

# Энергетика и электротехника

УДК 621.365.511; 532.517.4

## ЭЛЕКТРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛИЗАТОРЕ КРЕМНИЯ

**А.А. Базаров, А.А. Навасардян\***

Самарский государственный технический университет  
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: aleksbazarov@yandex.ru

**Аннотация.** Рассмотрены вопросы компьютерного моделирования электромагнитных и гидродинамических процессов в электромагнитном кристаллизаторе расплава кремния периодического действия. Процесс кристаллизации протекает в условиях дополнительного подогрева вихревыми токами в расплаве. Основной задачей электромагнитного взаимодействия токов в расплаве и поля индуктора является создание отталкивающего усилия для исключения механического контакта кремния с поверхностью футеровки. При решении этой проблемы в расплаве происходит выделение тепла и формирование вектора сил, приводящих к перемешиванию жидкого кремния. Эти процессы сказываются на переносе тепла между нижней, верхней и боковой поверхностями цилиндра, форму которого принимает расплав. Для повышения качества кристаллической структуры слитка обеспечивается формирование градиента температуры с помощью управления тепловыми потоками за счет толщины стенок футеровки, подогрева верхней поверхности и отвода тепла от нижнего основания. Появление возмущающего воздействия в этих условиях способно нарушить баланс тепловых потоков и привести к созданию термонапряжений в слитке, сопровождающихся микротрещинами. Одновременное моделирование всех процессов, протекающих в электромагнитном кристаллизаторе кремния, в настоящее время на персональном компьютере нереализуемо.

Целью работы является определение параметров электро- и гидродинамических процессов в расплаве для оценки влияния тепло- и массопереноса жидкого кремния на движение фронта кристаллизации.

При моделировании процесса гидродинамики в расплаве рассмотрено несколько вариантов геометрии, начиная от максимального объема жидкой фазы и заканчивая тонким верхним слоем в верхней части. При конической форме индуктора распределение вектора сил в расплаве зависит от осевой координаты, что приводит к значительному уменьшению составляющих скорости по мере снижения толщины жидкой фазы.

---

\* Базаров Александр Александрович, доктор технических наук, доцент.  
Навасардян Ашот Александрович, магистр.

*Результаты исследования показали быстрое уменьшение эффекта перемешивания по мере уменьшения толщины жидкого слоя кремния при незначительном изменении общих показателей процесса кристаллизации.*

**Ключевые слова:** *индукционный нагрев, кристаллизация, кремний, метод конечных элементов, электромагнитные силы, гидродинамические процессы*

## **Введение**

Кристаллизация кремния в электромагнитном кристаллизаторе позволяет получить слитки с гладкой и чистой поверхностью ввиду отсутствия контакта с внутренней поверхностью тигля [1–6]. Дополнительным эффектом при обеспечении низкой скорости кристаллизации является перемещение примесей из глубинных слоев столба расплавленного кремния на границу раздела твердой и жидкой фаз. Использование периодического режима работы способствует созданию приемлемых условий для данной технологии. Магнитное поле индуктора наводит токи в расплаве кремния, взаимодействие с которыми не только создает отталкивающие усилия, но и приводит к появлению движения расплава. Характер движения зависит от вязкости жидкости, величины и направления сил, от толщины слоя расплавленного кремния. По мере уменьшения слоя жидкости в процессе кристаллизации распределение скорости потоков значительно меняется. Для оценки влияния гидродинамических процессов в расплаве на процесс кристаллизации необходимо рассмотрение задачи расчета скорости движения жидкого кремния под воздействием электромагнитных сил.

Особенностью конструкции индуктора является коническая форма, наиболее подходящая для формирования заданного распределения отталкивающей силы в расплаве. Для создания слитка цилиндрической формы электромагнитная сила должна иметь максимальное значение в основании столба расплава и уменьшаться до нуля в верхней части. Дополнительно требуется смещение индуктора относительно загрузки ниже ее основания. Все это обеспечивает появление вертикальной составляющей сил в расплаве, что способствует появлению вихрей в жидкости.

С учетом сложности моделирования электромагнитных, тепловых и гидродинамических процессов в расплаве в условиях сильной неравномерности в распределении параметров задача может быть решена только при ограничении состава модели и сужении диапазона изменения свойств.

Задача проектирования электромагнитного кристаллизатора кремния представляет интерес ввиду необходимости совершенствования технологии производства кремния, пригодного для изготовления солнечных панелей. Известные технологии позволяют получить кремний необходимой степени очистки, но для широкого распространения требуется дальнейшее снижение стоимости производства. Одним из путей является уменьшение числа этапов производства. При использовании расплавленного кремния, полученного для нужд металлургии, в качестве исходного материала, загружаемого в электромагнитный кристаллизатор, возможно повышение степени очистки как за счет направленной кристаллизации, так и за счет дополнительного переноса примесей на поверхность при циркуляции расплава. В связи с этим дальнейшее совершенствование технологии производства и связанные с этим задачи являются актуальными.

Решение комплекса задач моделирования электромагнитных и гидродинамических процессов в расплаве кремния представляет значительный интерес с точ-

ки зрения определения возможности повышения чистоты материала без существенного увеличения энергозатрат и использования существующей производственной технологии. Известно, что перемешивание способствует выравниванию химического состава в объеме и формированию более качественной кристаллической решетки в слитке [7, 8]. Для численной оценки влияния гидродинамических процессов желательно иметь подробную картину распределения потоков внутри расплава на разных этапах кристаллизации.

Движение жидкости от верхних слоев к нижним вносит изменения в перенос тепла. Проблемы моделирования в расплавах металлов нашли отражение в работах [9–16]. На тепловые процессы оказывают существенное влияние гидродинамические процессы, что связано с расчетом поля скоростей в расплаве. Распределение электромагнитных сил имеет существенную неравномерность по высоте и вдоль радиальной координаты. Для расплава кремния в процессе кристаллизации задача моделирования намного сложнее, так как постоянное движение фронта кристаллизации сопровождается значительным изменением электропроводности, теплопроводности и вязкости. В этих условиях решение связанной задачи поиска распределения электромагнитных сил и поля скоростей представляет серьезную проблему.

Гидродинамические процессы обусловлены не только создаваемой неравномерностью распределения электромагнитных сил по высоте расплава из-за увеличения твердой составляющей кремния, но и формой индуктора. Коническая форма способствует неравномерному распределению вертикальной составляющей электромагнитных сил, действующих в расплаве. Аналогично процессам в индукционных тигельных печах создаются условия для активного перемешивания. Для определения влияния гидродинамических процессов на фронт кристаллизации и длительность затвердевания требуются исследования при различных соотношениях высоты твердой и жидкой фазы загрузки.

### **Формулировка задачи**

Кристаллизация расплава кремния в тигле происходит в условиях обжата электромагнитными силами. Индуктор имеет коническую форму и расположен немного ниже загрузки для формирования требуемого распределения отталкивающих усилий по высоте слитка, чтобы форма слитка имела вид цилиндра (рис. 1). Сложный вид распределения электромагнитных сил, действующих внутри расплава, требует совместного решения электромагнитной задачи и задачи гидродинамики. В соответствии с принятым алгоритмом процесса кристаллизации фронт кристаллизации движется от основания слитка к его верхней поверхности. В ходе процесса кристаллизации толщина верхнего (жидкого) слоя уменьшается. Необходимо проанализировать распределение скорости в расплаве в отдельные моменты времени, чтобы оценить влияние тепло- и массопереноса на градиент температуры по высоте и фронт кристаллизации в расплаве.

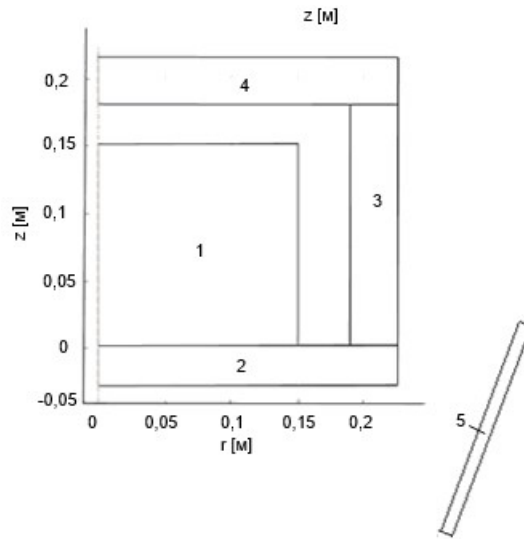


Рис. 1. Геометрическая модель электромагнитного кристаллизатора кремния: 1 – расплав кремния; 2 – подложка; 3 – боковая стенка тигля; 4 – крышка тигля; 5 – индуктор

### Электромагнитная задача

Определение электродинамических усилий при кристаллизации рассмотрено во многих работах, посвященных электромагнитным кристаллизаторам. Общий подход к задачам электродинамики при индукционном нагреве показан в работах [9–11]. В терминах векторного магнитного потенциала задача формулируется следующим образом:

$$\nabla^2 \{\bar{A}\} - j\omega\sigma\{\bar{A}\} - \{\bar{J}\} = 0. \quad (1)$$

Уравнение Пуассона (1) дополняется граничными условиями Дирихле и Неймана на различных участках границы:

$$\{\bar{A}\} = 0 \text{ на } S_1; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial n} = 0 \text{ на } S_2. \quad (3)$$

Выражение (2) задает значение потенциала, а значит, и напряженности, на удаленной границе области. Выражение (3) описывает поведение функции на линии или поверхности, отражающей условия симметрии.

Выражение (1) имеет линейный вид ввиду отсутствия ферромагнитных материалов. Это упрощает условия задачи.

Решение краевой задачи расчета магнитного поля в изотропной среде (1)–(3) эквивалентно минимизации энергетического функционала:

$$F = \int_V \left[ \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{\mu} \frac{\partial \{\bar{A}\}}{\partial z} \right] dx dy dz + \int_V j\omega\sigma |\bar{A}|^2 dx dy dz + \int_V \{\bar{J}\} \{\bar{A}\} dx dy dz. \quad (4)$$

Сущность метода, основанного на МКЭ, заключается в исследовании гло-

бальной функции процесса, в данном случае векторного потенциала  $\{\bar{A}\}$ , в дискретных частях анализируемой области  $V$ , которая должна быть предварительно разбита на конечные смежные подобласти (конечные элементы), что позволяет свести задачу с бесконечным числом степеней свободы к задаче, содержащей конечное число параметров. При этом внутри подобластей искомая функция интерполируется степенными полиномами, сшивается на границах контакта элементов и при условии малости геометрических размеров последних (число элементов стремится к бесконечности) оказывается решением уравнений в частных производных типа (1)–(3). В качестве интерполирующих полиномов конечных элементов треугольного вида на плоскости  $(x, y)$  использованы линейные функции.

После преобразований выражений, построенных на базе (4), получаем систему алгебраических уравнений:

$$\{[K] + j[Q]\} \cdot \{\bar{A}\} + \{\bar{R}\} = 0. \quad (5)$$

Здесь:  $[K]$  и  $[Q]$  – активная и реактивная составляющие матрицы жесткости (проводимости);  $\{\bar{R}\}$  – вектор источников.

Решение данной задачи осуществляется итерационным методом. По найденным значениям вычисляются значения индукции, напряженностей электрического и магнитного полей, токов.

В проводящих средах электромагнитная индукция во взаимодействии с током создает распределенную по области проводника силу Лоренца

$$F = J \times B. \quad (6)$$

Между индуктором и нагрузкой всегда имеются отталкивающие силы, направленные согласно или встречно с радиальной координатой. Вторая составляющая силы, действующей на нагрузку, направлена вдоль оси индуктора и является выталкивающей.

Усилие согласно выражению (6) пропорционально величине тока. Значение мощности тепловыделения также зависит от тока, но еще и от напряжения. Напряжение на индукторе зависит от частоты. Поэтому можно подобрать параметры индуктора и источника питания, при которых сила будет достаточной для удержания металла на требуемом расстоянии от футеровки, а мощность при этом будет меньше потерь в окружающую среду. Таким образом, процесс кристаллизации будет протекать беспрепятственно. Суммарный тепловой поток охлаждения с боковой поверхности металла излучением к футеровке и далее к индуктору и с нижней поверхности через основание формы к охладителю должен превышать мощность индуктора.

### **Гидродинамические процессы в расплаве кремния**

Для определения вида движения жидкости используется критерий Рейнольдса, характеризующий гидродинамический режим и являющийся мерой отношения сил инерции и внутреннего трения в потоке:

$$Re = \frac{wd\rho}{\mu} = \frac{wd}{\nu}, \quad (7)$$

где  $w$  – средняя скорость потока, м/с;  $d$  – характерный размер (диаметр слитка), м;  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu$  – динамический коэффициент вязкости, Па·с;  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости, м<sup>2</sup>/с.

При числе Рейнольдса меньше критического, равного 2200, вдоль поверхности боковой стенки слитка образуется тонкий ламинарный пограничный слой. Если же число Рейнольдса больше критического значения, то на начальном участке возле стенки, как и в первом случае, образуется ламинарный пограничный слой, но вблизи этого слоя на некотором расстоянии от основания создается турбулентный слой, который, постепенно утолщаясь, заполняет весь объем области расплава.

Критическому числу Рейнольдса соответствует критическая скорость течения жидкости в цилиндрической области диаметром  $d$ :

$$w_{kr} = 2200 \cdot \nu / d . \quad (8)$$

Имеется различие изменения скорости течения жидкости в поперечном сечении при ламинарном и турбулентном режимах. При ламинарном режиме скорость изменяется по закону параболы, а отношение средней скорости к максимальной равно  $w_{sr} / w_0 = 0,5$ . При турбулентном режиме кривая изменения скорости имеет вид усеченной параболы, а отношение средней скорости к максимальной является функцией числа Рейнольдса. В диапазоне чисел Re от  $10^4$  до  $10^8$  это отношение изменяется в довольно узких пределах – от 0,8 до 0,9 [17].

Указанный выше характер распределения скоростей по сечению справедлив только для так называемого гидродинамически стабилизированного движения жидкости, стабилизация же наступает не сразу, а на некотором расстоянии  $x$  от начала потока. Длина участка гидродинамической стабилизации для ламинарного режима может приниматься равной  $x = 0,03 \cdot d \cdot \text{Re}$ , а для турбулентного режима  $x = (25 \div 40) \cdot d$ .

При турбулентном режиме движения у стенки всегда имеется слой, в котором жидкость движется, не перемешиваясь (так называемый ламинарный пограничный слой).

По абсолютному значению толщина ламинарного пограничного слоя весьма невелика. Например, при  $\text{Re} = 10^4$  толщина  $\delta = d / 466$ , при  $\text{Re} = 10^5$   $\delta = d / 3660$ , а при  $\text{Re} = 10^6$   $\delta = d / 28400$ .

В задаче моделирования процессов электрогидродинамики в ходе кристаллизации кремния возможны несколько вариантов взаимодействия с тепловой задачей. Вязкость кремния резко увеличивается при температурах, близких к температуре кристаллизации. Объединение электрогидродинамической и тепловой задач позволяет снизить погрешность расчетов. Однако использование мультифизической модели с тремя приложениями делает крайне проблематичным получение решения. Подводя итог сказанному, можно выделить следующие положения:

1. При ламинарном движении жидкости происходит параллельное движение слоев жидкости: нулевая скорость у стенки и максимальная на оси трубы. Для повышения точности тепловых расчетов гидродинамическая и тепловая задачи должны решаться совместно, если вязкость зависит от температуры. Скорость рассчитывается в гидродинамической задаче и передается в виде параметра в тепловую задачу.

2. При турбулентном движении возможны два варианта:

– в первом случае тепловая и гидродинамическая задачи решаются совместно с передачей вектора скоростей из гидродинамической задачи в тепловую;

– во втором случае жидкость разделяется на два потока – пристенный толщиной  $\delta$  и основной. Теплопроводность первого слоя принимается в соответствии со свойствами жидкости. Теплопроводность второго слоя принимается большей, как у металла. Скорость для первого слоя приравняется нулю, а для второго принимается равной среднему значению. Объединение задач в этом случае не обязательно.

3. Невысокая скорость движения расплава предполагает ламинарный характер движения, однако под воздействием сил тяжести и электромагнитных сил образуются вихри. Отсутствие боковой стенки компенсируется наличием электромагнитного давления, распределенного внутри жидкости. Все это делает неопределенными условия гидродинамической задачи и приводит к погрешности при моделировании.

При поиске режимов работы кристаллизатора и параметров индуктора дополнительно должны решаться вопросы минимизации энергозатрат [18–21]. Эта задача важна потому, что требуется не только обеспечение заданного распределения электромагнитных сил по высоте, но и соответствие заданному времени кристаллизации слитка. Таким образом, форсирование охлаждения нежелательно. Напротив, все способы управления распределением температуры, включая перенос тепла одновременно с переносом массы, дают возможность учесть все возможности.

### Турбулентные течения

Для практических целей, как правило, достаточно использовать осредненные характеристики движения, которые могут быть получены путем осреднения уравнений по некоторому малому интервалу времени  $T$ . В результате получается следующая система уравнений [22]:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0; \quad (9)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{\rho u' u'} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\rho u' v'} \right]; \quad (10)$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right] + \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \overline{\rho u' v'} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \overline{\rho v' v'} \right]; \quad (11)$$

где  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  – средние значения скорости;  $u'$  и  $v'$  – турбулентные флуктуации.

Для вывода уравнений переноса некоторых турбулентных величин и моделировании членов более высокого порядка используется так называемая  $(k - \varepsilon)$ -модель, типичная модель турбулентности, основанная на двух уравнениях.

В  $(k - \varepsilon)$ -модели выводятся уравнения для турбулентной кинетической энергии  $k$  и скорости диссипации турбулентной энергии  $\varepsilon$ :

$$k = 0.5(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'}) = 0.5(u'_i u'_i); \quad \varepsilon = \nu_T \left[ \overline{\frac{\partial u'_j}{\partial x_j}} \right] \left[ \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} \right].$$

Уравнения для  $k$  и  $\varepsilon$  имеют вид

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_T \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon; \quad (12)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} \mu_T \varepsilon}{k} \left[ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\rho C_{\varepsilon 2} \varepsilon^2}{k}. \quad (13)$$

Левые части выражений (12) и (13) представляют конвективный перенос величин  $k$  и  $\varepsilon$ . В правой части уравнений описываются диффузия, выделение и диссипация рассматриваемых величин. Данные уравнения выведены из нестационарных уравнений Навье – Стокса, при этом в них сохранены диффузионные члены, за исключением соответствующих вязкой диссипации.

Локальная турбулентная вязкость  $\mu_T$  записывается через локальные значения  $k$  и  $\varepsilon$  следующим образом:

$$\mu_T = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}. \quad (14)$$

Эмпирические константы в уравнениях (13), (14) равны

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\varepsilon 1} = 1.45, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.9. \quad (15)$$

Уравнения (12) и (13) справедливы при значениях вязкости  $\mu_T \gg \mu$ . Вблизи поверхности вводятся специальные пристенные функции, при определении которых принимают логарифмический закон изменения тангенциальной составляющей скорости в направлении нормали. Выделение турбулентной кинетической энергии в области действия логарифмического закона равно ее диссипации. Использование специальных пристенных функций позволяет определить граничные условия для  $k$  и  $\varepsilon$  на некотором расстоянии от поверхности.

Предложенная  $(k - \varepsilon)$ -модель турбулентности используется далее для расчетов свободных сдвиговых и пограничных слоев и отрывных течений.

Для совместного решения электромагнитной задачи и задачи гидродинамики модели объединены.

Решение электромагнитной задачи при разной высоте расплавленного кремния должно удовлетворять значениям силы, приложенной к боковой поверхности слоя. Расчетные величины для расплава высотой 0,15 м радиусом 0,15 приведены в табл. 1. Номер столбца соответствует номеру слоя кремния. В четвертой строке таблицы приведены суммарные значения электромагнитных сил  $F_n^{rez}$ , действующих на расплав высотой  $H_n$ . В пятой строке указаны силы  $F_n^{em}$ , действующие на нижний слой, находящийся в жидком состоянии. При уменьшении общей высоты жидкости получение силы в каждом случае требует изменения тока индуктора. При расчете электромагнитных сил для разной высоты столба жидкой фазы слитка требуется обеспечение равенства заданного и расчетного значений для нижнего жидкого слоя для рассматриваемого варианта. Выполнение равенства суммарных сил не является критичным, так как форма слитка обеспечивается соблюдением равенства на границе твердой и жидкой фаз.



Таблица 1

**Расчетные значения гидростатического давления и боковой силы в слоях расплава**

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$H_n$ , м	0,15	0,135	0,12	0,105	0,09	0,075	0,06	0,045	0,03	0,015
$P$ , Па	3768	3425	3083	2740	2398	2055	1370	1028	685	342
$F_n^{rez}$ , Н	484	392	310	237	174	121	77	44	19	5
$F_n^{em}$ , Н	53,9	49	44,1	39,2	34,3	29,4	19,6	14,7	9,8	4,9

При моделировании электромагнитных и гидродинамических процессов для загрузки приняты следующие значения параметров: электропроводность расплавленного кремния  $\sigma = 10^6$  С/м; электропроводность твердого кремния  $\sigma = 10^5$  С/м; радиус слитка  $R=0,15$  м; высота слитка  $H=0,15$  м; высота индуктора  $H_u = 0,12$  м; плотность кремния  $\rho = 2300$  кг/м<sup>3</sup>; динамическая вязкость жидкого кремния  $\mu = 0,0007$  Па·с; вязкость твердого кремния  $\mu = 1$  Па·с.

Для упрощения расчетов индуктор принят одновитковым с нулевой электропроводностью, чтобы обеспечить равномерное распределение тока в проводнике.

Расчеты выполнены для трех значений высоты жидкого слоя кремния – 0,15 м, 0,075 м, 0,015 м.

Для соответствия требуемому значению электромагнитной силы, действующей на боковую поверхность слитка, определен ток индуктора  $I$ , а также для нижнего слоя жидкого кремния определены заданное значение радиальной составляющей силы  $F_r^d$ , расчетное значение радиальной составляющей силы  $F_r^{sol}$ , расчетное значение аксиальной составляющей силы  $F_z^{sol}$ , мощность тепловыделения  $P$ . Расчетные значения для трех вариантов загрузки сведены табл. 2.

Таблица 2

**Расчетные значения сил в расплаве кремния**

№	$H_{жс}$ , м	$I$ , кА	$F_r^d$ , Н	$F_r^{sol}$ , Н	$F_z^{sol}$ , Н	$P$ , кВт
1	0,15	12,2	53,9	55	14,4	4,94
2	0,075	13,74	34,3	34,2	10,8	3,3
3	0,015	8,52	5	4,16	0,16	0,7

Диаграммы электромагнитных сил в расплаве зависят от высоты жидкой фазы, что показано на рис. 2–5. Кроме того, вид диаграмм существенно различается для радиальной (рис. 2, 3) и аксиальной (рис. 4, 5) координат.

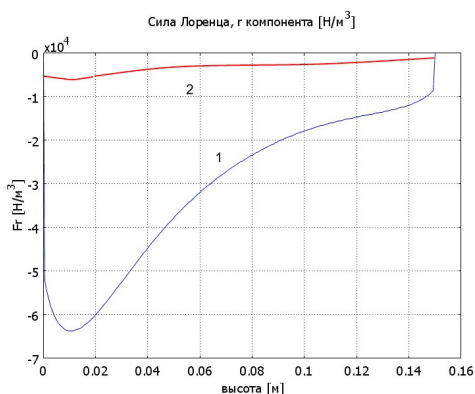


Рис. 2. Диаграммы распределения  $g$ -компоненты силы Лоренца по высоте слитка высотой 0,15 м: 1 –  $r = 0,15$  м; 2 –  $r = 0,12$  м

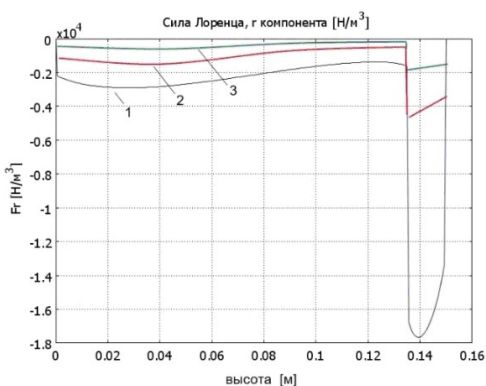


Рис. 3. Диаграммы распределения  $g$ -компоненты силы Лоренца вдоль оси  $z$  для расплава высотой 0,015 м: 1 –  $r = 0,15$  м; 2 –  $r = 0,12$  м; 3 –  $r = 0,1$  м

Такое различие объясняется наклоном стенки катушки индуктора и ее смещением ниже основания слитка кремния. Можно отметить, что в верхнем углу расплава аксиальная компонента силы  $F_z^{sol}$  направлена вниз, что требует дополнительных энергетических затрат на формирование цилиндрической формы слитка (рис. 4, 5). Эта проблема успешно решается, так как значения радиальной составляющей сил намного больше, чем аксиальной составляющей.

В результате расчетов получено показанное на рис. 6 распределение электромагнитных сил в расплаве высотой 0,15 м, которое по мере затвердевания слитка значительно изменяется. Выше границы, разделяющей твердую и жидкую фазы, распределение сил сохраняет прежний вид. Ниже границы раздела силы уменьшаются на порядок, что объясняется снижением электропроводности при одновременном увеличении глубины проникновения поля в кремний.

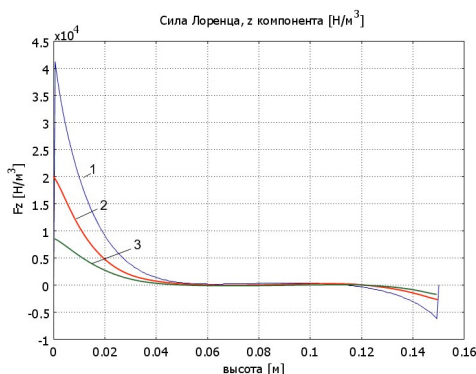


Рис. 4. Диаграммы распределения  $z$ -компоненты силы Лоренца по высоте слитка высотой 0,15 м: 1 –  $r = 0,15$  м; 2 –  $r = 0,12$  м; 3 –  $r = 0,1$  м

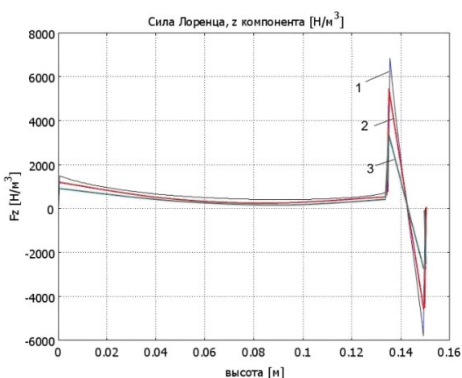


Рис. 5. Диаграммы распределения  $z$ -компоненты силы Лоренца вдоль оси  $z$  для расплава высотой 0,015 м: 1 –  $r = 0,15$  м; 2 –  $r = 0,12$  м; 3 –  $r = 0,1$  м

Распределения скорости в жидкой фазе кремния для разной высоты расплава приведены на рис. 7–9. При высоте расплава 0,15 и 0,075 м формируются замк-

нутые вихри, обеспечивающие перенос жидкости с внешней во внутреннюю область и одновременно с верхней части в нижнюю (рис. 7, 8).

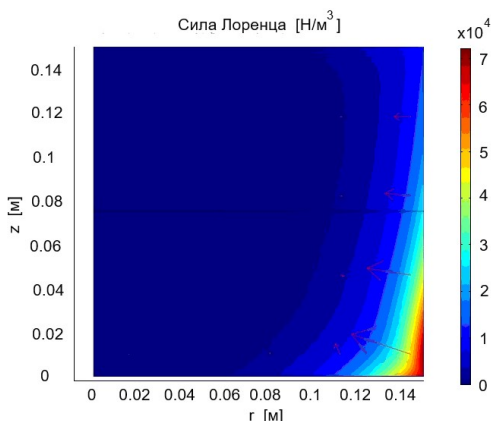


Рис. 6. Распределение силы Лоренца в расплаве кремния высотой 0,15 м

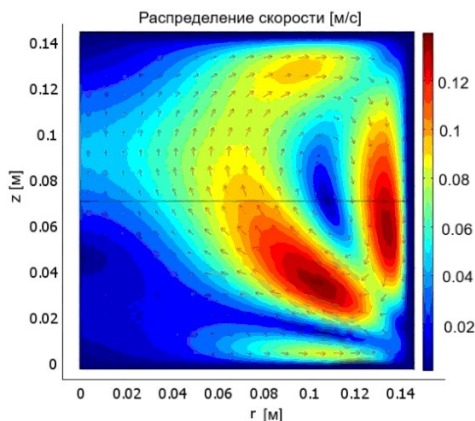


Рис. 7. Распределение скорости в расплаве кремния высотой 0,15 м

Это приводит к дополнительному переносу теплоты, что замедляет процесс кристаллизации в области боковой поверхности и является положительным фактом. При дальнейшем уменьшении высоты жидкой фазы (рис. 9) формирование вихрей затруднено и скорость движения сильно снижается.

Расчеты показали, что для принятых параметров слитка возникающие электромагнитные силы в вертикальном направлении приводят к появлению вихревого движения в слоях жидкости. Скорость движения не превышает 0,12 м/с и быстро снижается по мере перемещения фронта кристаллизации вверх. В целом эффект от перемешивания расплава можно оценить как положительный, так как он способствует затвердеванию поверхностного слоя позже, чем внутренние области.

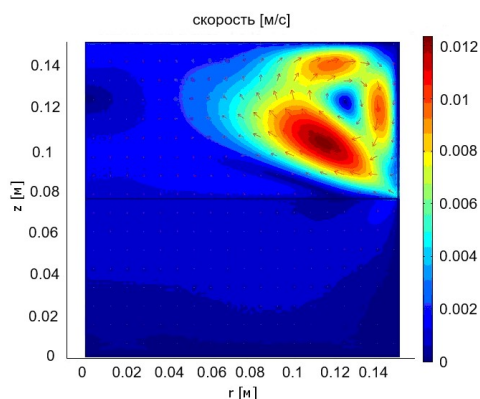


Рис. 8. Распределение скорости в расплаве кремния высотой 0,075 м

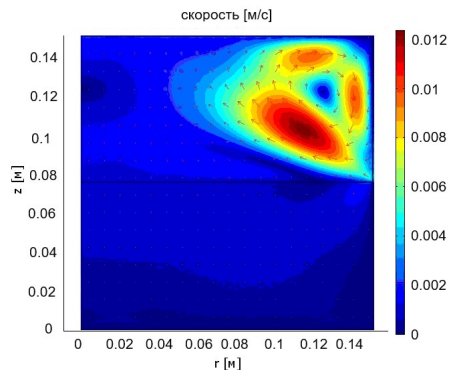


Рис. 9. Распределение поля скоростей в расплаве кремния высотой 0,015 м

## Заключение

На основании проведенных исследований электрогидродинамических процессов в расплаве кремния определены характер и величина скорости движения жидкости под воздействием электромагнитных сил. Выявленные особенности распределения сил и скорости движения подтверждают возможность использования магнитного поля в качестве средства для изоляции расплава от футеровки с целью повышения чистоты слитков. Использование численного моделирования в рамках поставленной задачи показало эффективность расчетов для мультифизических задач.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гецелев З.Н., Балахонцев Г.А., Квасов Ф.И. и др. Непрерывное литье в электромагнитный кристаллизатор. М.: Металлургия, 1983. 152 с.
2. Первухин М.В., Сергеев Н.В., Хацаюк М.Ю. Электромагнитный кристаллизатор для получения непрерывно литых слитков с высокими скоростями охлаждения // Известия Российской академии наук. Энергетика. 2013. № 3. С. 121–129.
3. Авдулов А.А., Усынина Г.П., Сергеев Н.В., Гудков И.С. Технология литья алюминиевых сплавов в электромагнитный кристаллизатор для производства длинномерных заготовок малого диаметра // Журнал Сибирского федерального университета. Сер.: Химия. 2017. Т. 10. № 1. С. 82–89.
4. Колядов Е.В., Герасимов В.В., Висик Е.М., Межин Ю.А. Литье методом направленной кристаллизации с управляемым градиентом температуры на фронте кристаллизации // Литейное производство. 2016. № 8. С. 24–26.
5. Демидович В.Б., Хацаюк М.Ю., Тимофеев В.Н., Максимов А.А. Численное моделирование бесстигтельного плавления титанового сплава в переменном магнитном поле // Металлургия машиностроения. 2017. № 3. С. 2–5.
6. Chakraborty S., Ganguly S., Talukdar P. Determination of optimal taper in continuous casting billet mould using thermo-mechanical models of mould and billet // Journal of Materials Processing Technology. Vol. 270. 2019. Pp. 132–141.
7. Керимов Р.И., Байрамова А.Т. Улучшение качества сортовых заготовок путем применения электромагнитного перемешивания металла // Современные проблемы теории машин. 2019. № 7. С. 78–82. doi: 10.26160/2307-342X-2019-7-78-82
8. Мурапталова Р.Р., Столяров А.М., Потапова М.В. Оценка влияния электромагнитного перемешивания металла на загрязненность неметаллическими включениями сортовой непрерывнолитой заготовки // Теория и технология металлургического производства. 2018. № 2 (25). С. 10–13.
9. Тимофеев В.Н., Хацаюк М.Ю. Анализ электромагнитных процессов магнитогиродинамического перемешивания жидких металлов // Электричество. 2017. № 1. С. 35–44.
10. Goryslavets Y.M., Ladokhin S.V., Glukhenkiy O.I., Lapshuk T.V., Bondar O.I., Drozd E.O. Numerical investigation of the electromagnetic stirring system of liquid metal in skull crucible with electron-beam melting // Technical electrodynamics. 2018. № 4. С. 118–126. doi: 10.15407/techned2018.04.118
11. Максимов А.А., Хацаюк М.Ю., Тимофеев В.Н. Анализ влияния нормальной составляющей электромагнитных сил в процессе МГД-перемешивания расплава // Технология легких сплавов. 2018. № 4. С. 106–112.
12. Кучинский М.Ю., Первухин М.В., Винтер Э.Р., Тимофеев С.П. Исследование технологических режимов электромагнитного перемешивания жидкой сердцевины кристаллизующегося алюминиевого слитка // Вопросы электротехнологии. 2021. № 4 (33). С. 13–22.
13. Немцов М.В. Модель поля электромагнитных сил процесса перемешивания жидкой стали при непрерывном литье заготовок // Электротехника. 2015. № 2. С. 61–66.
14. Koppen D., Baake E., Mrowka-Nowotnik G. Stirrins of melt during solidification process for effective grain fragmentation using pulsed electromagnetic fields // Electrichestvo. 2019. № 6. С. 66–69.
15. Швыцкий Е.Л., Сокунов Б.А., Бычков С.А., Соколов И.В. Электромагнитное перемешивание кристаллизующегося слитка индуктором с неравномерной линейной нагрузкой // Вопросы электротехнологии. 2018. № 1 (18). С. 20–26.

16. *Тимченко С.Л.* Движения жидкого металла в форме под действием электромагнитной силы // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Сер.: Естественные науки. 2011. № 2 (41). С. 78–86.
17. *Михеев М.А., Михеева И.М.* Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. М.: Энергия, 1977. 344 с.
18. *Сарапулов Ф.Н., Фризен В.Э., Сокунов Б.А., Урманов Ю.Р.* Снижение энергозатрат в металлургическом производстве за счет применения МГД-технологий // Промышленная энергетика. М.: Энергопрогресс. 2016. № 12. С. 21–27.
19. *Соколовская Л.А., Мамишев В.А.* О математическом моделировании задач с фазовыми переходами в металлургии и литейном производстве // Процессы литья. 2009. № 2. С. 24–29.
20. *Балакин Ю.А., Завалишин И.В., Шумская Л.П.* Разработка теоретических основ инновационных технологий внешнего воздействия на кристаллизацию металлов // Качество. Инновации. Образование. 2016. № 2 (129). С. 23–30.
21. *Bazarov A.A., Navasardian A.A., Bondareva N.V.* Processes modeling in a silicon induction crystallizer // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021). ICIE: International Conference on Industrial Engineering. 2022. С. 657–667.
22. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина. Пер. с англ. М.: Мир, 1988. 252 с.

*Статья поступила в редакцию 14 октября 2022 г.*

# ELECTRO-HYDRODYNAMIC PROCESSES IN AN ELECTROMAGNETIC SILICON CRYSTALLIZER

*A.A. Bazarov, A.A. Navasardyan\**

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

E-mail: aleksbazarov@yandex.ru

**Abstract.** *In this publication, the issues of computer simulation of electromagnetic and hydrodynamic processes in an electromagnetic crystallizer mold of a silicon melt of periodic action are considered. The crystallization process proceeds under conditions of additional heating by eddy currents in the melt. The main task of the electromagnetic interaction of currents in the melt and the inductor field is to create a repulsive force to exclude mechanical contact between silicon and the lining surface. When this problem is solved, heat is released in the melt and a vector of forces is formed, which leads to mixing of liquid silicon. These processes affect the transfer of heat between the lower, upper and side surfaces of the cylinder, the shape of which is taken by the melt. To improve the quality of the crystal structure of the ingot, a temperature gradient is formed by controlling heat flows due to the thickness of the lining walls, heating the upper surface and removing heat from the lower base.*

*The appearance of a perturbing action under these conditions can upset the balance of heat flows and lead to the creation of thermal stresses in the ingot, accompanied by microcracks. Simultaneous modeling of all processes occurring in an electromagnetic silicon crystallizer is currently unrealizable on a personal computer.*

*When modeling the process of hydrodynamics in the melt, several geometry options were considered, starting from the maximum volume of the liquid phase and ending with a thin upper layer in the upper part. With a conical shape of the inductor, the distribution of the force vector in the melt depends on the axial coordinate, which leads to a significant decrease in the velocity components as the thickness of the liquid phase decreases. The results of the study showed a rapid decrease in the mixing effect as the thickness of the liquid layer of silicon decreases with a slight change in the overall parameters of the crystallization process.*

**Keywords:** *induction heating, crystallization, silicon, finite element method, electromagnetic forces, hydrodynamic processes.*

## REFERENCES

1. Getsel'ev Z.N., Balakhontsev G.A., Kvasov F.I. Nepreryvnoye lit'ye v elektromagnitnyy kristallizator. M.: Metalluggiya, 1983. 152 p.
2. Pervukhin M.V., Sergeev N.V., Khatsayuk M.Yu. Elektromagnitnyy kristallizator dlya polucheniya nepreryvno litykh slitkov s vysokimi skorostyami okhlazhdeniya // Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Energetika. 2013. N 3. Pp. 121–129.
3. Avdulov A.A., Usynina G.P., Sergeev N.V., Gudkov I.S. Tekhnologiya lit'ya aluminievykh splavov v elektromagnitnyy kristallizator dlya proizvodstva dlinnomernykh zagotovok malogo diametra // Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Seriya; Khimiya. 2017. T.10. № 1. Pp. 82–89.

---

\* Alexander A. Bazarov (Dr. Sci. (Techn.)), Associate Professor.  
Ashot A. Navasardyan, master.

4. *Kolyadov Ye.V., Gerasimov V.V., Visik Ye.M., Mezhin Yu.A.* Lit'ye metodom napravlennoy kristallizatsii s upravlyayemym gradientom temperatury na fronte kristallizatsii // Liteynoye proizvodstvo. 2016. № 8. Pp. 24–26.
5. *Demidovich V.B., Khatsayuk M.Yu., Timofeev V.N., Maksimov A.A.* Chislennoe modelirovanie bestigel'nogo plavlenniya titanovogo splava v peremennom magnitnom pole // Metallurgiya mashinostroeniya. 2017. N 3. Pp. 2–5.
6. *Chakraborty S., Ganguly S., Talukda P.* Determination of optimal taper in continuous casting billet mould using thermo-mechanical models of mould and billet // Journal of Materials Processing Technology. Vol. 270. 2019. Pp. 132–141.
7. *Kerimov R.I., Bayramova A.T.* Uluchshenie kachestva sortovykh azgotovok putem primeneniya elektromagnitnogo peremeshivaniya metalla // Sovremennyye problem teorii mashin № 7. 2019. Pp. 78–82.
8. *Muraptalova R.R., Stolarov A.M., Potapova M.V.* Otsenka vliyaniya elektromagnitnogo peremeshivaniya metalla na zagryaznennost nemetallicheskimy vklucheniymi sortovoy nepreryvnolitoi zagotovki // Teoriya i tekhnologii metallurgicheskogo proizvodstva № 2 (25). 2018. Pp. 10.
9. *Timofeev V.N., Khatsayuk M.Yu.* Analiz elektromagnitnykh protsessov magnitogidrodinamicheskogo peremeshivaniya zhidkikh metallov // Elektrichestvo. № 1. 2017. Pp. 35–44.
10. *Goryslavets Y.M., Ladokhin S.V., Glukhenki O.I., Lapshuk T.V., Bondar O.I., Drozd E.O.* Numerical investigation of the electromagnetic stirring system of liquid metal in skull crucible with electron-beam melting // Technical electrodynamics. № 4. 2018. Pp. 118–126. DOI: 10.15407/techned2018.04.118
11. *Maksimov A.A., Khatsayuk M.Yu., Timofeev V.N.* Analiz vlitaniya normal'noy sostavlyayushey elektromagnitnykh sil v protsesse MGD-peremeshivaniya rasplava // Tekhnologiya legkikh splavov. № 4. 2018. Pp. 106–112.
12. *Kuchinskiy M.Yu., Pervukhin M.V., Vinter E.R., Timofeev C.P.* Issledovanie tekhnologicheskikh rezhimov elektromagnitnogo peremeshivaniya zhidkoy serdtsevinoy kristallizuyushchegosya aluminievogo slitka // Voprosy elektrotekhnologii. № 4 (33). 2021. Pp. 13–22.
13. *Nemtsov M.V.* Model polya elektromagnitnykh sil protsessa peremeshivaniya zhidkoy stali pri nepreryvnom lit'e zagotovok // Elektrotehnika. 2015. № 2. Pp. 61–66.
14. *Koppen D., Baake E., Mrowka-Nowotnik G.* Stirrins of melt during solidification process for effective grain fragmentation using pulsed electromagnetic fields // Elektrichestvo. 2019. № 6. Pp. 66–69.
15. *Shvidkiy E.L., Sokunov B.A., Bychkov S.A., Sokolov I.V.* Elektromagnitnoe peremeshivanie kristallizuyushchegosya slitka induktorom s neravnomernoy lineynoy nagruzkoy // Voprosy elektrotekhnologii. 2018. № 1 (18). Pp. 20–26.
16. *Timchenko S.L.* Dvizhenie zhidkikh metalla v forme pod deystviem elektromagnitnoy sily // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki. 2011. 2(41). Pp. 78–80.
17. *Miheev M.A., Miheeva I.M.* Osnovy teploperedachi. Izd. 2-e, stereotip. M.: Energiya, 1977. 344 p.
18. *Sarapulov F.N., Frizen V.E., Sokunov B.A., Urmanov Yu.P.* Snizhenie energozarat v metallurgicheskoy proizvodstve za schet primeneniya MGD-tehnologii // Promyshlennaya energetika. M.: Energopromiss. 2016. Pp. 21–27.
19. *Sokolovskaya L.A., Mamishev V.A.* O matematicheskom modelirovanii s fazovymi perekhodami v metallurgii i liteynom proizvodstve // Pritsessy lit'ya. 2009. N 2. Pp. 24–29.
20. *Balakin Yu.A., Zavzlishin I.V., Shumskaya L.P.* Razrabotka teoreticheskikh osnov innovatsionnykh tekhnologiy vneshnego vozdeystviya na kristallizatsiyu metallov // Kachestvo. Innovatsii. Obrazovaniye. 2016. № 2(129). Pp. 23–30.
21. *Bazarov A.A., Navasardian A.A., Bondareva N.V.* Processes Modeling in a Silicon Induction Crystallizer // Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2022. Pp. 657–667.
22. *Fletcher K.* Chislennyye metody na osnove metoda Galerkina. M.: Mir, 1988. Pp. 252.