

МОДЕЛИРОВАНИЕ И УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМИ ПОЛЯМИ В ПРОЦЕССЕ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА АЛЮМИНИЕВЫХ ЗАГОТОВОК, ВРАЩАЮЩИХСЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА¹

Ю.Э. Плешивцева, Н.В. Заикина

Самарский государственный технический университет,
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: *yulia_pl@mail.ru, natalizvol@mail.ru*

Исследуется инновационная энергосберегающая технология индукционного нагрева алюминиевых заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока. Проведено моделирование процесса нагрева с использованием электромагнитно-тепловой двумерной численной модели и параметрическое исследование температурных полей заготовки. Приводятся постановка и решение задачи оптимального по быстрдействию управления процессом нагрева заготовок.

Ключевые слова: индукционный нагрев, температурное поле, численная модель, альтернативный метод, оптимальное по быстрдействию управление.

Введение

Индукционный нагрев алюминия, обладающего высокой удельной проводимостью, является одним из самых крупномасштабных электротехнологических процессов, применяющихся в цветной металлургии, особенно в технологиях горячей обработки цветных металлов давлением. Традиционные индукционные нагреватели представляют собой сплошной соленоид (индуктор), создающий переменное во времени магнитное поле, и конвейерную ленту, по которой в нагревательную установку поступают новые заготовки, нагревающиеся в процессе прохождения внутри индуктора. Установки такого типа обладают большими энергетическими потерями за счет водяного охлаждения медных частей, и их КПД обычно не превышает 60%.

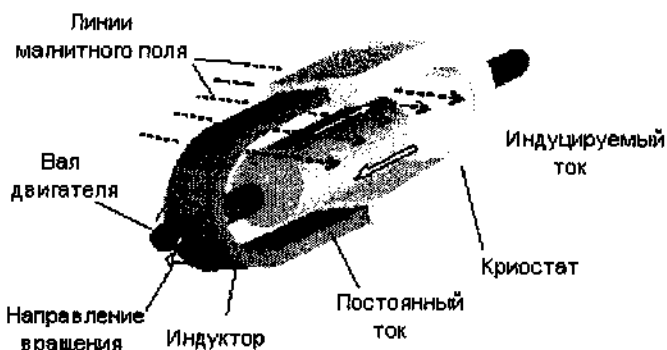
Для повышения энергетической эффективности процесса индукционного нагрева в последние годы была разработана принципиально новая технология, которая заключается в использовании сверхпроводящих материалов для возбуждения магнитного поля высокой интенсивности [1]. Данная технология основана на способности сверхпроводников проводить постоянный ток практически без потерь. Нагрев в таких установках осуществляется за счет токов, индуцируемых в заготовке при ее вращении в постоянном магнитном поле. Коэффициент полезного действия при таком методе нагрева теоретически может достигать 90%.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Грантами РФФИ (проекты 09-08-297а, 07-08-00342а), Целевой Программы Минобрнауки РФ «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2010 годы)» (проект №2.1.2/4236) и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы» (государственный контракт №П231 от 23.07.09 г.).

Плешивцева Юлия Эдгаровна – доцент кафедры «Управление и системный анализ в теплоэнергетике», д.т.н., доцент.

Заикина Наталья Валерьевна – аспирантка кафедры «Управление и системный анализ в теплоэнергетике».

При вращении заготовки с постоянной скоростью в направленном перпендикулярно оси её вращения (рис. 1) постоянном магнитном поле магнитный поток изменяется по синусоидальному закону, в результате чего и производится нагрев изделия индуцируемыми вихревыми токами.



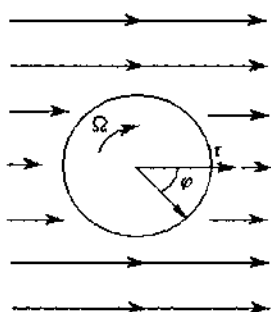
Р и с. 1. Принцип индукционного нагрева заготовки, вращающейся в магнитном поле сверхпроводника

Численная двумерная модель процесса нагрева

Математическая модель системы нагрева алюминиевых заготовок вращением включает взаимосвязанный расчет электромагнитных и тепловых полей в поперечном сечении заготовки в предположении, что длина заготовки много больше её радиуса.

При моделировании рассматриваемого процесса необходимо учитывать следующие факторы:

- теплофизические свойства материала заготовки существенно зависят от температуры и от неравномерности магнитного поля;
- существует сложный характер теплообмена, то есть имеет место одновременное протекание процессов радиационного, конвективного и кондуктивного теплообмена;
- необходимо решать сопряженные задачи, то есть согласовывать решения определяемых отдельных блоков математической модели;
- геометрия системы «индуктор-металл» имеет достаточно сложную форму.



Р и с. 2. Бесконечно длинный цилиндр, вращающийся в однородном поперечном магнитном поле постоянного тока

В подобных условиях для исследования свойств процесса нагрева и решения соответствующих задач оптимального управления удовлетворительное по точности моделирование можно получить только численными методами.

Для моделирования исследуемого процесса был выбран метод конечных элементов, где в качестве конечных элементов используются четырехугольные элементы для детали и элементов индуктора, треугольные элементы – для сетки окружающего пространства. Численная двумерная модель была разработана в среде наукоемкого расчетного программного комплекса ANSYS [2]. Алгоритм решения задачи моделирования представляет собой последовательную итерационную процедуру, включающую гармонический электромагнитный анализ и переходный тепловой анализ.

В качестве базовой рассматривается двумерная модель температурного поля в поперечном сечении заготовки радиусом R (рис. 2), поскольку такая модель, с одной стороны, является достаточно представительной для исследований общего характера, а с другой стороны – позволяет использовать ее в оптимизационных процедурах за счет относительно ограниченного времени расчетов.

Длина цилиндрической заготовки в направлении оси z считается бесконечной. Также предполагается, что заготовка находится в среде с нулевой проводимостью и проницаемостью $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/м, вращается с угловой скоростью $\Omega = f \cdot (2\pi/60)$, где f – число оборотов заготовки в минуту во внешнем однородном магнитном поле с магнитной индукцией B_0 , Т [1].

В общем случае пространственно-временное распределение температуры по объему заготовки в процессе индукционного нагрева описывается взаимосвязанной системой уравнений Максвелла и Фурье для электромагнитного и температурного полей [2].

Уравнение Максвелла для электромагнитного поля внутри проводящего материала может быть записано как

$$\operatorname{rot} \bar{H} = J + \frac{\partial \bar{D}}{\partial \tau}; \operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial \tau}; \operatorname{div} \bar{B} = 0; \operatorname{div} \bar{E} = 0. \quad (1)$$

Здесь \bar{E} – вектор напряженности электрического поля; \bar{D} – вектор электрической индукции; \bar{B} – вектор магнитной индукции; \bar{H} – вектор напряженности магнитного поля; J – плотность электрического тока проводимости; τ – время.

Уравнение Фурье, описывающее в наиболее общем виде температурное поле в нагреваемой заготовке, имеет вид

$$c(T)\gamma(T)\frac{\partial T}{\partial \tau} - \operatorname{div}(\lambda(T)\operatorname{grad}T) + c(T)\gamma(T)\bar{V}\operatorname{grad}T = F, \quad (2)$$

где T – температурное поле в поперечном сечении заготовки; $c(T), \gamma(T), \lambda(T)$ – соответственно удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности нагреваемого металла; \bar{V} – вектор скорости перемещения заготовки; F – внутренние источники тепла, возбуждаемые индуцируемыми в заготовке вихревыми токами, за счет которых происходит нагрев.

Удельная мощность тепловыделения на единицу объема нагреваемого тела, которая зависит от частоты вращения заготовки f , может быть найдена путем расчета передаваемой в заготовку энергии электромагнитного поля [2]:

$$F = -\operatorname{div}[\bar{E} \cdot \bar{H}]. \quad (3)$$

Применительно к рассматриваемой технологии мощность тепловыделения $F(f)$ [Вт/м³] может быть вычислена согласно соотношению [1]

$$F = \sigma(B_{r1} \cdot \frac{2\pi R}{60} f \cdot \xi)^2, \quad (4)$$

где B_{r1} – радиальная составляющая магнитного поля в цилиндрических координатах; $\xi = \frac{r}{R}$ [1].

Таким образом, для исследуемой инновационной технологии нагрева управление мощностью тепловыделения осуществляется за счет изменения скорости вращения заготовки.

Теплофизические параметры $c(T), \gamma(T), \lambda(T)$ в (2) являются нелинейными функциями температуры. Совместно с соответствующими граничными и начальными условиями уравнение (2) описывает трехмерное температурное распределение в любой момент времени для любой точки по объему нагреваемой заготовки.

Параметрическое исследование математической модели

Исследование модели проводилось для процесса нагрева заготовок из алюминия со следующими параметрами:

- скорость вращения заготовки – 8, 16, 25, 35, 50 [об/с];
- диаметр нагреваемой заготовки – 215 [мм].

С целью использования модели в оптимизационной процедуре было исследовано, как влияет шаг дискретизации модели на точность вычислений. Результаты показали, что обычно 50-60 временных шагов достаточно для получения точности вычислений, удовлетворительной для инженерной практики.

Путем анализа результатов моделирования было выявлено, что влияние конфигурации катушки индуктора на радиальное распределение температуры в поперечном сечении заготовки невелико, и им можно пренебречь. При изменении конструктивных параметров катушки изменялась только величина индуцируемой мощности источников тепла для одних и тех же значений тока источника питания (расчёты проводились для величины тока 323 кА) [2].

Дальнейшие исследования были посвящены изучению влияния скорости вращения и времени нагрева на изменение температурного поля в поперечном сечении заготовки. Расчёты проводились для различных значений скорости вращения заготовки в диапазоне от 8 до 50 об/сек.

Полученные зависимости температуры поверхности $T_{пов}$ и центра $T_{ц}$ заготовки, перепада температур между поверхностью и центром загрузки ΔT от частоты вращения f при постоянном времени нагрева τ свидетельствуют о том, что скорость вращения заготовки имеет значительное влияние на распределение джоулева тепла по поперечному сечению заготовки и, как следствие, на распределение температуры в этом сечении.

Таким образом, изменяя скорость вращения заготовки (время нагрева), можно влиять на распределение температуры по сечению заготовки и термоперепад между центром и поверхностью, поэтому именно скорость вращения заготовки выбирается в дальнейшем как управляющее воздействие на процесс нагрева заготовок, вращающихся в магнитном поле постоянного тока.

Постановка и решение задачи оптимального по быстродействию управления

Для решения задачи управления нагревом заготовок, вращающихся в постоянном магнитном поле, процесс индукционного нагрева рассматривается в качестве объекта оптимизации с распределенными параметрами [3], состояние которого однозначно определяется пространственно-временным распределением температуры нагреваемого тела $T(l, \tau)$ во времени τ и по радиальной координате $l \in [0, R]$ при условии пренебрежения температурной неравномерностью по её длине, поскольку неравномерность распределения температуры в осевом направлении оказывается пренебрежимо малой по сравнению с неравномерностью по радиусу.

Холодные заготовки поступают в установку с начальным распределением тем-

пературы $T_0(l)$ и должны быть нагреты в процессе вращения до заданной температуры $T^*(l)$.

Как было описано выше, изменение частоты вращения заготовки во времени $f(\tau)$, позволяющее целенаправленно изменять температурное поле заготовки, можно рассматривать в качестве сосредоточенного управляющего воздействия, подобного управлению по мощности индукционного нагрева, осуществляемого по типовой технологии [4].

Ограничение на управляющее воздействие $f(\tau)$ вводится исходя из максимально и минимально возможных величин частоты вращения заготовок и записывается в виде

$$0 \leq f(\tau) \leq f_{\max}. \quad (5)$$

В качестве критерия оптимальности для обеспечения максимальной производительности установки рассматривается минимальное время нагрева τ_{\min}^0 .

Применительно к исследуемому в настоящей работе классу задач оптимизации индукционная установка в конечный момент времени τ_k должна обеспечивать нагрев металлической заготовки до заданной температуры $T^*(l) = T^* = const$ с допустимым температурным отклонением по сечению заготовки ε_0 :

$$\max_{l \in [0, l]} |T(l, \tau_k) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (6)$$

Таким образом, задача оптимального по быстродействию управления процессом нагрева заготовки, вращающейся в магнитном поле постоянного тока, может быть сформулирована следующим образом.

Необходимо найти такое переменное во времени управляющее воздействие $f(\tau) = f_{opt}(\tau)$, стесненное ограничением (5), которое обеспечивает перевод нагреваемого изделия с начальным распределением температуры $T_0(l) = T_0 = const$ в заданное целевое множество, согласно (6), за минимально возможное время $\tau_k = \tau_{\min}^0$.

Исследование рассматриваемой инновационной технологии процесса нагрева заготовки путем её вращения в постоянном магнитном поле на численной модели температурных полей свидетельствует, что характер пространственно-временного температурного распределения при управлении по скорости вращения идентичен характеру температурного распределения при управляющем воздействии по мощности внутреннего тепловыделения в типовых технологиях нагрева в переменном электромагнитном поле [4].

Подобно известным результатам для общей нелинейной задачи оптимального по быстродействию управления процессами нестационарной теплопроводности с внутренним тепловыделением [4], стандартные процедуры принципа максимума непосредственно определяют $\Delta^{(N)}$ -параметризованное представление управляющего воздействия $f_{opt}(\tau)$ для математической модели ОРП вида (2)-(4) в форме кусочно-постоянной функции времени (рис. 3)

$$f_{opt}(\tau) = \frac{f_{\max}}{2} \left[1 + (-1)^{j+1} \right] \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < \tau < \sum_{i=1}^j \Delta_i, \quad j = \overline{1, N}, \quad (7)$$

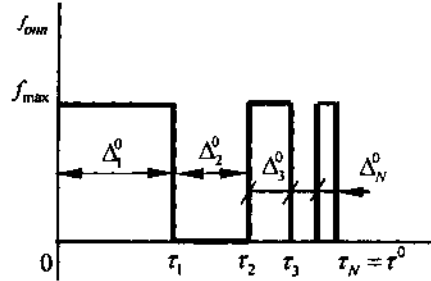
однозначно задаваемой тем самым с точностью до числа N и длительностей

$\Delta_i, i = \overline{1, N}$ интервалов своего постоянства, выступающих в роли искоемых параметров и зависящих только от требуемой точности нагрева ε_0 в (6), где N может быть найдено по заданной величине ε_0 по общей методологии альтернансного метода [3]. В итоге осуществляется процедура редукции исходной задачи к задаче полубесконечной оптимизации:

$$I(\Delta) = \sum_{i=1}^S \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta} \Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_S); \quad (8)$$

$$\Phi(\Delta) = \max_{l \in [0, R]} |T(l, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0, \quad (9)$$

где зависимости $T(l, \Delta)$ находятся по численной ANSYS-модели объекта при управлении вида (7).



Р и с. 3. Общий вид оптимального алгоритма управления процессом индукционного нагрева

Аналогии математических моделей и закономерностей температурного распределения в рассматриваемом и типовом процессах оптимального по быстродействию индукционного нагрева приводят к сохранению в сформулированной задаче (8)-(9) соответствующих этим процессам оптимальной формы кривой радиального распределения результирующих температур и его альтернансных свойств, что позволяет использовать для решения данной задачи общую схему альтернансного метода [3], подобно тому, как это сделано в [5].

Ниже представлены результаты расчета оптимального по быстродействию процесса нагрева алюминиевых цилиндрических заготовок диаметром 215 мм путем их вращения в постоянном магнитном поле при токе источника питания 323,2 кА.

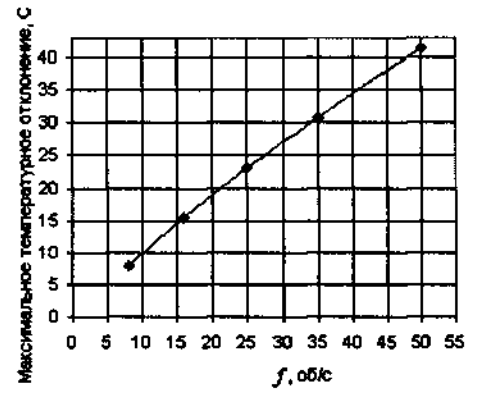
Общие результаты расчетов одноинтервального процесса нагрева до температуры 500 °С для $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ T(l_3, \Delta_1^0) - T^* = \varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ \frac{\partial T(l_3, \Delta_1^0)}{\partial l} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

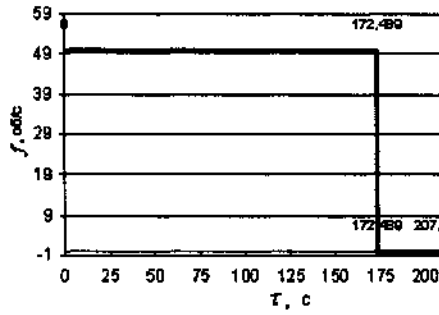
относительно оптимальной длительности процесса Δ_1^0 , величины $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ и l_3 приведены в таблице и на рис. 4. Эти результаты показывают, что технологически допустимое температурное отклонение $\varepsilon_0 = 12.5$ °С ($\pm 2.5\%$) может быть получено только при частоте вращения заготовки, меньшей, чем 16 об/с, которая значительно ниже максимальной f_{\max} . Данное обстоятельство приводит к существенному увеличению времени нагрева. Отклонение $\varepsilon_0 = 41.4$ °С, получаемое при максимальной частоте вращения, означает неравномерность нагрева, которая обычно недопустима для последующего процесса горячего прессования, где требуется более высокая точность нагрева. Поэтому необходимо применение двухинтервального оптимального алгоритма управления.

Таблица 1
Одноинтервальный процесс нагрева

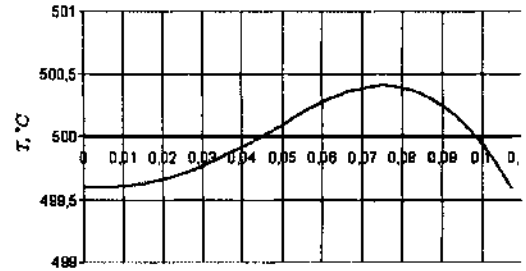
Частота вращения, об/с	Время нагрева, с	Максимальное температурное отклонение на выходе, °С	Максимальная температура в ходе нагрева, °С
8	536,137	7,834	507,834
16	346,964	15,357	515,357
25	264,18	23,056	523,056
35	214,849	30,966	530,966
50	172,229	41,403	541,402



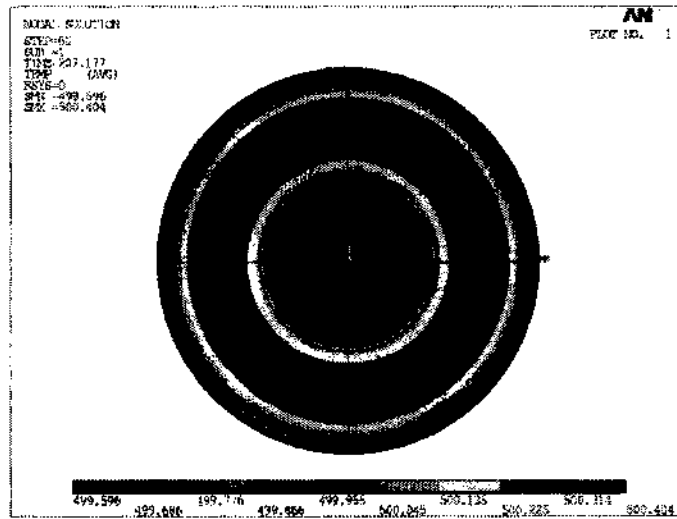
Р и с. 4. Зависимость максимального температурного отклонения на выходе от частоты вращения заготовки



Р и с. 5. Двухинтервальный оптимальный алгоритм управления частотой вращения заготовки при $\epsilon_0 = \epsilon_{\min}^{(2)}$



Р и с. 6. Температурный профиль по сечению заготовки в конце оптимального процесса двухинтервального нагрева при $\epsilon_0 = \epsilon_{\min}^{(2)}$



Р и с. 7. Радиальное температурное распределение в конце оптимального двухинтервального процесса нагрева при $\epsilon_0 = \epsilon_{\min}^{(2)}$

Решение задачи поиска оптимального по быстродействию двухинтервального управления для случая, когда заданная величина ε_0 совпадает с минимаксом $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$, сводится к решению системы уравнений вида

$$\begin{cases} T(0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(l_3, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = \varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(R, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial T(l_3, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

относительно искомым длительностей Δ_1^0, Δ_2^0 интервалов нагрева и выравнивания температур, минимакса $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ и координаты l_3 . Результаты представлены на рис. 5-7. На рис. 5 показана зависимость оптимальной частоты вращения заготовки от времени. Длительность интервала нагрева с максимальной частотой вращения составляет 172,5 с, продолжительность интервала выравнивания температуры – 34,7 с, максимальное температурное отклонение на выходе составляет 0,404 °С. Оптимальное температурное распределение по сечению заготовки в конце процесса нагрева приведено на рис. 6. На рис. 7 показаны результаты моделирования оптимального процесса нагрева с помощью прикладного пакета ANSYS.

Заключение

Из представленных результатов численного моделирования и оптимизации следует, что только применение двухинтервального управления позволяет обеспечивать высокую точность нагрева заготовок при минимальном значении времени процесса.

Для учета дополнительных требований к состоянию нагреваемых изделий в процессе термообработки должны быть сформулированы и решены задачи оптимального управления с учетом ограничений как на максимально допустимую температуру, так и на термонапряжения [6], введение которых позволяет обеспечивать требуемое качество нагрева при максимальной производительности технологического комплекса.

Полученные оптимальные алгоритмы управления приводят к повышению эффективности индукционных нагревателей за счет сокращения общего времени нагрева и отсутствия брака благодаря учету технологических ограничений. В дальнейшем планируется разработка количественных критериев оценки экономического эффекта, достигнутого путем применения полученных оптимальных технологий нагрева.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Magnusson N.* Prospects for rotating billet superconducting induction heating // Proceedings of the International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources – Padua – 2007. – Pp. 479-486.
2. *Nacke B., Zlobina M., Nikanorov A., Ulferts A.* Numerical simulation of induction heating of aluminum billets by rotation in DC magnetic field [Text] // Proceedings of the International Symposium on Heating by Electromagnetic Sources – Padua – 2007. – Pp. 497-504.
3. *Рапопорт Э.Я.* Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009. – 677 с.
4. *Рапопорт Э.Я.* Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. – М.: Metallurgia, 1993. – 279 с.

5. *Плешивцева Ю.Э.* Последовательная параметризация управляющих воздействий и полубесконечная оптимизация алгоритмов управления технологическими объектами с распределенными параметрами: Дис. ... д-ра техн. наук. – Самара: Сам. госуд. техн. ун-т, 2009. – 416 с.
6. Time-optimal control of energy-efficient heating of aluminum billets rotating in DC magnetic field / *Pleshivtseva Yu., Zaikina N., Nacke B. Nikanorov A.* // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). – 2008. – R. 84 NR 11/2008. – Pp. 120-123.

Статья поступила в редакцию 11 сентября 2009 г.

UDC 621.785, 669.2, 681.5

**TEMPERATURE FIELDS SIMULATION AND CONTROL
IN THE INDUCTION HEATING PROCESS OF ALUMINUM BILLETS,
ROTATING IN DC MAGNETIC FIELD**

Yu.E. Pleshivtseva, N.V. Zaikina

Samara State Technical University,
244, Molodogvardeyskaya str., Samara, 443100

Innovative energy-efficient induction heating technology of aluminum billets rotating in DC magnetic field is investigated. Heating process has been simulated with usage of 2D numerical model of electromagnetic and thermal fields. Parametric investigations of the process have been carried out. Time-optimal control problem for induction heating process has been formulated and solved.

Keywords: *induction heating, temperature field, numerical model, alternance method, time-optimal control.*