

Электротехника

УДК 621. 335

ДИНАМИКА МНОГОМАССОВОГО МЕХАНИЗМА НАТЯЖЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ ЛИНИИ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ НАПОЛЬНЫХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

В.В. Котенев, В.С. Осипов, В.И. Котенев, С.В. Серюгин

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Динамические характеристики механизма натяжения, состоящего из кабельного барабана, промежуточной кабельной линии и кабель-шторной подвески, получены в виде конечномерной системы операторных уравнений и построенных на ее основе структурных схем и переходных характеристик.

Ключевые слова: механизм напряжения, система уравнения, транспортное средство, кабельный барабан.

Погрузочно-разгрузочные работы по перемещению грузов различного назначения, выполняемые на складах и цехах многих предприятий, производятся, как правило, напольными транспортными средствами, которые получают питание от автономных источников (двигателей внутреннего сгорания или аккумуляторных батарей) либо через подвесную линию и механизм смотки-намотки кабеля от промышленной электрической сети. Эффективность работы транспорта второго типа в значительной степени определяется динамическими характеристиками механизма натяжения линии питания, который как объект управления относится к объектам с распределенными параметрами.

При рассмотрении электромеханической системы управления натяжением кабельной линии ее элементы - кабельный барабан и промежуточную линию от транспортного средства до подвесной линии питания представляют одним звеном с моментом инерции J и жесткостью c_k , а подвесную линию - натянутой струной с неравномерно распределенной массой $p(x)$.

Поперечные колебания этой струны в среде с сопротивлением описывают уравнением

Котенев Владимир Викторович - аспирант кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Осипов Вячеслав Семенович - доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий», к.т.н., доцент.

Котенев Виктор Иванович - профессор кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий», д.т.н., доцент.

Серюгин Сергей Валерьевич - студент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

$$\rho(x) \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} + \alpha \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} - F_n \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} = \rho(x)g + \frac{2F_k(t)}{l_n} \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$\begin{aligned} U(0,t) = U(l_n,t) &= 0; \\ \frac{\partial U(0,t)}{\partial x} &= \frac{\partial U(l_n,t)}{\partial x} = 0; \\ U(x,0) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где $U(x,t)$ – отклонение струны от положения равновесия; x – координата, совпадающая с направлением действия поперечной силы F_k ; F_n – сила натяжения струны в продольном направлении; $\rho(x)$ – масса одного метра подвесной линии питания; g – ускорение свободного падения; l_n – длина подвесной линии; α – коэффициент пропорциональности; t – время.

В результате аппроксимации уравнения (1) по методу интегральных элементов [2, 3] получим систему операторных уравнений в отклонениях:

$$\Delta U_i(p) D_i(p) = -r_{2i} \Delta U_{i-1}(p) - E_i(p) \Delta U_{i+1}(p) + r'_{1i} \Delta F_k(p); \quad (3)$$

$$i = 2, 3, \dots, n,$$

где $r'_{1i} = l_n / (a_{5i} n^2 F_n)$; $r_{2i} = a_{1i} \Delta x_i / a_{5i}$; $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$; $a_{5i} = 1 + (a_{1i} - a_{2i}) \Delta x_i$;

$$a_{1i} = 0,5m x_i^{m-1} / (x_i^m - x_{i-1}^m); \quad a_{2i} = 0,5m a_{0i} x_i^{m-1}; \quad a_{0i} = (x_{i+1}^m - x_i^m)^{-1};$$

$$D_i(p) = d_{2i} p^2 + d_{1i} p + 1; \quad E_i(p) = e_{2i} p^2 + e_{1i} p + e_{0i}; \quad e_{0i} = (a_{1i} \Delta x_i - 1) / a_{5i};$$

$$e_{1i} = \alpha a_{4i} / (a_{5i} F_n); \quad e_{2i} = \rho a_{4i} / (a_{5i} F_n);$$

$$a_{3i} = a_{0i} (a_{6i} + x_{i+1}^{m+1} \Delta x_i / (m+1) - x_i x_{i+1}^m \Delta x_i - a_{7i});$$

$$a_{4i} = a_{0i} (a_{6i} + x_i^{m+1} \Delta x_i / (m+1) - x_i^{m+1} \Delta x_i - a_{7i}); \quad a_{6i} = 0,5 x_{i+1}^m (x_{i+1}^2 - x_i^2);$$

$$a_{7i} = (x_{i+1}^{m+2} - x_i^{m+2}) / ((m+1)(m+2)), \quad m - \text{действительные числа.}$$

По уравнению (3) построим структурную схему (рис. 1), которая связывает отклонение от положения равновесия подвесной линии в дискретных точках ($\Delta U_2(p), \Delta U_3(p), \dots, \Delta U_n(p)$) с усилием $\Delta F_k(p)$.

Здесь $\Delta U_k(p)$ – отклонение средней точки линии от положения равновесия. Индекс k связан с числом элементов n соотношениями: $k = n/2 + 1$ при четном n ; $k = (n \pm 1)/2 + 1$ при нечетном n .

При линейной аппроксимации уравнения (1) значение $m = 1$. В этом случае:

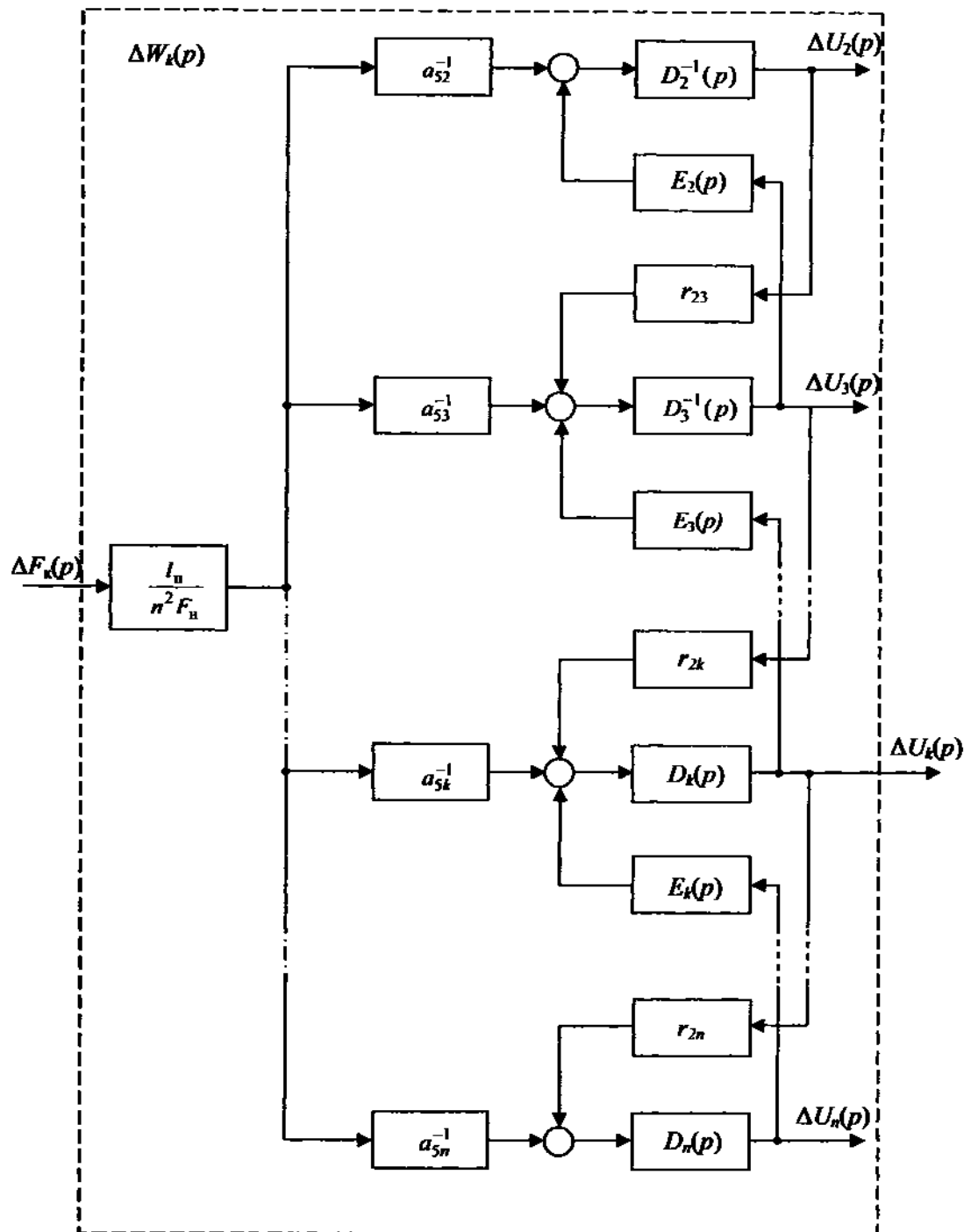
$$D_i = \frac{1}{3} b_{2i} p^2 + \frac{1}{3} b_{1i} p + 1; \quad E_i = \frac{1}{6} b_{2i} p^2 + \frac{1}{6} b_{1i} p - \frac{1}{2};$$

$$b_{1i} = \frac{\alpha \Delta x_i^2}{F_n}; \quad b_{2i} = \frac{\rho \Delta x_i^2}{F_n}; \quad r_{2i} = -\frac{1}{2}; \quad i = 2, 3, \dots, n.$$

Систему линейных операторных уравнений (3) представим векторным уравнением:

$$A \Delta U = R, \quad (4)$$

где



Р и с. 1. Структурная схема подвесной кабельной линии

$$A = \begin{bmatrix} D_2 & E_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ r_{23} & D_3 & E_3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & r_{24} & D_4 & E_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & r_{2n} & D_n \end{bmatrix}; \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \vdots \\ \Delta U_n \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} r_{12} \\ r_{13} \\ \vdots \\ r_{1n} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Передаточная функция между отклонением $\Delta U_i(p)$ и силой натяжения $\Delta F_k(p)$

$$W_i(p) = \frac{\Delta_i(p)}{\Delta(p)}; \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (6)$$

где $\Delta(p)$ – главный определитель, элементы которого совпадают с элементами матрицы A .

Вспомогательный определитель $\Delta_i(p)$ получают из главного определителя $\Delta(p)$, в котором элементы i -того столбца заменены элементами вектор-столбца:

$$R = \frac{l_n}{n^2 F_n} \text{colon}[1, 1, \dots, 1].$$

Вынося общий множитель за знак определителя, запишем:

$$\Delta_i(p) = \frac{l_n}{n^2 F_n} \begin{bmatrix} D_2 & E_2 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \\ r_{23} & D_3 & E_3 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & r_{24} & D_4 & E_4 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & r_{2n} & D_n \end{bmatrix}.$$

Получим передаточную функцию при разбиении струны на малое число участков ($i = 2, 3$):

$$W_i(p) = \sum_{\epsilon=0}^2 c_{\epsilon} p^{\epsilon} / \sum_{j=0}^4 b_j p^j, \quad (7)$$

где $a_0 = r_{22} + 2r_{23}$; $c_1 = 2r_{21}(0,5d_{12} - e_{13}) + 2r_{23}d_{12}$; $c_2 = r_{23}d_{22}$; $r_2 = r_3 = l_n/(n^2 F_n)$; $b_1 = 1, 2d_{12} + 2d_{13} + e_{12} + e_{13}$; $b_2 = 2(d_{12}e_{13} + d_{12}d_{13} + 0,5d_{22} + d_{23})$; $b_3 = 2(d_{12}(e_{23} + d_{23}) + d_{13}d_{15} + d_{22}e_{13})$; $b_4 = 2d_{22}(d_{23} + e_{23})$.

При разбиении струны на два участка в (7) следует положить $r_{23} = d_{13} = d_{23} = e_{13} = e_{23} = 0$.

При аппроксимации уравнения (1) по методу конечных разностей матрица A будет также трехдиагональной:

$$A = \begin{bmatrix} B_2 & C_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ A_3 & B_3 & C_3 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & B_4 & C_4 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & A_n & B_n \end{bmatrix},$$

где $A_i = \frac{1}{24}b_{2i}p^2 + \frac{1}{24}b_{1i}p - \frac{1}{2}$; $B_i = \frac{5}{24}b_{2i}p^2 + \frac{5}{24}b_{1i}p + 1$;

$$C_i = \frac{1}{24} b_{2i} p^2 + \frac{1}{24} b_{1i} p - \frac{1}{2}; \quad b_{1i} = \frac{\alpha \Delta x_i^2}{F_n}; \quad b_{2i} = \frac{\rho \Delta x_i}{F_n}; \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

но элементы первой диагонали будут иметь второй порядок относительно оператора p при нулевом порядке в (5). Поэтому передаточные функции, полученные методом конечных разностей, по сравнению с передаточными функциями (6) имеют более сложных вид.

Погрешности аппроксимации уравнения (1) конечной системы операторной уравнений, полученные с помощью этих методов, практически имеют одинаковую величину. Так, например, при двухэлементной аппроксимации частота свободных колебаний и провис струны, полученные из точного решения [4]:

$$\omega_1 = \frac{\kappa}{l_n} \sqrt{\frac{F_n}{\rho}};$$

$$U_1(l/2) = \frac{\Delta F_n l_n}{4 F_n}.$$

Частоты колебаний, полученные из решения уравнения [1] с помощью метода конечных разностей

$$\omega_2 = \frac{1}{l_n} \sqrt{\frac{9,6 F_n}{\rho}},$$

и метода интегральных элементов

$$\omega_3 = \frac{1}{U} \sqrt{\frac{132 F_n}{P}},$$

дают погрешность, соответственно равную 2,68% и 1,43%.

Провис струны в обоих случаях

$$C_{/2}(l_n/2) = t_{/3}(l_n/2) = \dots$$

Математическая модель механизма натяжения принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} J(l)pAV_k(p) &= AM(p) - AF_k(p)R_6(l); \\ pAFM &= cM - M - V_n(p)l + TdOph \\ AU_k(p) &= [AF_k(p) - AF_n(p)]V_k(p); \\ AF_n(p) &= c_n \{ \dots + T_p \} AU_k(p); \\ AV_n(p) &= pAU_k(p), \end{aligned} \quad (8)$$

где

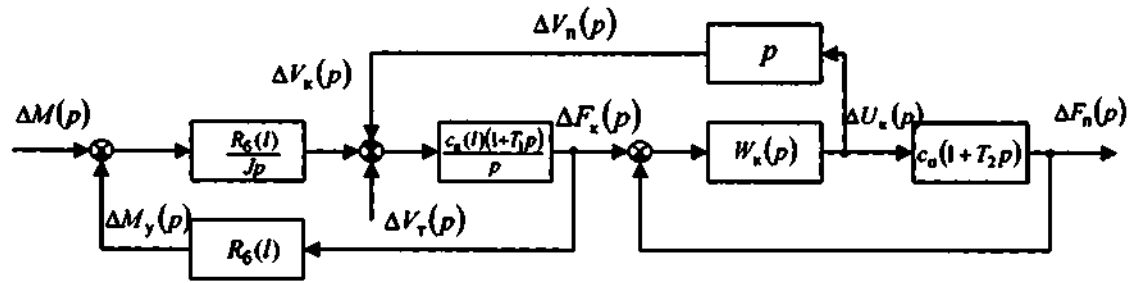
$$T_1(l) = \frac{2}{R_6(l)} \sqrt{\frac{J(l)}{c_3(l)}}; \quad T_2 = 2\varepsilon \sqrt{\frac{m}{c_n}}.$$

Момент инерции электропривода $J(l)$, радиус барабана $RQ(l)$, постоянная времени $\Gamma(l)$ изменяются в зависимости от длины / кабеля смотанного барабана.

Структурная схема (рис. 2), построенная по соотношениям (8), использована при построении системы автоматического управления натяжением кабеля [5].

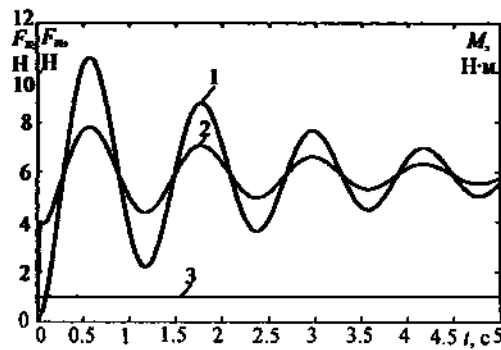
В качестве передаточной функции $W_k(p)$ при дискретности $n < 3$ целесообразно использовать передаточную функцию (7), а при более высокой дискретности $n > 3$ - развернутую структурную схему, представленную на рис. 1.

На рис. 2 обозначены: $\Delta F_n(p)$ - упругая сила в подвесной линии, $\Delta M_y(p)$ - упругий момент, $\Delta V_n(p)$ - скорость движения подвесной линии.

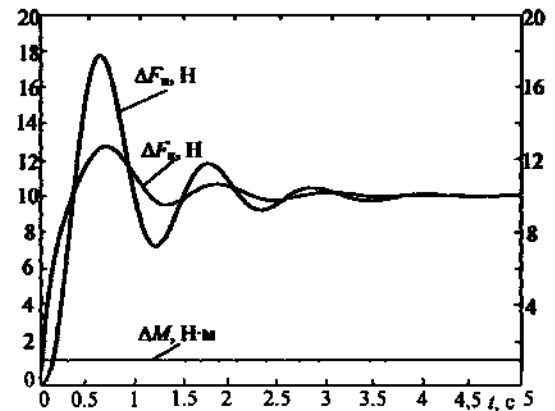


Р и с. 2. Структурная схема механизма натяжения

Переходные характеристики механизма натяжения с подвесной линией ($p_1 = p_2 = p_3 = 0,12$ кг/м, $p_4 = 1,6$ кг/м, $l_w = 30$ м, $F_H = 1040$ Н, $T = 9$ кг, $c_n = 400$ Н/м, $s = 0,1$) для двух вариантов расположения транспортного средства ($l/J = 2$ м, $L_{\phi 1} = 0,17$ м, $J_1 = 0,1772$ кг·м², $c_{k1} = 10000$ Н/м - вариант 1; $l_2 = 20$ м, $RQ_2 = 0,1$ м, $J_2 = 0,0324$ кг·м², $c_{k2} = 48$ Н/м - вариант 2) по заданному моменту и скорости транспортного средства представлены соответственно на рис. 3, 4 и рис. 5, 6.

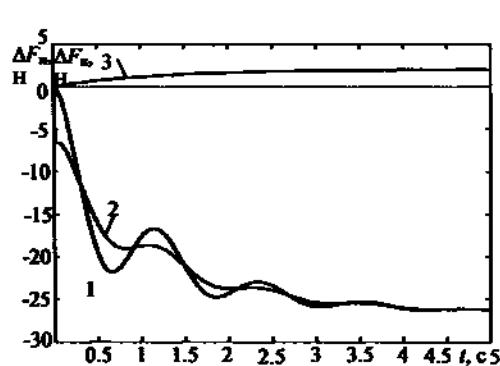


Р и с. 3. Переходные характеристики по задающему моменту ΔM для первого варианта: 1 - $\Delta F_n(t)$; 2 - $\Delta F_k(t)$

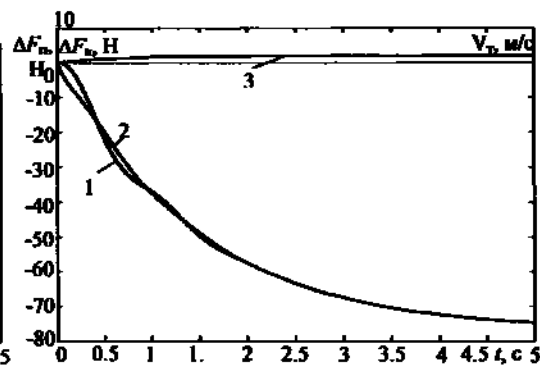


Р и с. 4. Переходные характеристики по задающему моменту ΔM для второго варианта: 1 - $\Delta F_n(t)$; 2 - $\Delta F_k(t)$

Из анализа этих характеристик следует, что при удалении транспортного средства от подвесной линии (с увеличением l') показатели качества, а следовательно, и параметры механизма натяжения изменяются в достаточно широких пределах, что необходимо учитывать при построении системы управления.



Р и с. 5. Реакция механизма на экспериментальное изменение скорости ΔV_T транспортного средства ($T_s=0,6$) для первого варианта: 1 – $\Delta F_n(t)$; 2 – $\Delta F_k(t)$; 3 – $\Delta M(t)$



Р и с. 6. Реакция механизма на экспериментальное изменение скорости ΔV_T транспортного средства ($T_s=0,6$) для второго варианта: 1 – $\Delta F_n(t)$; 2 – $\Delta F_k(t)$; 3 – $\Delta M(t)$

Получены динамические характеристики механизма натяжения кабеля системы электроснабжения напольных транспортных средств в виде операторных уравнений и структурных схем. Характеристики рассчитаны для механизма как элемента со многими степенями свободы. Показано, что математическая модель, созданная с использованием метода интегральных элементов, более компактна по сравнению с моделью, полученной с помощью метода конечных разностей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пат. 2185296 RU, МКНВ60L9/00. Устройство для электроснабжения и управления безрельсовым транспортом. / В.И. Котенев, А.В. Котенев, В.В. Котенев, И.А. Шайдуров. № 2000131771/28; Заявлено 18.12.2000; Опубл. 20.07.2002; Бюл. № 20.
2. Котенев В.И. Приближенный метод решения задач нестационарной теплопроводности // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1989. - №3. - С. 111-116.
3. Котенев В.И. Метод интегральных элементов в системах с распределенными параметрами // Ученые Сызрани - науке и производству: Сборник научных трудов. - Самара, 1996. - С. 181-185.
4. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. - М.: Машиностроение, 1985.
5. Котенев В.И., Котенев А.В. Автоматизированный электропривод кабелесборочного механизма с ООС по току якоря системы электроснабжения безаккумуляторного электропозрузчика // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. Вып. 37. - Самара, 2005. - С. 134-140.

Статья поступила в редакцию 1 июня 2009 г.

UDC621.335

THE DYNAMIC OF MULTIMASS MECHANISM FOR THE TENTION OF AN INTERVENING LINE OF FEEDING VEHICLES

V. V. Kotenev, V.S. Osipov, V.L Kotenev, S. V. Serjugin

Samara State Technical University
224, Molodogvardeyskaya ul., 443100

The article deals with the dynamic characteristics of multimass tension mechanism consisting of a cable spool, intervening cable line and in cable-blind mount getting as the final equation system and as the structure schemes and transitional characteristics based on this system.

Key words: tention mechanism, equation system, vehicle, cable spool.