

МАТЕМАТИКА, АЛГОРИТМЫ, ТЕЗИС ТЬЮРИНГА–ЧЁРЧА И МЕТАФИЗИКА АРИСТОТЕЛЯ

С.М. Крылов

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: vt@samgtu.ru

Рассматриваются вопросы, связанные с формированием общесистемного подхода к таким понятиям, как алгоритмы, законы физики и их математическая интерпретация. Исследуется возможная логическая связь между тектологией А. Богданова, общей формальной технологией и метафизикой Аристотеля.

Ключевые слова: основания математики, алгоритмы, метафизика Аристотеля, тезис Тьюринга – Чёрча, гипервычислимость, общая формальная технология, общая теория систем, «теория всего».

Что такое математика? Что есть в ней такого, что позволяет эффективно использовать её при анализе и объяснении самых различных явлений и эффектов окружающего нас физического мира? Попыткам ответить на этот вопрос, выяснению связей математики с реальностью, толкованию её основных положений и исследованию базовых философских концепций посвящено огромное количество работ самых известных учёных, включая Людвиг Витгенштейна [1], Альфреда Уайтхэда [2], Бертрана Рассела [3], Морриса Клайна [4], Роджера Пенроуза [5], Грегори Чейтина [6] и многих других [см., например, 7, 8].

Если попытаться ответить на него так, как это принято в теории систем и системном анализе, то есть если рассматривать математику как некий «чёрный ящик», то возможный простейший ответ на вопрос «что такое математика?» может выглядеть почти очевидным образом: математика – это строгая логическая абстрактная структура, достаточно адекватная структуре окружающего мира. Именно в силу этой своей «достаточной» адекватности она (математика) и оказывается в состоянии описывать не только известные, но и до поры неизвестные, непонятные нам процессы и явления. Этот факт история науки подтверждала многократно и весьма успешно.

Но за счёт чего может достигаться такая «достаточная» адекватность? Каковы её внутренние, так сказать, механизмы, внутренние причины?

Ответ, в общем-то, вытекает из предыдущего: скорее всего, главная причина в том, что математика в своих базовых основаниях и методах повторяет базовые же основания и методы реальности. Не зря ещё Аристотель в своём знаменитом труде, позднее получившем название «Метафизика», писал: «...одни вещи происходят друг из друга через соединение, другие – через разделение...» [9], явно намекая на основные (исходные) операции предшественницы математики – арифметики: сложение и вычитание. Вероятно (примем это пока как гипотезу), что именно в близости аналогичных исходных (т.е. базовых) концепций и кроется причина «всеядности» математики.

Позднее фактически на аналогичные базовые принципы «похожего устройства» математики и окружающего нас мира попыталась обратить внимание и Августа Лавлейс – дочь Байрона, «первая программистка» и активная помощница Чарльза Бэб-

беджа, изобретателя первой в мире цифровой (тогда ещё механической) программно-управляемой вычислительной машины – по современной терминологии компьютера. В 1843 г. в своих «Комментариях переводчика» к сделанному ею же переводу описания вычислительной машины Чарльза Бэббеджа она привела следующие любопытные слова: «... под словом "операция" мы понимаем любую процедуру, которая меняет взаимное отношение двух или большего числа вещей, какого бы рода эти отношения ни были. Это – максимально общее определение, которое может включать все объекты во Вселенной... Но наука о таких операциях, будучи особым образом *выведенной из математики* (курсив и перевод мои. – С.К.), является самостоятельной наукой, имеющей свою собственную теоретическую истинность и значимость, так же как логика имеет свою собственную истинность и значимость – независимо от предметов, к которым мы применяем её объяснения и методы» [10]. По сути дела это – первое в истории науки утверждение о том, что принципы и методы математики, а точнее, теории алгоритмов – одной из её наиболее интересных и успешных ветвей (Лавлейс как раз описывала особенности выполнения программ в компьютере Чарльза Бэббеджа) – могут быть применены не только к числам и символам, но и «*ко всем объектам во Вселенной*».

В начале XX века очень похожую идею попытался реализовать известный русский философ и революционер Александр Богданов в науке, которую он назвал тектологией и которую сейчас принято считать одной из важных ветвей «Общей теории систем» – ОТС [8, 12]. Правда, в тектологии напрямую о теории алгоритмов речь не шла, но Богданов также прочно связывал свою науку с математикой, определяя её как «*тектологию нейтральных комплексов*» (под которыми Богданов понимал самые различные простые и сложные объекты), хотя на самом деле никаких строгих математических доказательств в его тектологии нет [13].

Косвенным доказательством справедливости этих концепций и соответствующего подхода к интерпретации математики может служить глубинная суть знаменитого тезиса Тьюринга – Чёрча, утверждающего, что если мы каким-то образом смогли понять или найти способ или метод решения интересующей нас задачи, то вполне реализуем и механический (в самом общем, широком смысле этого слова) процесс получения этого решения – его алгоритм, который может быть записан на формальном математическом языке (типа языка частично-рекурсивных функций, языков программирования и т.п.). Более того, этот алгоритм может быть выполнен не только человеком, но и вычислительной машиной – в виде, например, машины Тьюринга (м.Т.), компьютера и т. п.

Фактически в несколько более свободной интерпретации тезис Тьюринга – Чёрча утверждает, что если какие-либо физические (природные) закономерности реально существуют, то, во-первых, у нас есть шанс их найти, во-вторых, если мы их найдём, то они могут быть рассчитаны механически действующим устройством по подходящим алгоритмам. Однако здесь возникают другие вопросы: а почему такие закономерности вообще могут существовать? откуда они могут возникнуть? что (или кто) их порождает? как формируются, наконец, сами эти закономерности?

Ответ, скорее всего, очень прост: происхождение самих всех тех эффектов, которые мы стремимся понять (и затем облечь в форму законов), – ***процесс конструктивный, алгоритмически (и потому – математически) описываемый!*** Иными словами, все физические процессы в окружающем нас мире протекают – при одних и тех же условиях – по каким-то известным или неизвестным нам (но реально существующим!) закономерностям, в основе которых лежат известные или неизвестные нам законы, следовательно – пойми или найди мы эти неизвестные законы (пусть

сначала и в приближённом, не очень точном, варианте), мы можем для всего процесса построить некую схему-модель, т.е. фактически – алгоритм этого самого физического процесса. Ну а раз это – алгоритм, то, согласно тезису Тьюринга – Чёрча, существует его математическая интерпретация. С этой точки зрения становится понятным, почему нет (и не может быть) ничего удивительного в том, что для «материальных» (в физическом смысле) алгоритмов есть их математические аналоги – формулы (то есть вычислительные алгоритмы), позволяющие получить аналогичный «физическому» ответ в виде (гомоморфного, как правило [14, 15, 16]) отображения результата соответствующего «физического» алгоритма на аналогичный результат подходящего вычислительного алгоритма в тех или иных информационных множествах (символьных, количественных, качественных и пр.).

Изучением именно таких «физических» алгоритмов и предлагала заняться Августа Лавлейс в попытке построения «общей математической теории всего». Примерно из тех же самых соображений исходил в своей тектологии и Александр Богданов. Однако в полной мере все эти концепции удалось реализовать лишь в 70-80-е годы XX столетия в рамках нового междисциплинарного научного направления, получившего рабочее название «общая (или объединённая) формальная технология» – ОФТ [14, 15, 17], т.е. именно тогда, когда теория алгоритмов прочно обосновалась как одна из важнейших и достаточно автономных ветвей самой математики.

Суть ОФТ-подхода полностью вписывается в идеи Аристотеля и А. Лавлейс: в ОФТ исследуются математические аспекты различных обобщённых типов операций (и последовательностей из них, т.е. алгоритмов) над различными объектами, «которые меняют их взаимные отношения, какого бы рода эти отношения ни были». Как и у Аристотеля, основными обобщёнными типами операций над объектами при этом оказываются операции синтеза («соединения») объектов и их дезинтеграции («разделения»). Однако в отличие от обычной математики, и в уточнение подходов Аристотеля, Лавлейса и Богданова, при рассмотрении исходных объектов и объектов-результатов операций (и алгоритмов) в ОФТ важную роль, как оказалось, играют, во-первых, самые различные операции анализа объектов, во-вторых – две неявных (т.е. как бы «забытых», или «потерянных») аксиомы математики, игнорирование которых в подходах Г. Чейтина [6] и Ю. Шмитхубера [18] сыграло роковую роль. С одной стороны, они привели Г. Чейтина к разочарованию в выбранном им пути, о чём сам он, имея в виду свою попытку разработать алгоритмическую версию общей теории эволюции, писал в 1999 г. так: «Я ищу общую теорию, которая начинается с определения, что есть организм и как можно измерить его сложность, и которая доказывает, что организм должен эволюционировать и сложность его – увеличиваться... Я думал, что может быть сложность, связанная с размером программ, позволит что-либо сделать с эволюцией... Но я так больше не думаю, потому что не смог достичь чего-либо на основе этой идеи...» [6]. С другой стороны, результаты Ю. Шмитхубера в его версии «алгоритмической теории всего» [18] оказались настолько общими и абстрактными, что по существу не представляют никакой ни практической, ни, в общем-то, особой теоретической ценности.

Что же это за аксиомы, позволяющие по-новому взглянуть на существенные различия в сути «физических» и вычислительных (математических) операций и алгоритмов?

Первая из них утверждает тот почти очевидный факт, что *при любых математических преобразованиях (т.е. в любых алгоритмах) элементарным объектам математических операций (числам и кодам) присуще только одно свойство – представлять некоторое количество (в виде числа) чего бы то ни было либо какую-то*

закодированную этим числом (кодом) информацию. Говоря иными словами, все элементарные объекты математических операций носят по отношению к самим этим операциям абсолютно однородный, гомогенный характер, суть которого – представлять некую информацию (о количестве, порядке и т.п.).

Вторая – то, что у всех таких элементарных объектов математических операций (чисел, кодов или символов, их представляющих) отсутствуют какие бы то ни было собственные физические свойства, способные взаимодействовать со свойствами других элементарных объектов математических операций, то есть у таких объектов нет никаких физических свойств, порождающих взаимодействие объектов между собой.

Действительно, ни у какого числа, или кода, или символа как некоего абстрактного объекта никогда не предполагалось и, естественно, не наблюдалось никаких собственных свойств типа притяжения или отталкивания, отражения или инерции и т.д.

В ОФТ обе эти неявные аксиомы математики не действуют. Суммируя и перефразируя их, суть ОФТ-подхода к поведению объектов в операциях и алгоритмах можно было бы выразить следующими словами: *при различных операциях ОФТ их объектам (исходным и итоговым) могут быть присущи различные отличающиеся друг от друга (т.е. гетерогенные) свойства, в том числе физические.*

Действительно, в реальном физическом мире с реальными физическими объектами, даже самыми элементарными с нашей точки зрения, дело обстоит совсем не так, как в математике с числами и кодами. Например, куча камешков обладает некоторыми новыми физическими свойствами, не присущими отдельным камешкам: в частности, весом, порождающим давление на грунт, большее, чем давление одного камешка. Соединённые вместе атомы углерода С и водорода Н представляют собой огромное разнообразие мономеров и полимеров с самыми различными физико-химическими свойствами, и т.д. В общей теории систем (ОТС), как и в тектологии Богданова, одно из основных следствий данного факта формулируется как закон и звучит примерно так: «общее больше суммы его частей». ОФТ позволяет обосновать, развить и доказать сущность этого закона.

Деление объектов операций на гомогенные и гетерогенные сразу выводит формальный аппарат ОФТ на принципиально новый уровень. Так, например, становится возможным доказать существование «физических» алгоритмов, возможности которых превышают возможности вычислительных алгоритмов, и, соответственно, доказать факт существования ОФТ-аналогов машин Тьюринга (м.Т.), вычислительная мощность (т.е. вычислительные возможности) которых выше возможностей вычислительных м.Т. [14, 19]. Любопытно, что в таких ОФТ-аналогах м.Т. должны использоваться физические анализирующие устройства, по сути дела являющиеся техническим воплощением так называемых «оракулов» в оригинальных м.Т., предложенные ещё Аланом Тьюрингом как раз для того, чтобы м.Т. могла получать ответы на вопросы, которые трудно или невозможно сформулировать на чисто математическом языке [11]. Например, ответы на такие кажущиеся нам простыми вопросы, как вопросы типа: какого цвета свет сейчас включен на встречном светофоре? Любой человек с нормальным зрением, увидев светофор, ответит на него практически мгновенно. А для м.Т. потребуется поставить устройство, которое будет кодировать цвет светофора в соответствующий цифровой (или символьный) код и уже только после этого сможет с ним работать, используя этот код как параметр в своих алгоритмах (например для автоматического управления движением автомобиля). То есть сама математика и математический аппарат не могут непосредственно работать с физиче-

скими параметрами без их предварительного перевода в коды. С одной стороны, эта необходимость математики в использовании чисел-кодов – очевидное упрощение задачи, поскольку перевод всех физических параметров в однотипную (однородную, т.е. гомогенную) форму сразу делает их доступными для обработки на самых различных компьютерах по самым различным алгоритмам и передачи по различным каналам связи. С другой – это ящик Пандоры, который искусственно подсовывает нам мысль, что компьютеры (а вместе с ними и математика) могут всё, заставляя, например, предполагать, что можно изобрести такие математические формулы, которые прямо ответят на вопрос «что такое жизнь?», забывая, что математический ответ на него всегда будет (и должен быть) не изоморфным, а только (и обязательно) гомоморфным, как любое отражение реальных предметов и явлений в зеркале, за стекло которого нельзя попасть, а тем более установить наши физические приборы. То есть ясность отражений в математических зеркалах постоянно вводит нас, как и Льюиса Кэролла, в заблуждение, заставляя думать, что там – почти такой же физический мир...

Эта коллизия привела в последнее время к огромному количеству публикаций, посвящённых так называемым «гипертьюринговым» вычислениям и соответствующим моделям «гипертьюринговых» машин [19]. Математики давно и очень хорошо знают, что множества действительных и рациональных чисел (с последними как раз и работают классические м.Т. и компьютеры, за исключением экзотических алгоритмов типа «вычисления трансцендентного числа Пи») – это абсолютно разные множества разной мощности с абсолютно разными свойствами. И если заменить в моделях м.Т. объекты одного множества на объекты другого, в частности – множество рациональных чисел на множество действительных, то свойства таких моделей тоже окажутся разными, и даже очень [19, 20]. А поскольку мощность множества действительных чисел больше мощности множества рациональных, то и вычислительные возможности моделей м.Т., работающих с действительными числами, оказываются как бы «выше», чем возможности классических м.Т. Именно поэтому, как уже упоминалось, огромное количество статей в последнее время посвящено построению *физических* моделей вычислительных машин, которые «доказывали» бы факты «гипервычислений» в окружающем нас физическом мире, вплоть до мышления человека [5, 19]. Причём, как выясняется, для этого совсем даже не обязательно использовать действительные числа. Как показывает ОФТ-анализ ситуации, «гипервычислимость» может быть достигнута и на других физических эффектах, которые напрямую не связаны с математическими операциями над действительными и рациональными числами, а используют концепцию «оракулов» для получения ответов на «нематематические» вопросы (типа приведённого выше примера с определением цвета светофора) [16]. Это, собственно, и подтверждает обзор «гипервычислений» в работе [19]. Наконец, сам А. Тьюринг также связывал своё видение «гипервычислимости» с оракулами.

Если же продолжить ОФТ-анализ ситуации дальше и чётко иметь в виду различие между гомогенными объектами математических операций и гетерогенными объектами формально-технологических (фактически – «физических») операций, то, оказывается, нетрудно построить эффективно работающие алгоритмы «познания» и «освоения» окружающего физического мира, которые будут очень сильно напоминать поведение детей на самых ранних стадиях интеллектуального развития. И их случайные, как бы хаотичные, движения рук, ног, глаз, языка, и как бы циклическое «сканирование» наиболее интересных объектов и предметов, и самые различные проявления «свободы выбора» – от непослушания до упорства в получении желае-

мого – всё это оказывается на самом деле не бессмысленными действиями, а вполне конкретными реализациями основных и весьма эффективных компонентов алгоритмов познания ребёнком окружающего мира [15, 17]. Поэтому привлекать, например, для описания феномена «свободы» в познании какие-либо квантовые эффекты, как это делает Пенроуз в [5], вовсе не обязательно.

Благодаря переосмыслению математики с позиций ОФТ оказалось возможным открыть новые и эффективно возродить старые, казалось бы, выработавшие свой потенциал математические концепции – от особой роли и фундаментального философского значения теории алгоритмов до наличия сложных логических структур в схемах простейших химических реакций и действительной (и действующей!) важности критерия сложности объектов по Колмогорову при исследовании вопросов возникновения жизни, её эволюции и т.д.

Наконец, сама ОФТ как ветвь ОТС или *метаматематики* способна упростить и облегчить наше продвижение в самых различных, трудных для классической математики направлениях и областях: в теории гетерогенных автоматов, в построении эффективных алгоритмов изобретательства и творчества, в основах теории развития социальных систем и т.п. [15, 17].

На основе тех же концепций ОФТ нетрудно построить современную и строгую, вполне отвечающую требованиям И. Канта [21] математическую версию аристотелевской метафизики или, что практически то же самое, точной философии М. Бунге [22]. Соответствующая попытка предпринята в работах [14, 15, 17].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Витгенштейн Л.* Философские работы. Замечания по основаниям математики. Пер. с нем. – М.: Генезис, 1994, ч. 2., кн. 1. – 214 с.
2. *Whitehead A.N.* Process and Reality. – New York: Free Press, 1929.
3. *Рассел Б.* Словарь разума, материи и морали. – Европейский университет: Port-Royal, 1996. – 368 с.
4. *Клайн М.* Математика. Поиск истины / Пер. с англ. Под ред. и с предисл. В.И. Аршинова, Ю.В. Сачкова. – М.: Мир, 1988. – 295 с.
5. *Penrose R.* Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness. – Oxford, New York, Melbourne: Oxford University Press, 1994. – 457 p. (см. также переводы на русский язык: *Пенроуз Р.* Тени разума. В поисках науки о сознании. – М.: URSS, 2005. – 688 с., или: *Пенроуз Р.* Новый ум короля. О компьютерах, мышлении и законах физики. – М.: URSS, 2003. – 384 с.)
6. *Chaitin G.J.* A Century of Controversy over the Foundations of Mathematics. In: C. Calude and G. Paun, Finite versus Infinite – London: Springer-Verlag, 2000. – pp. 75-100.
7. *Kamps G.* Self-Modifying Systems in Biology and Cognitive Science. – Oxford: Pergamon, 1991. – 544 p.
8. *Моисеев Н.Н.* Алгоритмы развития. – М.: Наука, 1987. – 304 с.
9. *Аристотель.* Метафизика. Переводы. Комментарии. Толкования / Сост. и подготовка текстов С.И. Еремеева. – СПб.: Алетейя, 2002. – 832 с.
10. *Lovelace A.A.* Notes by the Translator, в книге: Faster than Thought. A Symposium on Digital Computing Machines. Ed. By B.V. Bowden. – London, 1957. – pp. 362-408 (364-366).
11. *Turing A.M.* Systems of Logic defined by Ordinals, Proc. Lond. Math. Soc., ser. 2, 1939, 45, pp. 161-228.
12. *Zeleny M.* Tectology // Int. J. of General Systems, V.14, № 4, December, 1988. – pp.331-334.
13. *Богданов А.А.* Тектология: Всеобщая организационная наука. В 2-х кн. – М.: Экономика, 1989. Кн. 1 – 304 с.; Кн. 2 – 351 с.
14. *Крылов С.М.* Неокибернетика: алгоритмы, математика эволюции и технологии будущего. – М.: URSS, 2008. – 288 с.
15. *Крылов С.М.* Формальная технология в философии, технике, биоэволюции и социологии. – Самара: СамГТУ, 1997. – 180 с.
16. *Крылов С.М.* Доказательство ограниченности действия тезиса Тьюринга – Чёрча на объектах с физическими свойствами // Вестник Оренбургского гос. ун-та, 2003, №3. – сс.102-105.
17. *Крылов С.М.* Формальная технология и эволюция. – М.: Машиностроение-1, 2006. – 384 с.
18. *Schmidhuber J.* Algorithmic Theories of Everything. Technical Report IDSIA-20-00, Version 2.0; 20 Dec 2000. <http://www.idsia.ch/~juergen/>

19. *Copeland B.J.* Hypercomputation. *Minds and Machines*, 12 (4), November 2002. – pp. 461-502.
20. *Крылов С.М.* Модели универсальных дискретно-аналоговых машин на основе машины Тьюринга // *Электронное моделирование*, № 3, 1982. – сс. 6-10.
21. *Кант И.* Прологомены ко всякой будущей метафизике, могущей появиться как наука. Соч. в 6 томах. Т. 4, ч. 1. – М.: Мысль, 1965. – сс. 67-210.
22. *Bunge M.* The Furniture of the World. Vol. 3 of the Treatise on Basic Philosophy. – D. Reidel Publ. Company: Dordrecht and Boston, 1977.

Статья поступила в редакцию 14 мая 2010 г.

UDC 510.25+519.7(510.8)

MATHEMATICS, ALGORITHMS, CHURCH-TURING THESIS AND ARISTOTLE METAPHYSICS

S.M. Krylov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The paper deals with problems concerning the General System Theory approaches to the notions of algorithms, physical laws, and their mathematical interpretations. The possible logical correlations among Aleksander Bogdanov's Tektology, General Formal Technology and Aristotle Metaphysics are investigated.

Keywords: *foundations of mathematics, algorithms, Aristotle Metaphysics, Church-Turing Thesis, hyper-computation, General Formal Technology, General System Theory, «Theory of Everything».*