ X_3 & Y_3 & 0 \\ X_4 & Y_4 & Z_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_2^2 - d_1^2 - X_2^2 \\ d_3^2 - d_1^2 - X_3^2 - Y_3^2 \\ d_4^2 - d_1^2 - X_4^2 - Y_4^2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Отсюда видно, что координата Z_4 не может быть равна нулю при существовании обратной матрицы коэффициентов в левой части уравнения. То есть для решения задачи мультилатерации четвертая стоянка трекера не должна занимать плоскость, определяемую тремя другими стоянками. Это допущение, которое необходимо сделать, чтобы реализовать метод мультилатерации.

В то время как неопределенность в измерениях дальности отдельного лазерного трекера может быть небольшой, то есть порядка нескольких микрометров, неопределенность в измеряемой координате точки в некоторых случаях может быть значительно большей. Повышенная неопределенность может быть результатом неоптимальной геометрии измерения; пример представлен на рис. 3а [4]. Рассмотрим два трекера T_1 и T_2 , с известным расстоянием d друг от друга. Предположим, что существует некоторая неопределенность в измерениях дальности до каждой из трех целей от двух трекеров. Эта неопределенность показана в виде кольцевой области с центром в номинальном целевом положении. Область перекрытия между кольцами от двух стоянок является областью неопределенности в целевой координате. Два кольца для цели A пересекаются таким образом, чтобы обеспечить небольшую зону неопределенности. В случае целей B и C дальномерные оси трекеров параллельны или почти параллельны, в результате чего два кольца пересекаются, образуя большую зону неопределенности. Также для случая 3D-измерений показано, что погрешность измерения наименьшая, когда трекеры расположены в тетраэдрическом порядке, а мишени окружены трекерами (см. рис. 3б).

Хотя тетраэдрическая конфигурация измерительной системы и обладает самой высокой точностью, в нашем случае она непрактична, потому что обечайка имеет форму круга и будет правильно проводить измерения с четырех равноудаленных стоянок, которые находятся в одной плоскости. Если разместить одну из стоянок трекера значительно выше остальных, это скажется на его точности измерения. В этом случае целесообразно принять за начало системы координат положение одной из опорных точек, как это показано на рис. 4 [4].

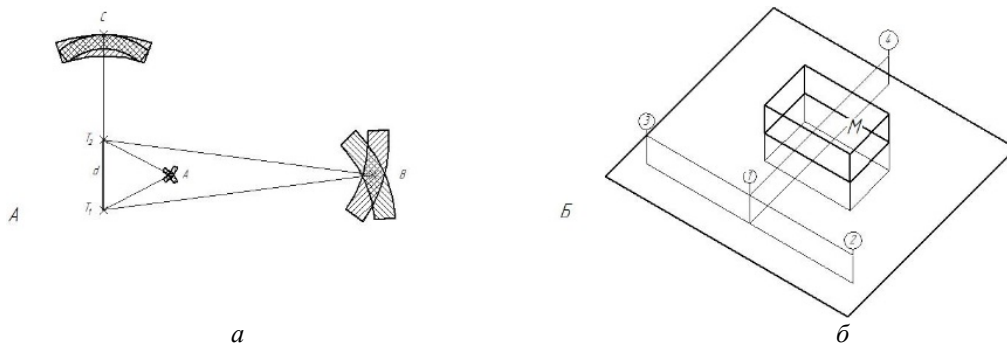


Рис. 3. Область неопределенности для трех целевых объектов (а); равносторонне-тетраэдрическое расположение трекеров (1–4) с заключенным внутри объектом измерения M (б)

Исходя из этого схема измерения рассматриваемого образца должна предполагать, что все стоянки трекера должны располагаться в одной плоскости для достижения оптимальной конфигурации измерительной системы. Тогда система уравнений для расстояний от каждой из стоянок трекера до точек на поверхности обечайки и до опорных точек примет такой вид:

$$\begin{cases} \sqrt{(X_j - x_i)^2 + (Y_j - y_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} = L_j + l_{ij}; \\ \sqrt{(X_j - x_{rk})^2 + (Y_j - y_{rk})^2 + (Z_j - z_{rk})^2} = L_j + l_{kj}, \end{cases} \quad (4)$$

$i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, 3, 4; k = 1, 2, \dots, 6,$

где L_{ij} – расстояние между j -й стоянкой трекера и i -й измеряемой точкой на объекте; l_{kj} – расстояние между k -й опорной точкой и j -й стоянкой трекера; L_j – расстояние между первой опорной точкой и j -й стоянкой трекера. L_j может быть выражено так:

$$L_j = \sqrt{(X_j - x_{r1})^2 + (Y_j - y_{r1})^2 + (Z_j - z_{r1})^2}, \quad (5)$$

где x_{r1} , y_{r1} и z_{r1} – координаты первой опорной точки, соответствующей началу системы координат.

Координаты местоположения стоянки лазерного трекера $S_j(X_j, Y_j, Z_j)$, измеренные точки (x_i, y_i, z_i) и опорные точки (x_{rk}, y_{rk}, z_{rk}) , называемые параметрами системы, неизвестны и требуют определения в процессе измерения трекера [5].

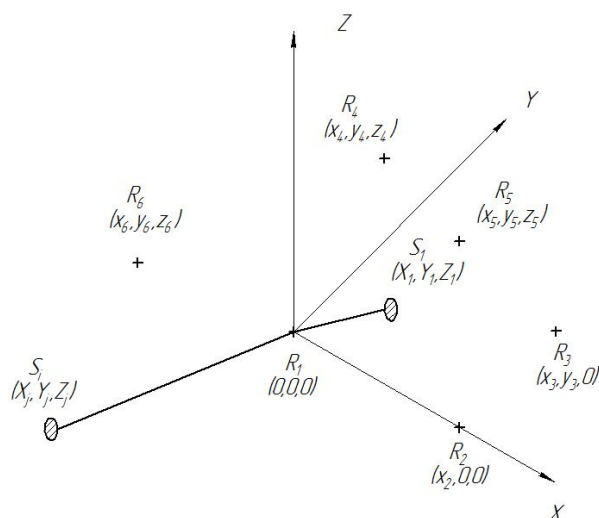


Рис. 4. Схема мультилатерации с началом координат в опорной точке

Определение координат опорных точек, координат стоянок трекера

В данном разделе будет рассмотрен выбор параметров измерительной системы для многопозиционного контроля крупногабаритной обечайки. При этом стоянки трекера должны являться вершинами воображаемого квадрата. Располагаться они должны на одном расстоянии от обечайки. Зная оптимальный диапазон углов измерения ($\pm 20^\circ$) [6], можно определить расстояние от стоянок трекера до обечайки.

Радиус обечайки: $R = 2050 \text{ мм} \Rightarrow c = 2\pi R = 12880,5 \text{ мм}$.

Длина участка, который берет на себя один трекер, равна $\frac{c}{4} = 3220 \text{ мм}$.

Примем этот участок за прямую, как хорду, соответствующей дуге 3220 мм при радиусе 2050 мм. Длина этой хорды будет $l = 2R \cdot \sin \alpha = 2900 \text{ мм}$, где $\alpha = 45^\circ$.

Тогда из равнобедренного треугольника с известными углом в 40° и противолежащей ему стороной найдем медиану, которая и будет искомым расстоянием от трекера до обечайки:

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{l}{2x} \Rightarrow \frac{1450}{x} = 0,364 \Rightarrow x = 3,98 \text{ м}. \quad (6)$$

Расстояние от трекера до края обечайки будет равно 3,98 м. Желательно взять его немного больше, допустим 4,5 м, чтобы значение в критических точках получалось измеренным с двух стоянок и соответственно усредненным, тогда уменьшится погрешность в этих точках. В таком случае трекер должен располагаться чуть выше края обечайки – на высоте 1600 мм, чтобы все опорные точки попадали в поле зрения трекера, а обечайка попадала в наилучший диапазон измерения по высоте.

На рис. 5 изображено расположение стоянок лазерного трекера относительно цилиндрической обечайки.

Точка *A* показывает градусный ряд, в котором все измерительные точки будут лежать на границе поля обзора трекеров. В этих точках погрешность измерения координат будет максимальной [4]. В данном случае таких точек 36 (по 9

точек в каждом из 4 градусных рядов). Такой шаг был взят исходя из требований точности определения отклонений от требуемого контура – погрешность определения деформаций в каждой контрольной точке должна быть не более 50 мкм исходя из производительности измерений и возможности учета внесения деформаций в объект, т. е. учета дополнительной погрешности измерений.

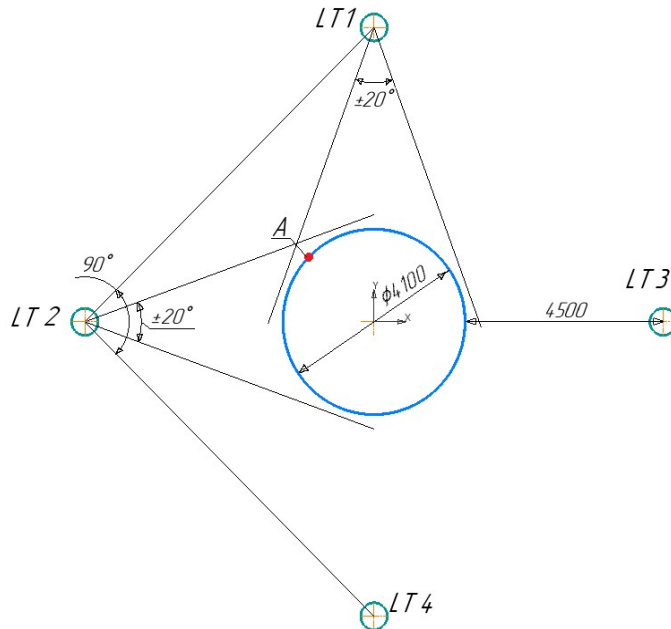


Рис. 5. Расположение стоянок трекера (вид сверху)

За начало координат измерительной системы (основная система координат) было принято положение первой опорной точки R_1 . Для того чтобы однозначно определить координаты контролируемых точек на обечайке, необходимо создать привязку четырех систем координат, связанных с четырьмя стоянками трекера. Для этого в процессе измерения обечайки нужно измерить и расстояние до опорных точек, чтобы в дальнейшем привязать системы координат стоянок трекера к основной системе координат. Тогда возможно определить координаты измеренных точек обечайки в единой системе координат. Для упрощения дальнейших расчетов желательно располагать стоянки трекера вдоль общих осей [7].

Для начала нужно определить положение опорных точек. Так как геометрия объекта не позволяет взять эти точки на обечайке или на уровне пола, то нужно будет устанавливать их дополнительно на специальных штативах. Для четырех стоянок трекера, как было показано ранее, необходимо будет установить 6 отражателей, чтобы добиться самоопределения их координат. Установить их надо выше обечайки, так, чтобы они попадали в поле видения всех четырех трекеров, и при этом необходимо будет соблюдать допущения, рассмотренные в том же пункте.

Расположение опорных точек $R_i(x_i; y_i; z_i)$ и стоянок трекера $LT_j(x_j; y_j; z_j)$ приведено на общей схеме на рис. 6 и 7.

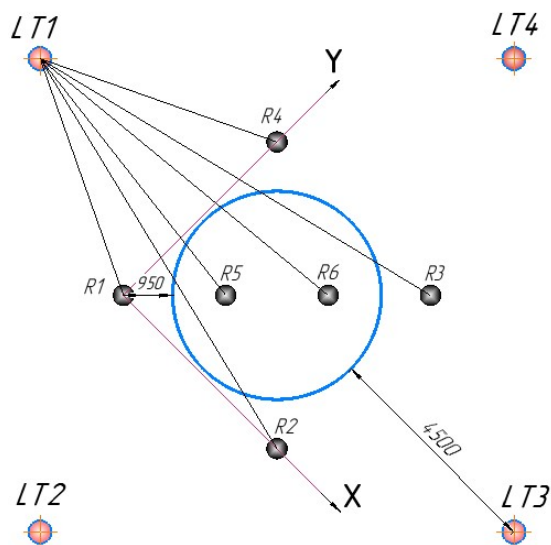


Рис. 6. Конфигурация измерительной системы – вид сверху

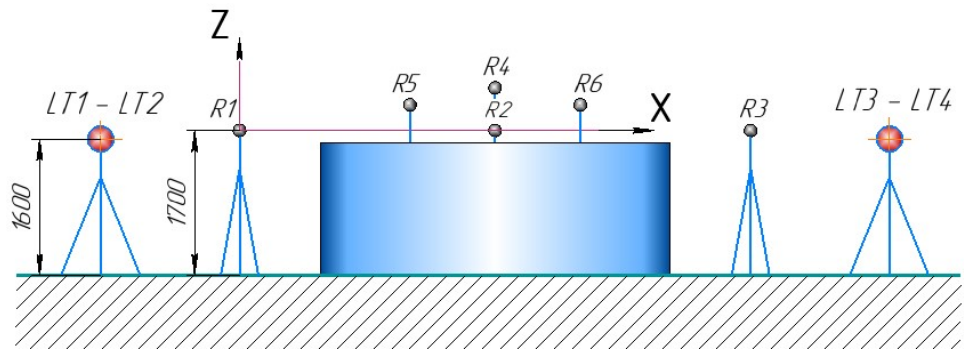


Рис. 7. Конфигурация измерительной системы – вид спереди

Условия расположения опорных точек (отражателей):

- все отражатели должны быть видны со всех четырех стоянок трекера;
- отражатели R_1 , R_2 и R_3 образуют плоскость, а остальные отражатели должны находиться вне этой плоскости.

Исходя из этого были выбраны координаты расположения элементов системы в единой системе координат:

$$\begin{aligned}
 &R_1(0; 0; 0); R_2(4300; 0; 0); R_3(4300; 4300; 0); R_4(0; 4300; 500); \\
 &R_5(1400; 1400; 300); R_6(2800; 2800; 300); LT_1(-4428; 2121; -100); \\
 <_2(2121; -4428; -100); LT_3(8670; 2121; -100); LT_4(2121; 8670; -100).
 \end{aligned}$$

Так как трекер проводит измерения в полярной системе координат (измеряется расстояние и два угла), то все его измерения необходимо будет перевести в декартову систему с помощью системы уравнений вида

$$\begin{cases} X_m = l_m \cdot \cos(\alpha_m) \cdot \sin(\beta_m), \\ Y_m = l_m \cdot \sin(\alpha_m) \cdot \sin(\beta_m), \\ Z_m = l_m \cdot \cos(\beta_m), \end{cases} \quad (7)$$

где α_m – горизонтальный угол, β_m – вертикальный угол, l_m – расстояние от трекера до цели (рис. 8).

Это уравнение необходимо будет применить для каждой измеренной точки.

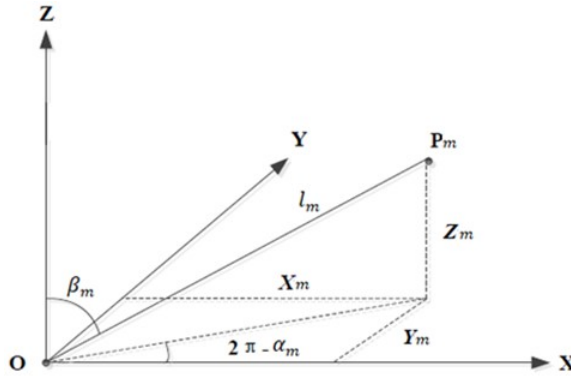


Рис. 8. Связь полярной и декартовой систем координат

После проведения измерений со всех четырех позиций трекера мы имеем все данные, чтобы составить систему уравнений методом мультилатерации и определить точные координаты стоянок трекера. Таким образом можно будет привязать все измерения к одной системе координат.

Ниже записана система, состоящая из 24 уравнений, определяющая взаимосвязь между координатами точек и определяемыми расстояниями:

$$\begin{cases} \sqrt{(X_1 - 0)^2 + (Y_1 - 0)^2 + (Z_1 - 0)^2} = L_{11}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r2})^2 + (Y_1 - 0)^2 + (Z_1 - 0)^2} = L_{12}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r3})^2 + (Y_1 - y_{r3})^2 + (Z_1 - 0)^2} = L_{13}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r4})^2 + (Y_1 - y_{r4})^2 + (Z_1 - z_{r4})^2} = L_{14}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r5})^2 + (Y_1 - y_{r5})^2 + (Z_1 - z_{r5})^2} = L_{15}; \\ \sqrt{(X_1 - x_{r6})^2 + (Y_1 - y_{r6})^2 + (Z_1 - z_{r6})^2} = L_{16}; \\ \sqrt{(X_2 - 0)^2 + (Y_2 - 0)^2 + (Z_2 - 0)^2} = L_{21}; \\ \dots \\ \sqrt{(X_4 - x_{r6})^2 + (Y_4 - y_{r6})^2 + (Z_7 - z_{r6})^2} = L_{46}, \end{cases} \quad (8)$$

где (X_i, Y_i, Z_i) – координаты стоянок трекера, $i = (1, 2, 3, 4)$; (x_{rj}, y_{rj}, z_{rj}) – координаты опорных точек, $j = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$; L_{ij} – расстояние от i -й стоянки трекера до j -й опорной точки.

В этой системе уравнений имеется 24 известных параметра – L_{ij} и 24 неизвестных параметра – (X_i, Y_i, Z_i) , (x_{rj}, y_{rj}, z_{rj}) . Решая эту систему уравнений в любой удобной программе, мы определяем координаты стоянок трекера и координаты шести опорных точек в единой системе координат.

После проведения всех измерений и осуществления метода мултилатерации имеются: координаты измеренных точек обечайки (x_{kj}, y_{kj}, z_{kj}) в системе координат трекера; координаты опорных точек (x_{rj}, y_{rj}, z_{rj}) в системе координат трекера; координаты стоянок трекера в единой системе координат (X_i, Y_i, Z_i) ; координаты опорных точек (x_r, y_r, z_r) в единой системе координат. Итоговая задача – определить координаты измеренных точек обечайки (x_k, y_k, z_k) в единой системе координат.

Расчет максимально допустимой погрешности системы контроля

В данной системе контроля есть несколько элементов, каждый из которых вносит вклад в суммарную погрешность.

Как следует из уравнения (7), погрешности измерения этих координат будут зависеть от погрешностей этих параметров и будут выражаться так:

$$u_x = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial x}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \alpha} \right)^2 \Delta \alpha^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial \beta} \right)^2 \Delta \beta^2 \right]}; \quad (9)$$

$$u_y = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial y}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha} \right)^2 \Delta \alpha^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta} \right)^2 \Delta \beta^2 \right]}; \quad (10)$$

$$u_z = \sqrt{\left[\left(\frac{\partial z}{\partial l} \right)^2 \Delta l^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \beta} \right)^2 \Delta \beta^2 \right]}. \quad (11)$$

Так как инструментальные погрешности недетерминированы, т. е. являются случайной величиной, нельзя рассчитать их значения, но можно рассчитать максимально возможную неопределенность измерений исходя из значений, приведенных в документации на трекер [8]. Отсюда видно, что точность определения этих параметров зависит от расстояния до контролируемого объекта. Следовательно, зная конфигурацию системы, расстояние от стоянок трекера до обечайки, можно рассчитать инструментальные максимально возможные погрешности элементов трекера.

Расстояние от стоянки трекера до ближайшей точки на обечайке равно 4500 мм, а расстояние до самой дальней контролируемой точки можно найти как гипотенузу в прямоугольном треугольнике, где катет – это половина хорды l . Тогда это расстояние будет равно 5300 мм.

Максимально допустимая погрешность измерения расстояния равна $\varepsilon_i = \pm 10$ мкм или $\pm 0,7$ мкм/м. За максимально допустимую погрешность измерений при-

нимается наибольшая из этих двух величин на соответствующем расстоянии. Поэтому на расстоянии 5,3 м ее значение можно принять за $\varepsilon_i = \pm 10$ мкм.

Максимально допустимое значение погрешности измерения углов равно $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = \pm 3,5$ мкм/м, тогда на расстоянии 5,3 м она будет равна $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta = \pm 18,5$ мкм = 0,72.

Рассчитав погрешности измерения координат, можно рассчитать максимально допустимую суммарную погрешность измерения точки трекером с помощью формулы

$$u_1 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}. \quad (12)$$

С учетом уравнения (7) можно записать:

$$\frac{\partial x}{\partial l} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial l} = \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m = \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ = 0,32;$$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \alpha} = \frac{10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,173;$$

$$\frac{\partial x}{\partial \beta} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \beta} = \frac{10 \cdot \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,173;$$

$$u_x = \sqrt{\left((0,32)^2 \cdot 10^2 + (0,173)^2 \cdot 18,5^2 + (0,173)^2 \cdot 18,5^2 \right)} = 5,5 \text{ мкм};$$

$$\frac{\partial y}{\partial l} = \frac{\partial l_m \cdot \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial l} = \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m = \cos 20^\circ \cdot \sin 20^\circ = 0,12;$$

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = \frac{\partial l_m \cdot \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \alpha} = \frac{10 \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,06;$$

$$\frac{\partial y}{\partial \beta} = \frac{\partial l_m \cdot \sin \alpha_m \cdot \sin \beta_m}{\partial \beta} = \frac{10 \cdot \sin 20^\circ \cdot \sin 20^\circ}{18,5} = 0,06;$$

$$u_y = \sqrt{\left((0,12)^2 \cdot 10^2 + (0,06)^2 \cdot 18,5^2 + (0,06)^2 \cdot 18,5^2 \right)} = 1,98 \text{ мкм};$$

$$\frac{\partial z}{\partial l} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \beta_m}{\partial l} = \cos 20^\circ = 0,94;$$

$$\frac{\partial z}{\partial \beta} = \frac{\partial l_m \cdot \cos \beta_m}{\partial \beta} = \frac{10 \cdot \cos 20^\circ}{18,5} = 0,5;$$

$$u_z = \sqrt{\left((0,94)^2 \cdot 10^2 + (0,5)^2 \cdot 18,5^2 \right)} = 13,2 \text{ мкм}.$$

Тогда рассчитанная максимально допустимая неопределенность измерения точки трекера будет равна

$$u_1 = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \sqrt{5,5^2 + 1,98^2 + 13,2^2} = \pm 14,4 \text{ мкм}. \quad (13)$$

Это значение было рассчитано с учетом того, что процесс измерения проводится в помещении при нормальных условиях: $t_B = +20^\circ \text{C}$.

Максимально допустимое значение пространственной погрешности (с учетом и дальности, и угла), которое значится в документации на трекер, составляет

$$u_1 = \pm (10 + 0,5 \text{ мкм/м}) = \pm 12,6 \text{ мкм}.$$

Таким образом, максимально допустимое значение пространственной погрешности данной системы и значение, которое указано в документации, практи-

чески совпадают, но самое главное, что данная измерительная система удовлетворяют требуемой точности.

Экспериментальные исследования

С помощью выбранной конфигурации измерительной системы были проведены измерения геометрических параметров для крупногабаритной обечайки.

Измерено 276 точек на наружной поверхности образующей макета обечайки бака. Для определения отклонения поверхности от теоретического контура в программном обеспечении Spatial Analyzer была построена цифровая модель теоретического контура сборки. Было произведено сравнение измеренных контрольных точек с поверхностью цифровой модели.

На рис. 9–12 показаны векторы отклонений от действительного размера. Знак «←» в значении отклонения означает, что вектор отклонения направлен внутрь обечайки. Максимальное отклонение от оси обечайки составило +1,541 мм; внутрь – 4,187 мм.

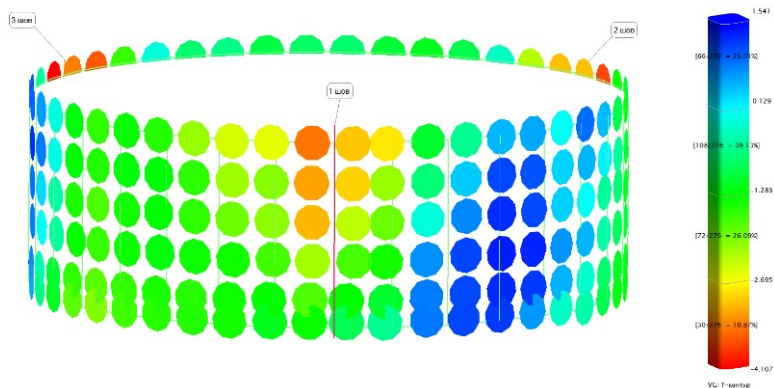


Рис. 9. Векторная схема отклонений контрольных точек от цилиндра со стороны первого шва

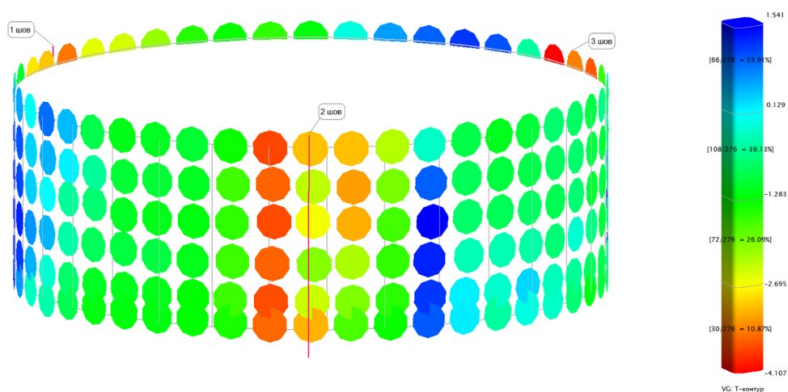


Рис. 10. Векторная схема отклонений контрольных точек от цилиндра со стороны второго шва

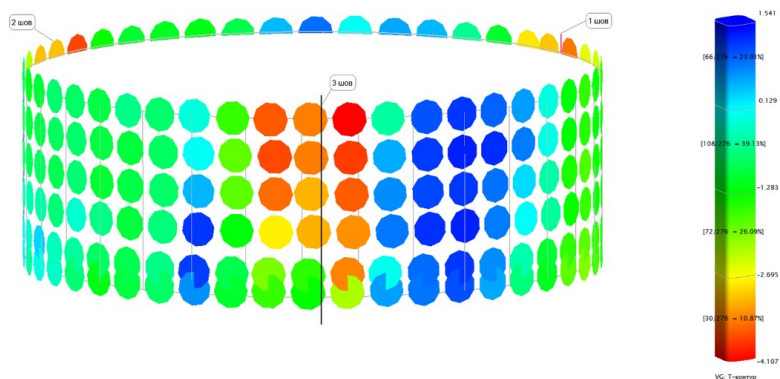


Рис. 11. Векторная схема отклонений контрольных точек от цилиндра со стороны третьего шва

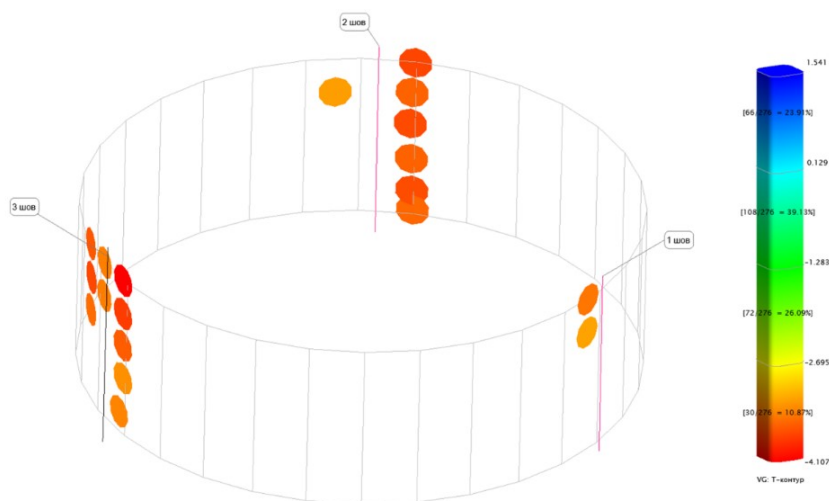


Рис. 12. Векторы, вышедшие за пределы допуска

Значение погрешности, полученное практическим методом, составило порядка 50 мкм. Разница между расчетными и практическими значениями погрешности связана с тем, что при рассмотрении теоретических подходов не учитывались факторы окружающей среды, которые вносят дополнительную неопределенность. Исходя из требований конструкторской документации измерения точек должны производиться с погрешностью не более 100 мкм/точку; принимая во внимание указанное ранее, можно заключить, что результаты проведенных измерений валидны, тем самым уменьшается вероятность ошибки, полученной в ходе измерений.

Заключение

Выбранная в данном исследовании система стоянок лазерного трекера позволяет достигнуть наилучшего обзора объекта измерений и провести дополнительные измерения «проблемных» зон на границах обзора трекера. Указанный в работе вариант расположения опорной сети упрощает проведение расчетов, связанных с определением систематической погрешности и возможных ошибок, при локализации лазерного трекера. Процесс локализации лазерного трекера ос-

нован на принципе мультилатерации, т. е. при проведении измерений необходимо знать координаты минимум трех постоянных точек в пространстве; в данной измерительной системе их 6. Каждая из этих точек измеряется с некоторой неопределенностью, и при сопоставлении координат в единой системе координат, полученной путем привязки стоянок лазерных трекеров, возможно оценить эти отклонения как по осям, так и суммарно относительно каждой из 6 имеющихся точек. Максимальное такое отклонение мы и принимаем за погрешность локализации. Исходя из расчетов, полученных с учетом математической модели, значение максимально допустимой неопределенности измерения и максимально допустимое значение пространственной погрешности составили 14,4 и 12,6 мкм соответственно, что также удовлетворяет условиям поставленной задачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кирилин А.Н., Анишаков Г.П., Ахметов Р.Н. и др. Космическое аппаратостроение: научно-технические исследования и практические разработки. ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс». Самара: АГНИ, 2011. 280 с.
2. Шилин А.Н. Анализ методов и схем измерения геометрических параметров обечаек в процессе их формообразования // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2002. № 8. С.24–28.
3. Сницарук Д.Г., Шилин А.Н. Система технического зрения робота для контроля геометрических параметров обечаек // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2019. № 8. С. 36–43.
4. Muralikrishnan B., Phillips S., Sawyer D. Laser Trackers for Large Scale Dimensional Metrology: A Review // Precision Engineering. V. 44 (2016). Pp. 13–28.
5. Takatsuji T., Goto M., Kirita A., Kurosawa T., Tanimura Y. The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration // IOP Meas. Sci. Technol.; 11(5). 2000. Pp. 477–483.
6. Han Wang, Zhongxi Shao, Zhaoyan Fan, Zhenyu Han. Configuration optimization of laser tracker stations for position measurement in error identification of heavy-duty machine tools // Meas. Sci. Technol. 30 (2019) 045009 (12 pp).
7. Aguado S., Pérez P., Albajez J.A., Santolaria J. Configuration Optimisation of Laser Tracker Location on Verification Process // Design and Manufacturing Engineering Department. 2019. 13 p.
8. Muelaner J.E. Uncertainty of measurement for large product verification: evaluation of large aero gas turbine engine // Meas. Sci. Technol. 27 (2016) 115003 (12 pp).
9. Jie Li, Jie Yang, Shibin Wu & Xuedong Cao. Flatness measurement of large flat with two station laser trackers // International Journal of Optomechatronics. 2018. 12 (1). Pp. 53–62.
10. API. API Radian 3D Laser Tracker Systems Brochure. Available online: <https://apisensor.com/products/3d-laser-tracker-systems/radian/> (accessed on 15 April 2021).

Статья поступила в редакцию 19 мая 2022 г.

MATHEMATICAL MODEL OF LASER TRACKER MEASURING SYSTEM FOR MULTIPLE CONTROL OF LARGE CONSTRUCTIONS

N.A. Sazonnikova¹, R.V. Uklein²

¹ Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

² JSC Space Rocket Center «Progress»
18, Zemet st., Samara, 443009, Russian Federation

E-mail: nasazonnikova@yandex.ru

Abstract. *Laser trackers are widely used to non-contact measure large-scale aerospace products. If it is impossible to inspect the entire product with a single laser tracker with a fixed position, multi-station inspection is used. This paper aims to describe the multi-station control of large-sized products geometry with using a laser tracker as a measuring tool. A three-segment welded cylindrical shell with a diameter of 4100 mm, a height of 1560 mm and a thickness of 24 mm is considered as an object of control. The coordinates of laser tracker and enhanced referring system points are determined from the conditions of their full visibility and the minimum measurement error. A mathematical model of the measuring system for large shell multi-station control for determining the relationship between the coordinates of points measured from different stations of the laser tracker is constructed. The reference points coordinates and laser tracker station coordinates of the measuring system are established in order to minimize the number of mathematical model unknown variables. The calculation results of the of the selected measuring system maximum allowable error was carried out. The experimental studies were carried out to confirm the main mathematical model assumptions. 276 points on the outer surface of the large shell were measured with laser tracker. To determine the deviation of the surface from the theoretical contour, a digital model of the theoretical contour of the assembly was built in the Spatial Analyzer software. The measured control points were compared with the surface of the digital model. The results of the experimental studies confirmed the main mathematical model approaches and showed that the error of the measuring system corresponds to the required values.*

Keywords: *laser tracker, shell, CAD model, reference point, multilateration*

REFERENCES

1. Kirilin A.N., Anshakov G.P., Akhmetov R.N. Kosmicheskoe apparatostroenie: nauchno tekhnicheskie issledovaniya I prakticheskie razrabotki. SSERSC «TsSKB–Progress». Samara: AGNI, 2011. 280 p. [In Russian].
2. Shilin A.N. Analysis of methods and schemes for measuring geometric parameters of shells in the process of their shaping // Priborysistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika. 2002. № 8. Pp. 24–28. [In Russian].
3. Snitsaruk D.G., Shilin A.N. The robot's vision system for controlling the geometric parameters of the shells // Priborysistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika. 2019. № 8. Pp. 36–43. [In Russian].
4. Muralikrishnan B., Phillips S., Sawyer D. Laser Trackers for Large Scale Dimensional Metrology: A Review // Precision Engineering. V. 44 (2016). Pp. 13–28.
5. Takatsuji T., Goto M., Kirita A., Kurosawa T., Tanimura Y. The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration // IOP Meas. Sci. Technol.; 11(5). 2000. Pp. 477–483.

¹ Nadezhda A. Sazonnikova (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

² Roman V. Uklein, Design Engineer.

6. *Han Wang, Zhongxi Shao, Zhaoyan Fan, Zhenyu Han.* Configuration optimization of laser tracker stations for position measurement in error identification of heavy-duty machine tools // *Meas. Sci. Technol.* 30 (2019) 045009 (12 pp).
7. *Aguado S., Pérez P., Albajez J.A., Santolaria J.* Configuration Optimisation of Laser Tracker Location on Verification Process // *Design and Manufacturing Engineering Department.* 2019. 13 p.
8. *Muelaner J.E.* Uncertainty of measurement for large product verification: evaluation of large aero gas turbine engine // *Meas. Sci. Technol.* 27 (2016) 115003 (12pp).
9. *Jie Li, Jie Yang, Shibin Wu & Xuedong Cao.* Flatness measurement of large flat with two station laser trackers // *International Journal of Optomechatronics.* 2018. 12(1). Pp. 53–62.
10. API. API Radian 3D Laser Tracker Systems Brochure. Available online:<https://apisensor.com/products/3d-laser-tracker-systems/radian/> (accessed on 15 April 2021).