УДК 621-52

# ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПОГРУЖНЫМ ЭЛЕКТРОЦЕНТРОБЕЖНЫМ НАСОСОМ

***В.А. Стариков***

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассмотрена математическая модель цифровой системы управления погружным электроцентробежным насосом с учетом процесса квантования по времени. Найдена дискретная передаточная функция замкнутой системы. Определена граница устойчивости в функции периода квантования.*

***Ключевые слова:*** *погружной электроцентробежный насос, цифровая система управления, квантование по времени, дискретная передаточная функция, экстраполятор нулевого порядка*

Все современные системы управления погружными электроцентробежными насосами строятся на основе цифровой микропроцессорной техники, которой присущ эффект квантования по времени. Собственно, частоты квантования по времени в частотном преобразователе и контроллере высоки по сравнению с полосой частот пропускания системы управления, и их можно не учитывать при синтезе регуляторов. Но существуют и медленные процессы квантования по времени. К ним следует отнести частоту опроса датчика динамического уровня. В зависимости от типа применяемого датчика период квантования может меняться в широких пределах. Например, период опроса эхолота может составлять 10 минут и более.

В связи с этим актуальной задачей является исследование влияния квантования по времени на работу системы управления погружным электроцентробежным насосом.

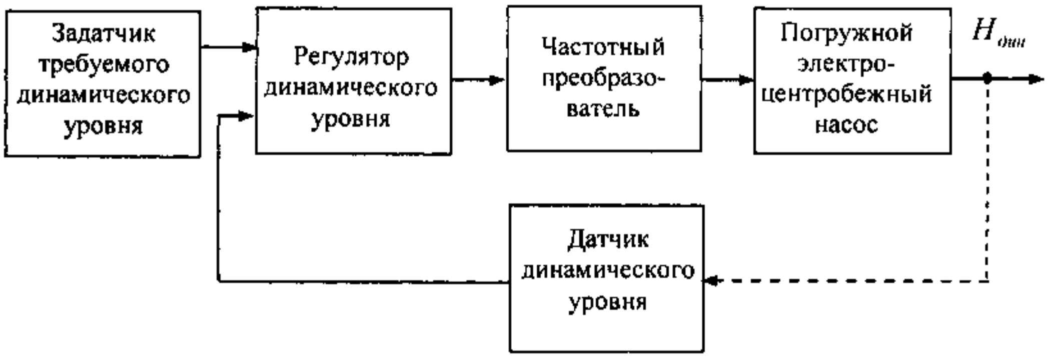
Влияние квантования по времени на работу цифровой системы управления можно учесть с помощью математического аппарата z-преобразований [1], который базируется на дискретном преобразовании Лапласа для решетчатой функции.

Функциональная схема системы управления погружным электроцентробежным насосом (рис. 1) содержит задатчик требуемого динамического уровня, регулятор динамического уровня, частотный преобразователь, собственно погружной электроцентробежный насос и датчик динамического уровня жидкости в скважине.

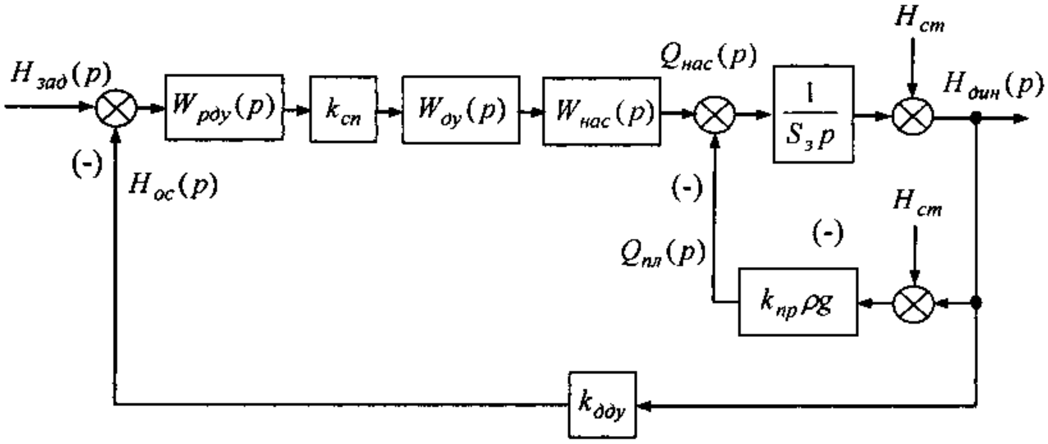
Приведенной функциональной схеме соответствует структурная схема непрерывного прототипа системы управления погружным электроцентробежным насосом (рис. 2), на которой приняты следующие обозначения: $W_{рду}(p)$ – передаточная функция регулятора динамического уровня; $k_{сп}$ – коэффициент передачи частотного преобразователя; $W_{ду}(p)$ – передаточная функция асинхронного электродвигателя, входящего в состав электроцентробежного насоса; $W_{нас}(p)$ – передаточная функция насоса; $S_з$ – площадь затрубного пространства скважины; $\rho$ – плотность добываемой жидкости; $g$ – ускорение свободного падения; $k_{пр}$ – коэффициент продуктив-

*Стариков Владимир Александрович – аспирант кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».*

ности пласта жидкости; $k_{дду}$ – коэффициент передачи датчика динамического уровня; $H_{ст}$ – статический уровень жидкости в скважине; $H_{зад}(p)$ и $H_{дин}(p)$ – изображения задающего воздействия и выходной координаты (динамического уровня жидкости в скважине) соответственно; $H_{ос}(p)$ – изображение сигнала обратной связи; $Q_{нас}(p)$ и $Q_{пл}(p)$ – изображения расхода насоса и притока жидкости из пласта соответственно; $p$ – комплексная переменная.




Р и с. 1. Функциональная схема системы управления погружным электроцентробежным насосом

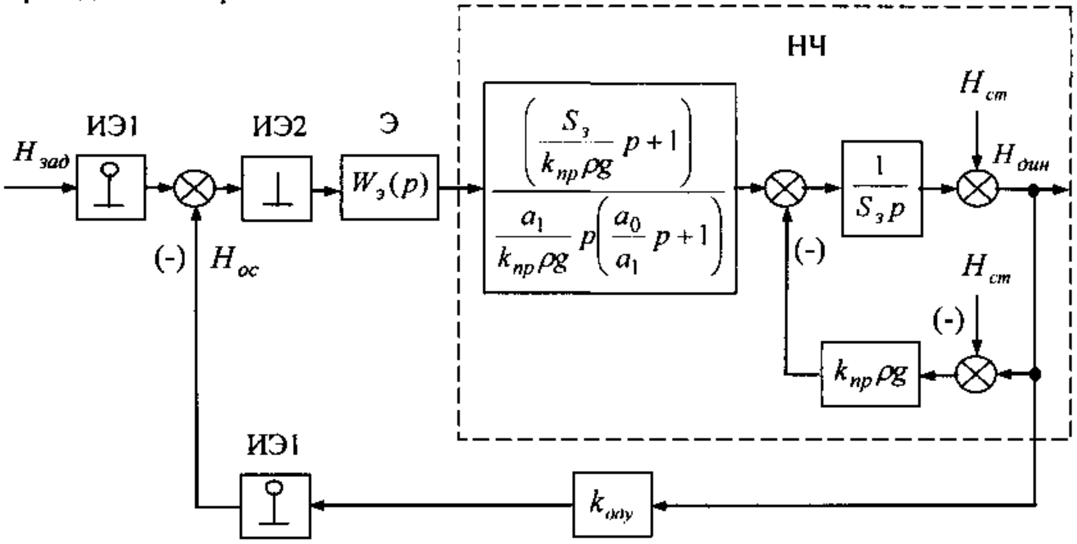



Р и с. 2. Структурная схема непрерывного прототипа системы управления погружным электроцентробежным насосом

Ввиду того, что инерционностью насоса и асинхронного электродвигателя можно пренебречь, а передаточная функция регулятора динамического уровня выбирается по формуле

$$W_{рду}(p) = \frac{\left(\dfrac{S_з}{k_{пр}\rho g} p + 1\right)}{\dfrac{k_{сп} k_{ду} k_{нас} a_1}{k_{пр}\rho g} p \left(\dfrac{a_0}{a_1} p + 1\right)},$$

где $k_{ду}$ и $k_{нас}$ – коэффициенты передачи электродвигателя и насоса соответственно, $a_0$ и $a_1$ – коэффициенты желаемой диаграммы изменения динамического уровня жидкости в скважине, структурная схема системы управления погружным электроцентробежным насосом с учетом процесса квантования по времени принимает вид, приведенный на рис. 3.

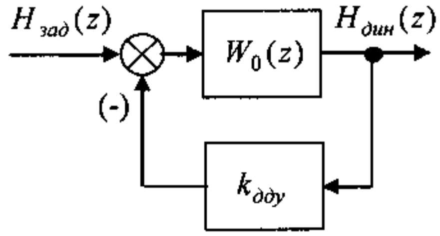



Р и с. 3. Структурная схема системы управления погружным электроцентробежным насосом с учетом процесса квантования по времени

На рисунке приняты следующие обозначения: ИЭ1 – импульсный элемент первого рода, ИЭ2 – идеальный импульсный элемент второго рода, Э – экстраполятор нулевого порядка, НЧ – непрерывная часть системы.

В состав квазинепрерывного объекта в данном случае входят регулятор динамического уровня, частотный преобразователь, асинхронный электродвигатель, центробежный насос и собственно скважина. Следует отметить, что функцию экстраполятора нулевого порядка в рассматриваемой системе выполняет регулятор динамического уровня. Введение в структурную схему идеального импульсного элемента второго рода сделано с целью формального изображения экстраполятора в виде динамического звена с передаточной функцией $W_Э(p)$. Цифровая часть системы, в которой происходит квантование по времени с большим периодом дискретизации $T$, представлена сравнивающим устройством.

При переходе к z-преобразованиям и дискретным передаточным функциям структурную схему рассматриваемой системы можно изобразить следующим образом (рис. 4).




Р и с. 4. Структурная схема системы управления погружным электроцентробежным насосом при переходе к дискретным передаточным функциям

Здесь квазинепрерывный объект управления с учетом экстраполятора нулевого порядка представлен дискретной передаточной функцией $W_0(z)$.

В соответствии с общим правилом [1] найдем дискретную передаточную функцию непрерывной части с учетом экстраполятора нулевого порядка

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{1}{p^2(a_0 p + a_1)}\right\}, \tag{1}$$

где $z = e^{pT}$; $Z$ – условное обозначение перехода к z-преобразованию.

Разложим в (1) выражение в фигурных скобках на элементарные дроби

$$\frac{1}{p^2(a_0 p + a_1)} = \frac{A}{p^2} + \frac{B}{p} + \frac{C}{a_0 p + a_1}, \tag{2}$$

где $A$, $B$ и $C$ – неизвестные коэффициенты, которые необходимо найти.

Приведем правую часть (2) к общему знаменателю и числитель полученной дроби приравняем к 1

$$(a_0 B + C)p^2 + (a_0 A + a_1 B)p + a_1 A = 1. \tag{3}$$

Из анализа (3) следует, что равенства выполняется при условиях:

$$\left.\begin{aligned} &a_1 A = 1; \\ &a_0 A + a_1 B = 0; \\ &a_0 B + C = 0. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Решая систему уравнений (4) относительно коэффициентов $A$, $B$ и $C$, получим

$$A = \frac{1}{a_1};\ B = -\frac{a_0}{a_1^2};\ C = \frac{a_0^2}{a_1^2}. \tag{5}$$

С учетом (5) выражение (2) запишется следующим образом:

$$\frac{1}{p^2(a_0 p + a_1)} = \frac{1}{a_1 p^2} - \frac{a_0}{a_1^2 p} + \frac{a_0^2}{a_1^2(a_0 p + a_1)}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (1), получим

$$W_0(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{1}{a_1 p^2} - \frac{a_0}{a_1^2 p} + \frac{a_0^2}{a_1^2(a_0 p + a_1)}\right\}. \tag{7}$$

По таблицам z-преобразований [1] найдем изображения от элементарных дробей:

$$Z\left\{\frac{1}{a_1 p^2}\right\} = \frac{Tz}{a_1(z-1)^2}; \tag{8}$$

$$Z\left\{-\frac{a_0}{a_1^2 p}\right\} = -\frac{a_0 z}{a_1^2(z-1)}; \tag{9}$$

$$Z\left\{\frac{a_0^2}{a_1^2(a_0 p + a_1)}\right\} = \frac{a_0 z}{a_1^2(z-d)}, \tag{10}$$

где $d = e^{-\frac{a_1}{a_0}T}$.

Подставляя (8), (9) и (10) в (7) и пользуясь свойством линейности z-преобразований, после несложных преобразований найдем дискретную передаточную функцию непрерывной части с учетом экстраполятора нулевого порядка;

$$W_0(z)=\frac{\left(\frac{T}{a_1}-\frac{a_0(1-d)}{a_1^2}\right)z+\frac{a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{Td}{a_1}}{(z-1)(z-d)}. \tag{11}$$

С учетом (11) дискретная передаточная функция замкнутой системы управления погружным электроцентробежным насосом принимает следующий вид:

$$W_{зам}(z)=\frac{H_{дин}(z)}{H_{зад}(z)}=\frac{W_0(z)}{1+k_{ðду}W_0(z)}=$$

$$=\frac{\left[\frac{T}{a_1}-\frac{a_0(1-d)}{a_1^2}\right]z+\frac{a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{Td}{a_1}}{z^2-\left[1+d+\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}T}{a_1}\right]z+d+\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}Td}{a_1}}. \tag{12}$$

Передаточная функция (12) позволяет исследовать устойчивость и динамические свойства цифровой системы управления погружным электроцентробежным насосом с учетом процесса квантования по времени.

В устойчивой цифровой системе корни характеристического уравнения должны быть по модулю меньше 1, то есть лежать внутри круга единичного радиуса плоскости корней z [1]. Для рассматриваемой системы характеристическое уравнение имеет вид

$$z^2-\left[1+d+\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}T}{a_1}\right]z+d+\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}Td}{a_1}=0. \tag{13}$$

Использование известных критериев устойчивости для уравнения (13) невозможно. Поэтому подстановкой

$$z=\frac{1+w}{1-w}$$

перейдем от комплексной величины $z$ к комплексной величине $w$:

$$\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^2-\left[1+d+\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}T}{a_1}\right]\frac{1+w}{1-w}+d+\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}Td}{a_1}=0. \tag{14}$$

Эта операция отображает внутреннюю часть круга единичного радиуса на левую половину $w$-плоскости, что позволяет использовать известные алгебраические критерии устойчивости для характеристического уравнения (14). Умножая левую и правую часть (14) на $(1-w)^2$, после несложных преобразований получим:

$$\left(2+2d+\frac{2k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{ðду}T(1-d)}{a_1}\right)w^2+2\left(1-d-\frac{k_{ðду}a_0(1-d)}{a_1^2}+\frac{k_{ðду}Td}{a_1}\right)w$$
$$+\frac{k_{ðду}T(1-d)}{a_1}=0. \tag{15}$$

Для преобразованного характеристического уравнения (15) можно применить критерий устойчивости Раусса-Гурвица [2], в соответствии с которым необходимым и достаточным условием устойчивости рассматриваемой системы является положительность всех коэффициентов:

$$\left.\begin{aligned}
&2+2d+\frac{2k_{\partial\partial y}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{\partial\partial y}T(1-d)}{a_1}\succ 0;\\
&2\left(1-d-\frac{k_{\partial\partial y}a_0(1-d)}{a_1^2}+\frac{k_{\partial\partial y}Td}{a_1}\right)\succ 0;\\
&\frac{k_{\partial\partial y}T(1-d)}{a_1}\succ 0.
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

При положительных и ненулевых значениях параметров $a_0$, $a_1$, $k_{\partial\partial y}$ и $T$ последнее неравенство в (16) выполняется всегда, поэтому условие устойчивости системы управления погружным электроцентробежным насосом можно переписать следующим образом:

$$\left.\begin{aligned}
&2+2d+\frac{2k_{\partial\partial y}a_0(1-d)}{a_1^2}-\frac{k_{\partial\partial y}T(1-d)}{a_1}\succ 0;\\
&1-d-\frac{k_{\partial\partial y}a_0(1-d)}{a_1^2}+\frac{k_{\partial\partial y}Td}{a_1}\succ 0.
\end{aligned}\right\} \tag{17}$$

Неравенства (17), определяющие границу устойчивости, содержат аргумент $T$ как в явном виде, так и в завуалированном под параметром $d=e^{-\frac{a_1}{a_0}T}$. Поэтому целесообразно граничные значения $T$ искать численными методами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК


1. Микропроцессорные системы автоматического управления / В. А. Бесекерский, Н. Б. Ефимов, С. И. Зиатдинов и др.; Под общ. Ред. В. А. Бесекерского. – Л.: Машиностроение, 1988. – 365 с.
2. *Бесекерский В. А., Попов Е. П.* Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1975. – 768 с.



*Статья поступила в редакцию 4 мая 2009 г.*

UDC 621-52


## DISCRET MATHEMATICAL MODEL OF DIGITAL CONTROL SYSTEM BY SUBMERSIBLE ELECTRIC-CENTRIFUGAL PUMP


***V.A. Starikov***

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100



*Mathematical model of digital control system by submersible electric-centrifugal pump with allowance for time quantization process is considered. Discrete transfer function of closed-loop system has been found. Stability threshold in function of quantization period has been defined.*



***Key words:*** *submersible electric-centrifugal pump, digital control system, time quantization, discrete transfer function, zero-order hold.*