

УДК 621.3.078

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОГО СЛЕДЯЩЕГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С УЧЕТОМ РАЗНЫХ ПЕРИОДОВ ДИСКРЕТИЗАЦИИ В РЕГУЛЯТОРАХ

*Д.Ю. Рокало\**

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: a.p.cs@yandex.ru

**Аннотация.** В статье рассматривается цифровой следящий электропривод переменного тока, структурное построение которого отличается от традиционных систем подчиненного регулирования. Приведена структурная схема электропривода при переходе к дискретным передаточным функциям. Определены передаточные функции цифровых регуляторов с учетом предполагаемого алгоритма их работы. Приведена расчетная модель для программы «Matlab Simulink» позволяющая построить график переходного процесса по управляющему воздействию в разработанном цифровом следящем электроприводе переменного тока при реализации регуляторов на программируемой логике с учетом разных периодов дискретизации. Получены передаточные функции асинхронного электродвигателя совместно с силовым преобразователем и экстраполятором нулевого порядка. Найдена дискретная передаточная функция замкнутого следящего электропривода с учетом разных периодов дискретизации в регуляторах. Натурные эксперименты проводились в экспериментальной установке на базе поворотного стола модели СК36-1202, оснащенного синхронным двигателем 1FK70605AF71 с частотным преобразователем Simovert Masterdrives Motion Control. Производится сравнение результатов компьютерного моделирования с натурными экспериментами.

**Ключевые слова:** следящий электропривод, асинхронный электродвигатель, синхронный двигатель, дискретная передаточная функция, экстраполятор нулевого порядка.

Необходимым направлением разработки быстродействующих следящих электроприводов с асинхронными исполнительными двигателями является поиск новых способов их структурного построения. При этом необходимо помнить, что техническая реализация всех современных электроприводов осуществляется на базе специализированных цифровых микроконтроллеров. Поэтому актуальной является разработка математических моделей новых следящих электроприводов, учитывающих цифровой характер передачи управляющих воздействий.

Цель данной статьи заключается в создании математической модели цифрового следящего электропривода переменного тока с учетом разных периодов дискретизации в регуляторах.

---

\* Даниил Юрьевич Рокало, доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика», кандидат технических наук.

Структурная схема быстродействующего следящего электропривода переменного тока приведена на рис. 1 [1–3]. Данный принцип построения следящего электропривода применим как с асинхронным, так и с синхронным исполнительным двигателем.

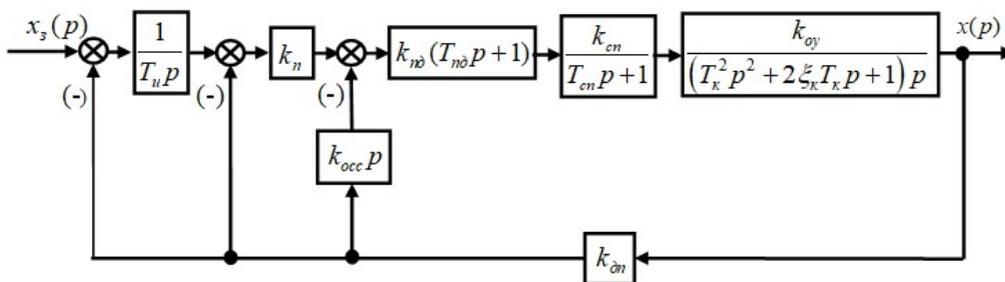


Рис. 1. Структурная схема быстродействующего следящего электропривода переменного тока

Передаточная функция объекта управления представлена интегрально-колебательным звеном

$$W_{об}(p) = \frac{k_{об}}{(T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1)p}, \quad (1)$$

где  $k_{об}$  – коэффициент передачи объекта;  $T_k$  – постоянная времени колебательной составляющей;  $\xi_k$  – коэффициент демпфирования;  $p$  – комплексная переменная. Тут необходимо отметить, что передаточная функция соответствует синхронной машине, работающей в режиме бесколлекторного двигателя постоянного тока (или вентильного двигателя), и асинхронному двигателю при скалярном частотном управлении.

Передаточная функция преобразователя частоты представляет собой аperiодическое звено

$$W_{сн}(p) = \frac{k_{сн}}{T_{сн} p + 1}, \quad (2)$$

где  $k_{сн}$  – коэффициент передачи преобразователя частоты;  $T_{сн}$  – постоянная времени преобразователя частоты.

Датчик положения представлен безынерционным звеном  $k_{дп}$ .

Следящий электропривод имеет контур скорости и два контура положения. Для организации обратной связи по скорости выходной сигнал датчика положения дифференцируется с помощью звена с передаточной функцией

$$W_{осс}(p) = k_{осс} p, \quad (3)$$

где  $k_{осс}$  – коэффициент передачи преобразователя частоты.

В контуре скорости применен пропорционально-дифференциальный регулятор

$$W_{нд}(p) = k_{нд} (T_{нд} p + 1), \quad (4)$$

где  $k_{пд}$  – коэффициент передачи ПД-регулятора;  $T_{пд}$  – постоянная времени ПД-регулятора.

Во внутреннем контуре положения используется пропорциональный регулятор с коэффициентом передачи  $k_{сн}$ . Во внешнем контуре положения применен интегральный регулятор с передаточной функцией

$$W_{и}(p) = \frac{1}{T_{и}p}, \quad (5)$$

где  $T_{и}$  – постоянная времени регулятора.

Структурное построение на рис. 1 соответствует следящему электроприводу с синхронным исполнительным двигателем [1]. Также все регуляторы (за исключением регуляторов тока) данного электропривода совпадают с регуляторами оригинального асинхронного следящего электропривода с векторным управлением [4, 5]. Отсюда следует, что можно воспользоваться разработанными методиками синтеза регуляторов [1, 2, 6]. Отличительная особенность данной методики синтеза рассматриваемого следящего электропривода заключается в том, что она позволяет выбрать параметры регуляторов такими, чтобы их можно было реализовать средствами цифровой техники, например цифрового интегрального регулятора [12]. Для скалярного управления асинхронным двигателем можно использовать модулятор [7]. Для синхронного двигателя с постоянными магнитами на роторе можно использовать устройство, формирующее трапецеидальное напряжение в функции угла поворота ротора [8].

Структурная схема следящего электропривода переменного тока при переходе к дискретным передаточным функциям приведена на рис. 2, где  $W_0(z)$  – дискретная передаточная функция непрерывной части с учетом экстраполятора нулевого порядка. В непрерывную часть входят силовой преобразователь, электродвигатель и исполнительный механизм. Силовой преобразователь выполняет одновременно функцию экстраполятора, запоминает цифровой код  $N_{пд}$  с выхода пропорционально-дифференциального регулятора на период  $T$ .

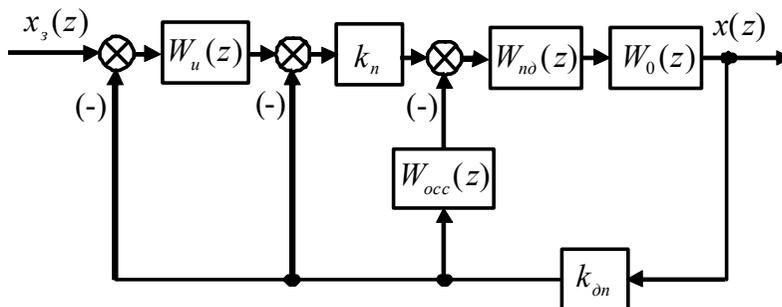


Рис. 2. Структурная схема разрабатываемого цифрового следящего электропривода переменного тока при переходе к дискретным передаточным функциям

Дискретная передаточная функция непрерывной части с учетом экстраполятора нулевого порядка [9]

$$W_0(z) = \frac{x(z)}{N_{\text{нд}}(z)} = k_{\text{сн}} k_{\text{оу}} \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{1}{p^2 (T_{\kappa}^2 p^2 + 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} p + 1)} \right\}, \quad (6)$$

где  $z = e^{pT}$  – комплексная переменная;  $T$  – период дискретизации по времени, причем  $T = T_{\text{сн}}$ .

Так как непрерывная часть представляет собой интегрально-колебательное звено, то дискретная передаточная функция (6) будет иметь следующий вид [10]:

$$W_0(z) = \frac{x(z)}{N_{\text{нд}}(z)} = k_{\text{сн}} k_{\text{оу}} \frac{az^2 + bz + c}{(z-1)(z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2)}, \quad (7)$$

где  $a = T - 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} (1 - d \cos \beta T) - \frac{1 - 2\xi_{\kappa}^2}{\beta} d \sin \beta T$ ;  $d = e^{-\frac{\xi_{\kappa} T}{T_{\kappa}}}$ ;  $\beta = \frac{\sqrt{1 - \xi_{\kappa}^2}}{T_{\kappa}}$ ;

$$b = 2 \left[ \xi_{\kappa} T_{\kappa} (1 - d^2) + \frac{1 - 2\xi_{\kappa}^2}{\beta} d \sin \beta T - Td \cos \beta T \right];$$

$$c = Td^2 + 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} (d^2 - d \cos \beta T) - \frac{1 - 2\xi_{\kappa}^2}{\beta} d \sin \beta T.$$

Если предположить, что период дискретизации при вычислении производной в пропорционально-дифференциальном регуляторе в  $m_1$  раз больше  $T$ , то дискретная передаточная функция пропорционально-дифференциального регулятора будет иметь следующий вид:

$$W_{\text{нд}}(z) = \frac{k_{\text{нд}} (T_{\text{нд}} + m_1 T) z^{m_1} - k_{\text{нд}} T_{\text{нд}}}{m_1 T z^{m_1}}. \quad (8)$$

Увеличение периода дискретизации необходимо для уменьшения коэффициента при первой разности.

Передаточная функция регулятора второго контура представляет собой пропорциональное звено с коэффициентом передачи

$$W_n(z) = k_n. \quad (9)$$

Дискретная передаточная функция интегрального регулятора:

$$W_{\text{и}}(z) = \frac{Tz}{T_{\text{и}}(z-1)}. \quad (10)$$

Дискретная передаточная функция звена обратной связи:

$$W_{\text{occ}}(z) = \frac{k_{\text{occ}} (z^{m_2} - 1)}{m_2 T z^{m_2}}. \quad (11)$$

Следовательно, с учетом вышеприведенных формул (7), (8), (11) дискретная передаточная функции внутреннего контура будет равна

$$\begin{aligned} W_1(z) &= \frac{x(z)}{N_{\text{нд}}(z)} = \frac{W_{\text{нд}}(z)W_0(z)}{1 + W_{\text{нд}}(z)W_0(z)W_{\text{occ}}(z)k_{\text{он}}} = \\ &= \frac{B_{01}z^{m_1+m_2+2} + B_{11}z^{m_1+m_2+1} + B_{21}z^{m_1+m_2} + B_{31}z^{m_2+2} + B_{41}z^{m_2+1} + B_{51}z^{m_2}}{z^{m_1+m_2+3} + A_{11}z^{m_1+m_2+2} + A_{21}z^{m_1+m_2+1} + A_{31}z^{m_1+m_2} + A_{41}z^{m_1+2} + A_{51}z^{m_1+1} + \\ &\quad + A_{61}z^{m_1} + A_{71}z^{m_2+2} + A_{81}z^{m_2+1} + A_{91}z^{m_2} + A_{101}z^2 + A_{111}z + A_{121}} \end{aligned}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
\text{где } B_{01} &= \frac{k_{\text{нд}}k_{\text{сн}}k_{\text{оу}}a(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1T}; \quad B_{11} = \frac{k_{\text{нд}}k_{\text{сн}}k_{\text{оу}}b(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1T}; \\
B_{21} &= \frac{k_{\text{нд}}k_{\text{сн}}k_{\text{оу}}c(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1T}; \quad B_{31} = -\frac{k_{\text{нд}}k_{\text{сн}}k_{\text{оу}}aT_{\text{нд}}}{m_1T}; \quad B_{41} = -\frac{k_{\text{нд}}k_{\text{сн}}k_{\text{оу}}bT_{\text{нд}}}{m_1T}; \\
B_{51} &= -\frac{k_{\text{нд}}k_{\text{сн}}k_{\text{оу}}cT_{\text{нд}}}{m_1T}; \quad A_{11} = \frac{k_1a(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1m_2T^2} - 2d \cos \beta T - 1; \\
A_{21} &= \frac{k_1b(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1m_2T^2} + 2d \cos \beta T + d^2; \quad A_{31} = \frac{k_1c(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1m_2T^2} - d^2; \\
A_{41} &= -\frac{k_1a(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1m_2T^2}; \quad A_{51} = -\frac{k_1b(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1m_2T^2}; \quad A_{61} = -\frac{k_1c(T_{\text{нд}} + m_1T)}{m_1m_2T^2}; \\
A_{71} &= -\frac{k_1aT_{\text{нд}}}{m_1m_2T^2}; \quad A_{81} = -\frac{k_1bT_{\text{нд}}}{m_1m_2T^2}; \quad A_{91} = -\frac{k_1cT_{\text{нд}}}{m_1m_2T^2}; \quad A_{101} = \frac{k_1aT_{\text{нд}}}{m_1m_2T^2}; \quad A_{111} = \frac{k_1bT_{\text{нд}}}{m_1m_2T^2}; \\
A_{121} &= \frac{k_1cT_{\text{нд}}}{m_1m_2T^2}.
\end{aligned}$$

Тогда дискретная передаточная функция второго контура будет иметь вид

$$\begin{aligned}
W_2(z) &= \frac{x(z)}{N_n(z)} = \frac{k_n W_1(z)}{1 + k_n W_1(z) k_{\text{дн}}} = \\
&= \frac{B_{02}z^{m_1+m_2+2} + B_{12}z^{m_1+m_2+1} + B_{22}z^{m_1+m_2} + B_{32}z^{m_2+2} + B_{42}z^{m_2+1} + B_{52}z^{m_2}}{z^{m_1+m_2+3} + A_{12}z^{m_1+m_2+2} + A_{22}z^{m_1+m_2+1} + A_{32}z^{m_1+m_2} + A_{42}z^{m_1+2} + A_{52}z^{m_1+1} +} \\
&\quad + A_{62}z^{m_1} + A_{72}z^{m_2+2} + A_{82}z^{m_2+1} + A_{92}z^{m_2} + A_{102}z^2 + A_{112}z + A_{122}}, \quad (13)
\end{aligned}$$

где  $B_{02} = k_n B_{01}$ ;  $B_{12} = k_n B_{11}$ ;  $B_{22} = k_n B_{21}$ ;  $B_{32} = k_n B_{31}$ ;  $B_{42} = k_n B_{41}$ ;  $B_{52} = k_n B_{51}$ ;  $A_{12} = A_{11} + k_n k_{\text{дн}} B_{01}$ ;  $A_{22} = A_{21} + k_n k_{\text{дн}} B_{11}$ ;  $A_{32} = A_{31} + k_n k_{\text{дн}} B_{21}$ ;  $A_{42} = A_{41}$ ;  $A_{52} = A_{51}$ ;  $A_{62} = A_{61}$ ;  $A_{72} = A_{71} + k_n k_{\text{дн}} B_{31}$ ;  $A_{82} = A_{81} + k_n k_{\text{дн}} B_{41}$ ;  $A_{92} = A_{91} + k_n k_{\text{дн}} B_{51}$ ;  $A_{102} = A_{101}$ ;  $A_{112} = A_{111}$ ;  $A_{122} = A_{121}$ .

Дискретная передаточная функция всего замкнутого следящего электропривода с учетом разных периодов дискретизации отдельных составляющих закона регулирования будет иметь вид

$$\begin{aligned}
W_3^{m_1 m_2}(z) &= \frac{x(z)}{x_3 z} = \frac{W_u(z) W_2(z)}{1 + W_u(z) W_2(z) k_{\text{дн}}} = \\
&= \frac{B_{03}z^{m_1+m_2+3} + B_{13}z^{m_1+m_2+2} + B_{23}z^{m_1+m_2+1} + B_{33}z^{m_2+3} + B_{43}z^{m_2+2} + B_{53}z^{m_2+1}}{z^{m_1+m_2+4} + A_{13}z^{m_1+m_2+3} + A_{23}z^{m_1+m_2+2} + A_{33}z^{m_1+m_2+1} + A_{43}z^{m_1+3} + A_{53}z^{m_1+m_2} + A_{63}z^{m_1+2} +} \\
&\quad + A_{73}z^{m_1+1} + A_{83}z^{m_2+3} + A_{93}z^{m_2+2} + A_{103}z^{m_2+1} + A_{113}z^{m_2+1} + A_{123}z^3 + A_{133}z^{m_2} + A_{143}z^2 +} \\
&\quad + A_{153}z + A_{163}}, \quad (14)
\end{aligned}$$

где  $B_{03} = \frac{TB_{02}}{T_{\text{и}}}$ ;  $B_{13} = \frac{TB_{12}}{T_{\text{и}}}$ ;  $B_{23} = \frac{TB_{22}}{T_{\text{и}}}$ ;  $B_{33} = \frac{TB_{32}}{T_{\text{и}}}$ ;  $B_{43} = \frac{TB_{42}}{T_{\text{и}}}$ ;  $B_{53} = \frac{TB_{52}}{T_{\text{и}}}$ ;

$$\begin{aligned}
A_{13} &= A_{12} - 1 + \frac{k_{\text{дп}} TB_{02}}{T_{\text{и}}}; & A_{23} &= A_{22} - A_{12} + \frac{k_{\text{дп}} TB_{12}}{T_{\text{и}}}; & A_{33} &= A_{32} - A_{22} + \frac{k_{\text{дп}} TB_{22}}{T_{\text{и}}}; & A_{43} &= A_{42}; \\
A_{53} &= -A_{32}; & A_{63} &= A_{52} - A_{42}; & A_{73} &= A_{62} - A_{52}; & A_{83} &= A_{72} + \frac{k_{\text{он}} TB_{32}}{T_{\text{и}}}; & A_{93} &= -A_{62}; \\
A_{103} &= A_{82} - A_{72} + \frac{k_{\text{дп}} TB_{42}}{T_{\text{и}}}; & A_{113} &= A_{92} + \frac{k_{\text{дп}} TB_{52}}{T_{\text{и}}}; & A_{123} &= A_{102}; & A_{133} &= -A_{92}; \\
A_{143} &= A_{112} - A_{102}; & A_{153} &= A_{122} - A_{112}; & A_{163} &= -A_{122}.
\end{aligned}$$

По передаточной функции (14) можно сказать, что разработанный цифровой следящий электропривод переменного тока имеет характеристический полином, порядок которого зависит от величин  $m_1$  и  $m_2$ .

Для оценки адекватности полученных формул (12)–(14) зададимся конкретными значениями  $m_1 = 4$  и  $m_2 = 2$ . Тогда дискретную передаточную функцию замкнутого электропривода переменного тока (14) можно записать следующим образом:

$$W_3^{42}(z) = \frac{B_{04}z^9 + B_{14}z^8 + B_{24}z^7 + B_{44}z^5 + B_{54}z^4 + B_{64}z^3}{z^{10} + A_{14}z^9 + A_{24}z^8 + A_{34}z^7 + A_{44}z^6 + A_{54}z^5 + A_{64}z^4 + A_{74}z^3 + A_{84}z^2 + A_{94}z + A_{104}}, \quad (15)$$

где  $B_{04} = B_{03}$ ;  $B_{14} = B_{13}$ ;  $B_{24} = B_{23}$ ;  $B_{44} = B_{33}$ ;  $B_{54} = B_{43}$ ;  $B_{64} = B_{53}$ ;  $A_{14} = A_{13}$ ;  $A_{24} = A_{23}$ ;  $A_{34} = A_{33} + A_{43}$ ;  $A_{44} = A_{53} + A_{63}$ ;  $A_{54} = A_{73} + A_{83}$ ;  $A_{64} = A_{93} + A_{103}$ ;  $A_{74} = A_{113} + A_{123}$ ;  $A_{84} = A_{113} + A_{143}$ ;  $A_{94} = A_{153}$ ;  $A_{104} = A_{163}$ .

В соответствии с разработанной методикой синтеза [1] и вышеприведенным алгоритмом можно рассчитать параметры регуляторов следящего электропривода поворотного стола модели СК36-1202, оснащенного синхронным двигателем 1FK70605AF71. В этом случае объект управления (электродвигатель с исполнительным механизмом) характеризуется следующими параметрами:  $k_{\text{оу}} = 1540$  дискрет/Вс;  $T_k = 0,0099$  с;  $\xi_k = 0,4829$  [1]. Предположим, что силовой преобразователь имеет коэффициент передачи  $k_{\text{ен}} = 0,0067$  В/дискрет и датчик положения –  $k_{\text{дп}} = 1$  [1, 13]. Тогда необходимые настройки регуляторов рассматриваемого электропривода при периоде дискретизации  $T = T_{\text{ен}} = 0,000395$  с будут следующими:  $T_{\text{и}} = 0,01264$  с;  $k_{\text{н}} = 4$ ;  $k_{\text{нд}} = 2$ ;  $T_{\text{нд}} = 0,1011$  с;  $k_{\text{оц}} = 0,01264$  с. Выбор величины такого периода дискретизации не случаен, так как в этом случае  $\frac{T}{T_{\text{и}}} = 0,03125 = \frac{1}{32}$  и реализация на программируемой логике необходимой постоянной времени интегрального регулятора обеспечивается сдвигом вправо на 4 двоичных разряда относительно разрядов сигнала.

С учетом данных параметров регуляторов рассчитаем коэффициенты дискретной передаточной функции:

$$\begin{aligned}
W_3^{42}(z) &= \frac{1,739914 \cdot 10^{-5} z^9 + 6,892572 \cdot 10^{-5} z^8 + 1,706711 \cdot 10^{-5} z^7 -}{z^{10} - 3,9578358601 z^9 + 5,8917859841 z^8 - 3,8955416463 z^7 +} \cdot (16) \\
&+ 0,9528724215 z^6 + 3,8797465 \cdot 10^{-3} z^5 - 6,0006699 \cdot 10^{-3} z^4 + \\
&+ 0,0103457176 z^3 + 9,1826332 \cdot 10^{-3} z^2 - 6,5357616 \cdot 10^{-3} z - 2,1509741 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}$$

Расчетная модель для программы Matlab Simulink, построенная по формуле (16), позволяет построить график переходного процесса по управляющему воздействию в разработанном цифровом следящем электроприводе переменного тока при реализации регуляторов на программируемой логике с учетом разных периодов дискретизации (рис. 3). По графику определено время переходного процесса (время входа в двухпроцентную зону отклонений от установившегося значения), которое составило  $t_m = 0,0387$  с.

Сравним величину времени переходного процесса, полученную по передаточной функции (16), с результатами моделирования в программной среде Matlab Simulink совокупности цифровых регуляторов, непрерывной части (силового преобразователя, двигателя и исполнительного механизма), экстраполятора и датчика положения с соответствующими связями. Расчетная модель такого представления рассматриваемого следящего электропривода, переменного тока приведена на рис. 4.

На расчетной модели дискретная передаточная функция цифрового интегрального регулятора (10) имеет следующие численные значения:

$$W_n(z) = \frac{Tz}{T_n z - 1} = \frac{0,000395z}{0,01264z - 0,01264}.$$

ПД-регулятор представлен передаточной функцией (8)

$$W_{пд}(z) = \frac{k_{пд} (T_{пд} + m_1 T) z^{m_1} - k_{пд} T_{пд}}{m_1 T z^{m_1}} = \frac{0,20536z^4 - 0,2022}{0,00158z^4}.$$

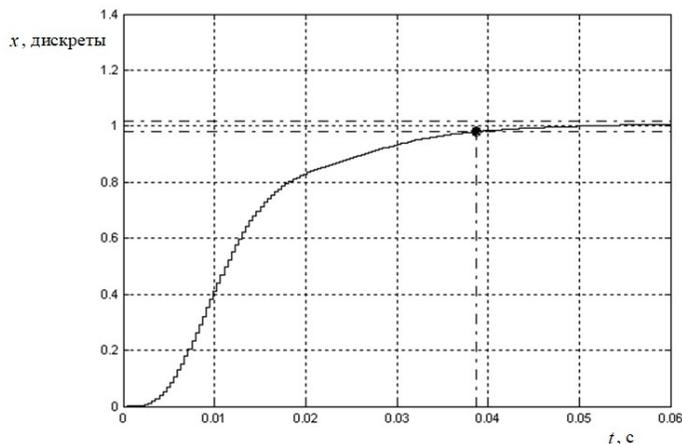


Рис. 3. График переходного процесса, построенный по дискретной передаточной функции (16)

Дифференциальное звено в цепи обратной связи внутреннего контура имеет дискретную передаточную функцию (11)

$$W_{occ}(z) = \frac{k_{occ} (z^{m_2} - 1)}{m_2 T z^{m_2}} = \frac{0,01264z^2 - 0,01264}{0,00079z^2}.$$

Передаточная функция совокупности электродвигателя и исполнительного механизма, входящая в непрерывную часть электропривода, равна (1)

$$W_{oy}(p) = \frac{k_{oy}}{(T_k^2 + 2\xi_k T_k p + 1)p} = \frac{1540}{9,720141 \cdot 10^{-5} p^3 + 9,521771 \cdot 10^{-3} p^2 + p}.$$

Силовой преобразователь представлен безынерционным звеном с коэффициентом передачи  $k_{\text{сн}} = 0,0067$  и экстраполятором нулевого порядка.

С помощью данной расчетной модели (рис. 4) построен график переходного процесса по управляющему воздействию в следящем электроприводе переменного тока с синхронным исполнительным электродвигателем (рис. 5). Время переходного процесса составило  $t_m = 0,0403$  с. Расхождение с аналогичным результатом, полученным по формуле (16), не превышает 4 %. Значит, можно считать, что математическая модель разработанного цифрового следящего электропривода переменного тока в виде дискретных передаточных функций (12)–(15) с учетом разных периодов дискретизации в регуляторах адекватна реальным процессам, протекающим при работе электропривода

Это подтверждается и моделированием непрерывного прототипа следящего электропривода (рис. 6). График переходного процесса (рис. 7) показывает, что время переходного процесса в непрерывном прототипе равно  $t_m = 0,0391$  с, что даже ближе к результату, полученному с помощью передаточной функции (16).

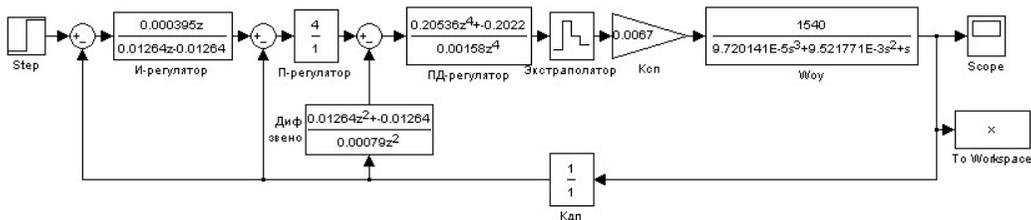


Рис. 4. Расчетная модель разработанного следящего электропривода в виде совокупности дискретных передаточных функций регуляторов и непрерывной части с экстраполятором с учетом разных периодов дискретизации

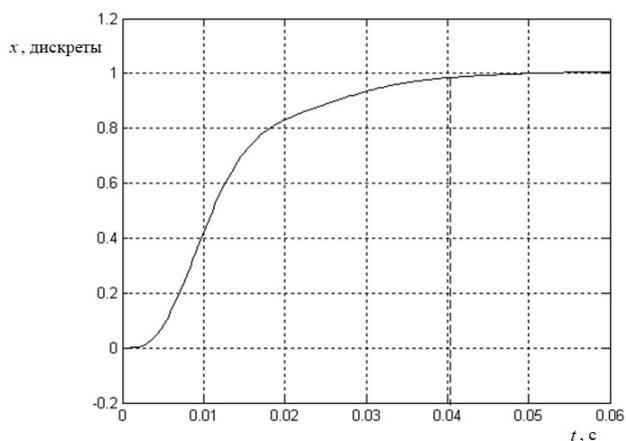


Рис. 5. График переходного процесса, построенный с помощью расчетной модели, представленной на рис. 5

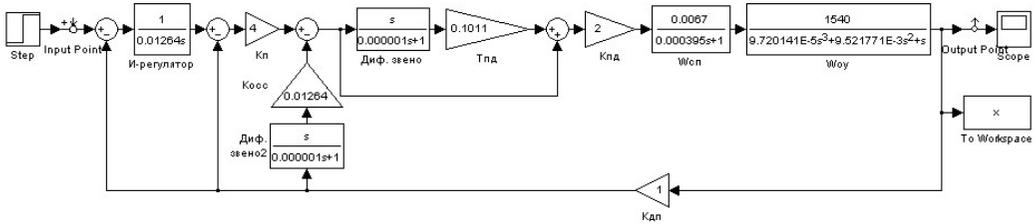


Рис. 6. Расчетная модель непрерывного прототипа следящего электропривода переменного тока

Адекватность разработанной математической модели цифрового электропривода подтверждает также тот факт, что при  $m_1 = m_2 = 1$  дискретная передаточная функция (14) принимает вид, полностью совпадающий с результатом в работах [1, 14, 15]:

$$W_3^{11}(z) = \frac{x(z)}{x_3 z} = \frac{W_u(z)W_2(z)}{1 + W_u(z)W_2(z)k_{\text{дп}}} = \frac{B_{05}z^5 + B_{15}z^4 + B_{25}z^3 + B_{35}z^2}{z^6 + A_{15}z^5 + A_{25}z^4 + A_{35}z^3 + A_{45}z^2 + A_{53}z + A_{65}},$$

где  $B_{05} = B_{03}$ ;  $B_{15} = B_{13} + B_{33}$ ;  $B_{25} = B_{23} + B_{43}$ ;  $B_{35} = B_{53}$ ;  $A_{15} = A_{13}$ ;  $A_{25} = A_{23} + A_{43} + A_{83}$ ;  $A_{35} = A_{33} + A_{63} + A_{103} + A_{123}$ ;  $A_{45} = A_{53} + A_{73} + A_{113} + A_{143}$ ;  $A_{55} = A_{93} + A_{113} + A_{153}$ ;  $A_{65} = A_{163}$ .

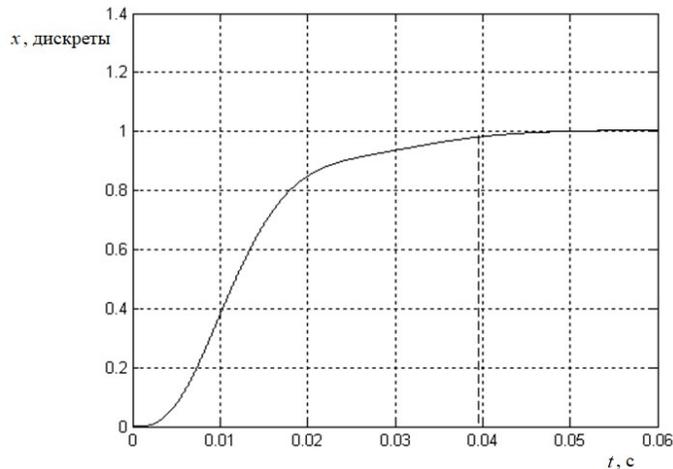


Рис. 7. График переходного процесса, построенный по расчетной модели непрерывного прототипа следящего электропривода переменного тока

Работоспособность разработанного следящего электропривода переменного тока с разными периодами дискретизации отдельных составляющих закона регулирования проверялась с помощью натурального эксперимента. Экспериментальная установка [1] на базе частотного преобразователя Simover Masterdrives Motion Control позволяет реализовать следящий электропривод переменного тока с композицией регуляторов, приведенных на рис. 1. Регуляторы и связи между ними формируются с помощью свободных функциональных блоков и ВІСО-технологии программирования [13].

В свободных функциональных блоках преобразователя частоты Simovort Masterdrives Motion Control можно назначать разные периоды дискретизации, кратные периоду коммутации силовых транзисторов. Период дискретизации каждого свободного функционального блока может быть выбран из ряда: 0,0004 с, 0,0008 с, 0,0016 с, 0,0032 с и так далее. Это позволяет реализовать электропривод переменного тока с разными периодами дискретизации отдельных составляющих закона регулирования, зафиксировать график переходного процесса и сравнить с результатами компьютерного моделирования.

Тут необходимо отметить, что параметры регуляторов, приведенные выше, рассчитывались для этой экспериментальной установки. Отличие лишь в том, что при расчетах период дискретизации взят равным 0,000395, так как проще реализовать пропорционально-дифференциальный регулятор на программируемой логике. Минимальное значение в экспериментальной установке можно сделать только 0,0004 с, так как оно зависит от совокупности используемых свободных функциональных блоков и стандартных регуляторов системы векторного управления.

В связи с этим при проведении эксперимента были приняты  $m_1 = 2$  и  $m_2 = 1$ , то есть выработка выходного сигнала пропорционально-дифференциального регулятора осуществлялась с периодом 0,0016 с, а выработка выходного сигнала интегрального регулятора и дифференцирующего звена в цепи обратной связи внутреннего контура – 0,0008 с.

График переходного процесса в следящем электроприводе переменного тока фиксировался с помощью цифрового осциллографа (рис. 8). Время переходного процесса при проведении эксперимента составило 0,061 с.

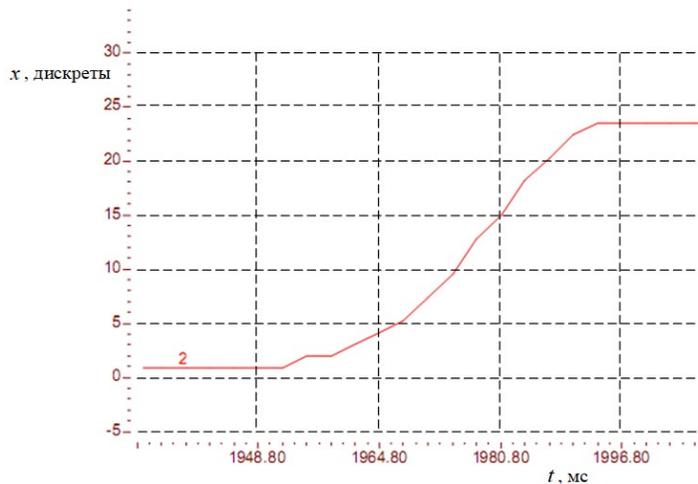


Рис. 8. Экспериментальный график переходного процесса в следящем электроприводе переменного тока

Для того чтобы сравнить результаты эксперимента с результатами компьютерного моделирования, нужно найти дискретную передаточную функцию рассматриваемого электропривода при  $m_1 = 2$  и  $m_2 = 1$ . Она в соответствии с формулой (14) примет вид

$$W_3^{21}(z) = \frac{B_{05}z^6 + B_{15}z^5 + B_{25}z^4 + B_{35}z^3 + B_{45}z^2}{z^7 + A_{15}z^6 + A_{25}z^5 + A_{35}z^4 + A_{45}z^3 + A_{55}z^2 + A_{65}z + A_{75}}, \quad (17)$$

где  $B_{05} = B_{03}$ ;  $B_{15} = B_{13}$ ;  $B_{25} = B_{23} + B_{33}$ ;  $B_{35} = B_{43}$ ;  $B_{45} = B_{53}$ ;  $A_{15} = A_{13}$ ;  $A_{25} = A_{23}$ ;  $A_{35} = A_{33} + A_{43} + A_{63} + A_{83}$ ;  $A_{45} = A_{53} + A_{73} + A_{103} + A_{123}$ ;  $A_{55} = A_{93} + A_{113} + A_{143}$ ;  $A_{64} = A_{93} + A_{103}$ ;  $A_{65} = A_{133} + A_{153}$ ;  $A_{75} = A_{163}$ .

При выбранных параметрах регуляторов передаточная функция примет следующие числовые значения:

$$W_3^{21}(z) = \frac{2,756748 \cdot 10^{-4} z^6 + 1,081431 \cdot 10^{-3} z^5 - 6,179759 \cdot 10^{-6} z^4 - 1,06479 \cdot 10^{-3} z^3 - 2,611714 \cdot 10^{-4} z^2}{z^7 - 3,8973711398z^6 + 5,8131264082z^5 - 3,9099363785z^4 + 0,9096795226z^3 + 0,1317794181z^2 - 0,0305378937z - 0,0167149727}. \quad (18)$$

При моделировании отработки управляющего воздействия электроприводом по передаточной функции (18) время переходного процесса составило 0,0395 с (рис. 9).

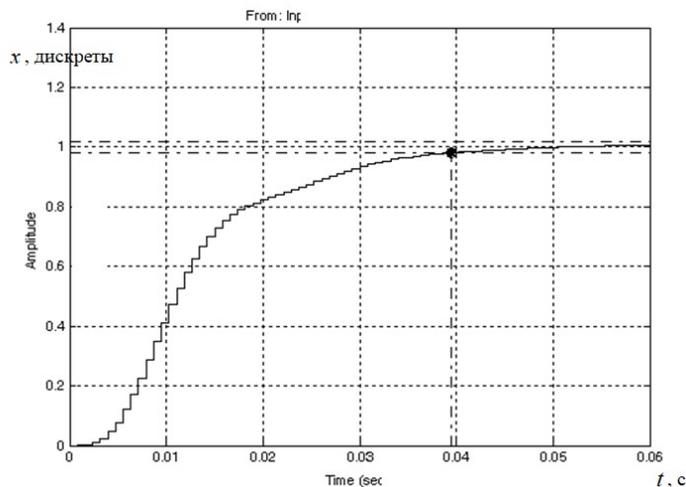


Рис. 9. График переходного процесса, построенный по дискретной передаточной функции (18)

Различие, наблюдаемое в величине времени переходного процесса, можно объяснить тем, что задатчик в экспериментальной установке не позволяет изменять входное воздействие на 23 дискреты скачком. При моделировании в программной среде Matlab Simulink рассматриваемого электропривода в виде дискретной передаточной функции (18) с задающим воздействием, изменяющимся во времени от 0 до 23 дискрет, показано, что выходная координата входит в зону  $\pm 1$  дискрета от заданной величины за 0,06 с (рис. 10).

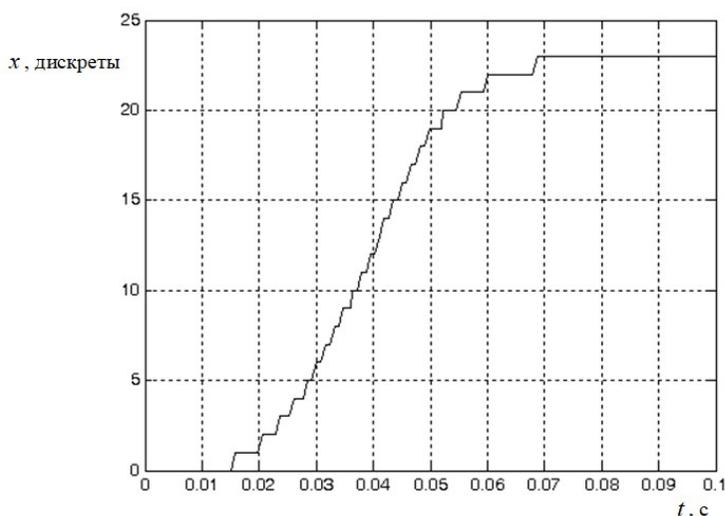


Рис. 10. Результаты компьютерного моделирования электропривода в виде дискретной передаточной функции (18) с заданным воздействием, изменяющимся во времени

Так как расхождение результатов компьютерного моделирования с результатами натурального эксперимента не превышает 1,64 %, можно утверждать, что разработанная математическая модель следящего электропривода переменного тока с учетом разных периодов дискретизации отдельных составляющих закона регулирования адекватна реальным процессам, протекающим в электроприводе.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лисин С.Л. Структурно-параметрический синтез быстродействующего следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем: дис. ... канд. техн. наук. Самара: СамГТУ, 2016. 179 с.
2. Лисин С.Л. Повышение быстродействия следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем // Вестник СамГТУ. Серия: Технические науки. 2012. № 4 (36). С. 173–181.
3. Starikov A.V., Lisin S.L., Rokalo D.Yu. Increasing of the Response Speed of the Rotary Table Servo Drive // International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), IEEE Xplore, 2019. Pp. 1–5.
4. Патент России № 2580823, МПК H02P21/00, H02P27/06, G05B11/36. Следящий электропривод с асинхронным исполнительным двигателем. А.В. Стариков, Д.Н. Джабасова. Оpubл. 10.04.2016. Бюл. № 34.
5. Стариков А.В., Джабасова Д.Н. Следящий электропривод с асинхронным исполнительным двигателем // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2014. № 5. С. 72–75.
6. Стариков А.В., Джабасова Д.Н., Рокало Д.Ю. Алгоритм расчета параметров регуляторов следящего электропривода с асинхронным двигателем // Сб. научн. журн. «Globus» по материалам XXIV междунар. научн. конф. «Технические науки – от теории к практике». СПб.: Globus, 2016. С. 89–94.
7. Патент России № 2844070, МПК H03K7/08. Цифровой модулятор для преобразования частоты. С.Л. Лисин, Д.Ю. Рокало, А.В. Стариков. Оpubл. 07.02.2018. Бюл. № 4.
8. Патент России № 2517423, МПК H03K7/08. Цифровой модулятор для управления синхронным электродвигателем. А.В. Стариков, С.Л. Лисин, Л.Я. Макаровский. Оpubл. 27.05.2014. Бюл. № 15.
9. Стариков А.В., Джабасова Д.Н., Рокало Д.Ю. Математическая модель цифрового следящего электропривода с асинхронным исполнительным двигателем // Вестник СамГТУ. Серия: Технические науки. 2016. № 2 (50). С. 162–168.

10. *Лысов В.Е., Лысов М.С., Стариков А.В.* Дискретная математическая модель цифровой системы управления поворотным столом // Станки и инструменты. 2010. № 4. С. 8–12.
11. *Рокало Д.Ю.* Быстродействующий следящий электропривод переменного тока с трапецеидальным фазным напряжением: дис. ... канд. техн. наук. Самара: СамГТУ, 2019. 135 с.
12. Патент России № 2725410, МПК H02P23/04, G05B11/01. Цифровой интегральный регулятор. С.Л. Лисин, А.В. Стариков, Д.Ю. Рокало. Опубл. 02.07.2020. Бюл. № 19.
13. Simovert Masterdrives Motion Control: Compendium. Germany: Siemens AG, 2006. 1498 p.
14. *Лисин С.Л., Стариков А.В.* Дискретная математическая модель цифрового следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем // Вестник СамГТУ. Серия: Технические науки. 2013. № 1 (37). С. 203–208.
15. *Стариков А.В., Лисин С.Л., Арефьев В.А., Джабасова Д.Н.* Новые технические решения в современных следящих электроприводах. Самара: СамГТУ, 2018. 93 с.

*Статья поступила в редакцию 24 марта 2022 г.*

# MATHEMATICAL MODEL OF A DIGITAL AC SERVO DRIVE WITH DIFFERENT DISCRETIZATION PERIODS IN REGULATORS TAKING INTO ACCOUNT

**D.Yu. Rokalo**\*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia

E-mail: a.p.cs@yandex.ru

**Abstract.** *The article deals with a digital AC servo drive, the structural construction of which differs from traditional slave control systems. The block diagram of the electric drive is given in the transition to discrete transfer functions. The transfer functions of digital controllers are determined taking into account the proposed algorithm for their operation. A computational model for the program "Matlab Simulink" is presented, which allows to plot the transient process for the control action in the developed digital AC servo drive when implementing controllers on programmable logic, taking into account different sampling periods. The transfer functions of an asynchronous electric motor together with a power converter and a zero-order extrapolator are obtained. A discrete transfer function of a closed-loop servo drive is found, taking into account different sampling periods in controllers. Field experiments were carried out in an experimental setup based on a SK36-1202 turntable equipped with a 1FK70605AF71 synchronous motor with a Simovert Master-drives Motion Control frequency converter. The results of computer simulation are compared with natural experiments.*

**Keywords:** *servo drive, synchronous motor, discrete transfer function, zero order hold device.*

## REFERENCES

1. *Lisin S.L.* Structural and parametric synthesis of a high-speed servo electric drive with a synchronous executive motor: Dis. ... cand. tech. sciences. Samara: SamSTU, 2016. 179 p.
2. *Lisin S.L.* Increasing of Speed Response of the Servo Drive with the Synchronous Motor // Bulletin of the Samara State Technical University. Series «Engineering Science». Vol. 4 (36), 2012. Pp. 173 – 181.
3. *Starikov A.V., Lisin S.L., Rokalo D.Yu.* Increasing of the Response Speed of the Rotary Table Servo // 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), IEEE Xplore, 2019. Pp. 1 – 5.
4. *Starikov A.V., Dzhabasova D.N.* A servo drive with an asynchronous actuator. Patent of Russia No. 2580823. Date of publication: 10.04.2016. Bull. No. 34.
5. *Starikov A.V., Dzhabasova D.N.* Follow-up electric drive with asynchronous actuator // News of higher educational institutions "Electromechanics", No. 5. 2014. Pp. 72 – 75.
6. *Starikov A.V., Dzhabasova D.N., Rokalo D.Yu.* Algorithm for calculating the parameters of regulators of a servo drive with an asynchronous motor // Collection of publications of the scientific journal "Globus" based on the materials of the XXIV international scientific conference: "Technical sciences - from theory to practice" in St. Petersburg: a collection of articles. St. Petersburg: Scientific journal "Globus", 2016. Pp. 89 – 94.
7. *Lisin S.L., Rokalo D.Yu., Starikov A.V.* Digital modulator for frequency conversion. Patent of Russia No. 2844070. Date of publication: 07.02.2018, Bull. No 4.

---

\* *Daniil Yu. Rokalo (PhD (Techn.))*

8. *Starikov A.V., Lisin S.L., Makarovskiy L.Ya.* Digital modulator for synchronous motor control. Patent of Russia No. 2517423. Date of publication: 27.05.2014. Bull. No 15.
9. *Starikov A.V., Dzhabasova D.N., Rokalo D.Yu.* Mathematical model of a digital servo drive with an asynchronous actuator // Bulletin of the Samara State Technical University. Series "Technical Sciences". No. 2 (50). 2016. Pp. 162 – 168.
10. *Lysov V. E., Lysov M. S., Starikov A. V.* Discrete mathematical model of a digital rotary table control system // Machine tools and tools, No. 4, 2010. Pp. 8 – 12.
11. *Rokalo D.Yu.* High-speed AC servo drive with trapezoidal phase voltage: Dis. ... cand. tech. sciences. Samara: SamSTU, 2019. 135 p.
12. *Lisin S.L., Starikov A.V., Rokalo D.Yu.* Digital integral regulator. Patent of Russia No 2725410. Date of publication: 02.07.2020, Bull. No 19.
13. *Simovert Masterdrives Motion Control: Compendium.* Germany: Siemens AG, 2006. 1498 p.
14. *Lisin S.L., Starikov A.V.* Discrete mathematical model of a digital servo electric drive with a syn-chronous executive motor // Bulletin of the Samara State Technical University. Series "Technical Sciences". 2013. No.1 (37). Pp. 203 – 208.
15. *Starikov A.V., Lisin S.L., Aref'yev V.A., Dzhabasov D.N.* New technical solutions in modern servo drives. Samara: Samara State Technical University, 2018. 93 p.