

## **СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКИХ ЗНАЧЕНИЙ ПО ОТДЕЛЬНЫМ МГНОВЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ СИГНАЛОВ**

***Н.Е. Карпова***

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-mail: nadevkar@mail.ru

*Рассматриваются вопросы точности определения интегральных характеристик периодических сигналов по отдельным мгновенным значениям напряжения и тока. Проводится сравнительный анализ различных методов измерения среднеквадратических значений сигналов.*

***Ключевые слова:*** интегральные характеристики, среднеквадратические значения, мгновенные значения сигналов, гармоническая модель.

Создание и эффективное использование современных АСУТП в электроэнергетике возможно только на основе современных информационно-измерительных систем.

Одной из важных задач при разработке таких систем является повышение их быстродействия при сохранении или повышении уровня точности измерений. Для решения этой задачи разрабатываются методы и алгоритмы, основанные на аппроксимации исследуемых зависимостей, позволяющие оценить интегральные характеристики исследуемых сигналов.

Существуют различные методы определения интегральных характеристик гармонических сигналов.

Среди наиболее часто используемых можно выделить метод определения интегральных характеристик сигналов (ИХС) по отдельным мгновенным значениям гармонических моделей напряжения и тока, связанным с переходами через ноль (метод А), и метод определения ИХС по двум мгновенным значениям гармонических моделей напряжения и тока, сдвинутым на  $90^\circ$  (метод В).

Метод А используется, если угол сдвига фаз между напряжением и током достаточно мал. В этом случае ИХС определяются по двум мгновенным значениям напряжения и одному мгновенному значению тока. При этом мгновенное значение тока взято в момент перехода через ноль сигнала напряжения, первое мгновенное значение напряжения взято в момент перехода сигнала тока через ноль, а второе значение напряжения взято через промежуток времени, равный интервалу времени между моментами перехода через ноль сигналов напряжения и тока [1].

Метод В используется, когда необходимо обеспечить малое время измерения, которое не зависит от момента начала измерения, угла сдвига фаз и периода сигнала. Интегральные характеристики сигналов определяются по двум мгновенным значениям напряжения и тока, одновременно измеренным в произвольный момент времени, причем вторые мгновенные значения сдвинуты относительно первых на угол  $90^\circ$  в сторону опережения [1].

Для метода А в момент перехода сигнала тока через ноль из отрицательной полуволны в положительную мгновенное значение напряжения

$$U_2 = U_m \sin \varphi, \quad (1)$$

а через заданный интервал времени  $\Delta t$  мгновенное значение напряжения

$$U_3 = U_m \sin(2\varphi). \quad (2)$$

В момент перехода сигнала напряжения через 0 мгновенное значение тока

$$I_1 = I_m \sin(-\varphi) = -I_m \sin \varphi. \quad (3)$$

Здесь  $U_m$ ,  $I_m$  – амплитудные значения напряжения и тока, а  $\varphi$  – угол сдвига фаз между напряжением и током.

Используя мгновенные значения сигналов (1)-(3), можно получить выражения для определения среднеквадратических значений (СКЗ) напряжения и тока [1]:

$$U_{скз} = \frac{2U_2^2}{\sqrt{2(4U_2^2 - U_3^2)}}, \quad (4)$$

$$I_{скз} = \left| \frac{2I_1U_2}{\sqrt{2(4U_2^2 - U_3^2)}} \right|. \quad (5)$$

Для метода В мгновенные значения гармонических сигналов в произвольный момент времени  $t_1$  имеют вид:

$$U_1 = U_m \sin \alpha_1, \quad (6)$$

$$U_2 = U_m \sin\left(\alpha_1 + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \cos \alpha_1, \quad (7)$$

$$I_1 = I_m \sin \alpha_2, \quad (8)$$

$$I_2 = I_m \sin\left(\alpha_2 + \frac{\pi}{2}\right) = I_m \cos \alpha_2, \quad (9)$$

где  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  – начальная фаза сигналов напряжения и тока.

Используя мгновенные значения сигналов (6)-(9), можно получить выражения для определения СКЗ напряжения и тока [1]:

$$U_{скз} = \sqrt{\frac{U_1^2 + U_2^2}{2}}, \quad (10)$$

$$I_{скз} = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2}{2}}. \quad (11)$$

И в том, и в другом случае существует погрешность определения среднеквадратических значений, которая обусловлена несоответствием используемой гармонической модели сигнала его реальному виду. Возникает необходимость оценить эту погрешность.

Такую оценку можно проводить по максимальному отклонению реального сигнала от гармонической модели. В этом случае предельные значения абсолютных погрешностей определения СКЗ напряжения и тока соответственно равны [1]:

$$\Delta U_{скз} = \left[ \left| (U_{скз})' U_1 \right| + \left| (U_{скз})' U_2 \right| + \dots + \left| (U_{скз})' U_m \right| \right] \Delta U_{max}; \quad (12)$$

$$\Delta I_{скз} = \left[ \left| (I_{скз})' I_1 \right| + \dots + \left| (I_{скз})' I_m \right| \right] \Delta I_{max} + \left[ \left| (I_{скз})' U_1 \right| + \dots + \left| (I_{скз})' U_m \right| \right] \Delta U_{max}. \quad (13)$$

При этом  $\Delta U_{max}$  и  $\Delta I_{max}$  – это значения наибольшего отклонения значений модели от соответствующих значений сигналов.

Данные значения определяются как

$$\Delta U_{max} = \sup |u(t) - U_{m1} \sin(\omega t)|,$$

где  $u(t) = U_{m1} [\sin(\omega t) + \sum_{k=2}^{\infty} (h_{u_k} \sin(k\omega t))]$ .

Здесь  $u(t)$  – реальный сигнал напряжения в общем виде;  $U_{m1}$  – амплитудное значение 1-й гармоники сигнала напряжения;  $k$  – номер гармоники напряжения;  $h_{uk}$  – коэффициент  $k$ -й гармоники сигнала напряжения.

Тогда для реального сигнала напряжения, содержащего 1-ю и 3-ю гармоники,

$$\Delta U_{max} = U_{m1} h_{u_3}. \quad (14)$$

Аналогично

$$\Delta I_{max} = \sup |i(t) - I_{m1} \sin(\omega t)|,$$

где  $i(t) = I_{m1} [\sin(\omega t) + \sum_{k=2}^{\infty} (h_{i_k} \sin(k\omega t))]$ .

Здесь  $i(t)$  – реальный сигнал тока в общем виде;  $I_{m1}$  – амплитудное значение 1-й гармоники сигнала напряжения;  $h_{ik}$  – коэффициент  $k$ -й гармоники сигнала тока.

Тогда для реального сигнала тока, содержащего 1-ю и 3-ю гармоники,

$$\Delta I_{max} = I_{m1} h_{i_3}. \quad (15)$$

Если взять соответствующие производные в выражении (4), используя (1)-(3), (12) и (14), и считать, что

$$h_{u_3} = h_{i_3} = h_3; \quad U_m = U_{m1}; \quad I_m = I_{m1},$$

то получим для метода А:

$$\Delta U_{скзА} = U_{m1} h_3 \sqrt{2} \left[ \left| \frac{1 - 2 \cos^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \right| + \left| \frac{\cos \varphi}{4 \sin^3 \varphi} \right| \right]. \quad (16)$$

Тогда относительная погрешность определения СКЗ напряжения по максимальному отклонению  $\delta_{U_{скз}}$  определяется выражением:

$$\delta_{U_{скз}} = \frac{\Delta U_{скзА}}{\frac{U_{m1}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + h_3^2}} 100\%,$$

а ее значение с учетом (16)

$$\delta_{U_{скз}} = \frac{h_3}{\sqrt{1 + h_3^2}} \left| \frac{1}{\sin^3 \varphi} \left[ \left| 1 - \cos^2 \varphi \right| + \left| \frac{\cos \varphi}{2} \right| \right] \right| 100\%.$$

График зависимости  $\delta_{U_{скзА}}$  от  $\varphi$  приведен на рис. 1.

Как видно из рисунка, при определении значения СКЗ напряжения  $\delta_{U_{скзА}}$  принимает максимальные значения (свыше 5%) при следующих диапазонах угла  $\varphi$ : 0-35°, 145-225° и 325-360°.

Если взять соответствующие производные в выражении (5), используя (1)-(3), (13) и (15), и принять те же допущения, то получим для метода А:

$$\Delta I_{\tilde{n}\tilde{e}\tilde{c}\tilde{A}} = \frac{I_{m1} h_3}{\sqrt{2}} \left[ \left| \frac{1 - \sin^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \right| + \left| \frac{\cos \varphi}{2 \sin^3 \varphi} \right| + \left| \frac{1}{\sin \varphi} \right| \right]. \quad (17)$$

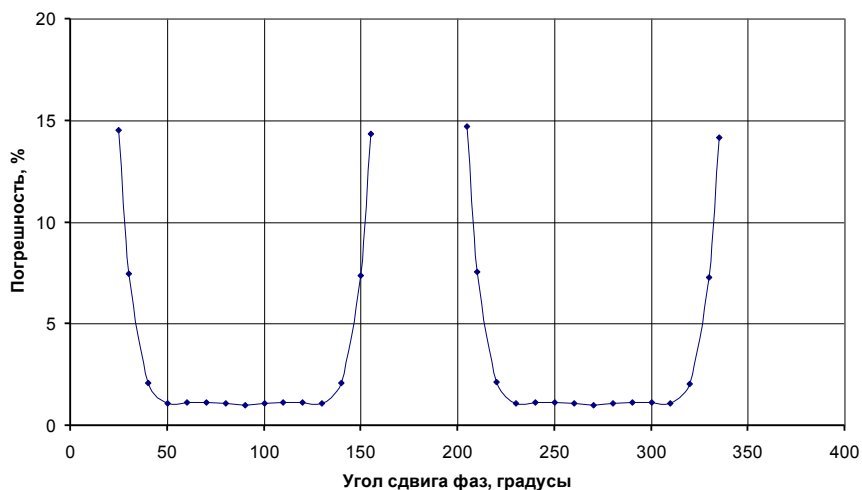


Рис. 1. График зависимости  $\delta_{U_{СКЗА}}$  от  $\varphi$

Относительная погрешность определения СКЗ тока по максимальному отклонению  $\delta_{I_{СКЗА}}$  определяется выражением

$$\delta_{\tilde{m}\tilde{e}\tilde{c}\tilde{A}} = \frac{\Delta I_{\tilde{m}\tilde{e}\tilde{c}\tilde{A}}}{\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}} \sqrt{1+h_3^2}} 100\%,$$

а ее значение с учетом (17)

$$\delta_{\tilde{m}\tilde{e}\tilde{c}\tilde{A}} = \frac{h_3}{\sqrt{1+h_3^2}} \left[ \left| \frac{1}{\sin \kappa} \right| + \left| \frac{1-\sin^2 \varphi}{\sin^3 \varphi} \right| + \left| \frac{\cos \varphi}{2\sin^3 \varphi} \right| \right] 100\%.$$

График зависимости  $\delta_{I_{СКЗА}}$  от  $\varphi$  приведен на рис. 2.

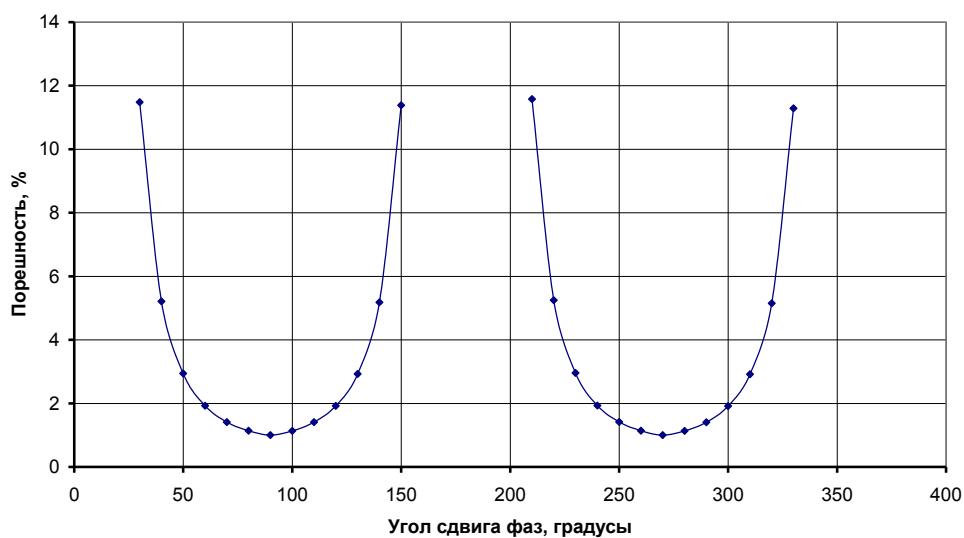


Рис. 2. График зависимости  $\delta_{I_{СКЗА}}$  от  $\varphi$

Как видно из рисунка, при определении СКЗ сигнала тока  $\delta_{I_{СКЗА}}$  принимает максимальные значения (свыше 5%) при следующих диапазонах угла  $\varphi$ : 0-40°, 145-210° и 340-360°.

Для метода В, если взять соответствующие производные в выражении (10), используя выражения (6)-(9), (12) и (14), получим

$$\Delta U_{СКЗВ} = \frac{|\sin \alpha_1| + |\cos \alpha_1|}{\sqrt{2}} U_{m1} h_3. \quad (18)$$

Относительная погрешность определения СКЗ напряжения по максимальному отклонению  $\delta_{U_{СКЗВ}}$  определяется выражением

$$\delta_{U_{СКЗВ}} = \frac{\Delta U_{СКЗВ}}{\frac{U_{m1}}{\sqrt{2}} \sqrt{1+h_3^2}} 100\%,$$

и ее значение с учетом (18)

$$\delta_{U_{СКЗВ}} = \frac{(|\sin \alpha_1| + |\cos \alpha_1|)}{\sqrt{1+h_3^2}} h_3 100\%.$$

Если взять соответствующие производные в выражении (11), используя (6)-(9), (13) и (15), то получим для метода В:

$$\Delta I_{СКЗВ} = \frac{|\sin \alpha_2| + |\cos \alpha_2|}{\sqrt{2}} I_{m1} h_3. \quad (19)$$

Относительная погрешность определения СКЗ тока по максимальному отклонению  $\delta_{I_{СКЗВ}}$  определяется выражением

$$\delta_{I_{СКЗВ}} = \frac{\Delta I_{СКЗВ}}{\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}} \sqrt{1+h_3^2}} 100\%,$$

а ее значение с учетом (19)

$$\delta_{I_{СКЗВ}} = \frac{h_3}{\sqrt{1+h_3^2}} [|\sin \alpha_2| + |\cos \alpha_2|] 100\%.$$

Графики зависимостей  $\delta_{U_{СКЗВ}}$  от  $\alpha_1$  и  $\delta_{I_{СКЗВ}}$  от  $\alpha_2$  имеют одинаковый вид и приведены на рис. 3.

Как видно из рисунка, при определении значения СКЗ тока  $\delta_{I_{СКЗВ}}$  ее относительная погрешность колеблется в диапазоне значений от 1 до 1,4% при любых значениях угла  $\alpha_2$ . Аналогично относительная погрешность определения СКЗ напряжения  $\delta_{U_{СКЗВ}}$  также колеблется в диапазоне значений от 1 до 1,4% при любых значениях угла  $\alpha_1$ .

Таким образом, можно сделать следующие выводы.

Погрешность метода, в котором ИХС определяются по двум мгновенным значениям напряжения и одному мгновенному значению тока, оценивающая максимальное значение отклонения расчетных значений сигнала от значений, задаваемых гармонической моделью, зависит от угла сдвига фаз между напряжением и током. Данный метод определения СКЗ напряжения и тока наиболее целесообразно использовать в диапазоне угла сдвига фаз между напряжением и током: 35-145° или 225-325°.

Погрешность метода, в котором интегральные характеристики определяются по двум мгновенным значениям напряжения и тока, сдвинутым на 90°, не зависит от начальной фазы напряжения и тока и колеблется в диапазоне 1-1,4%. Погрешность второго метода определения ИХС значительно ниже.

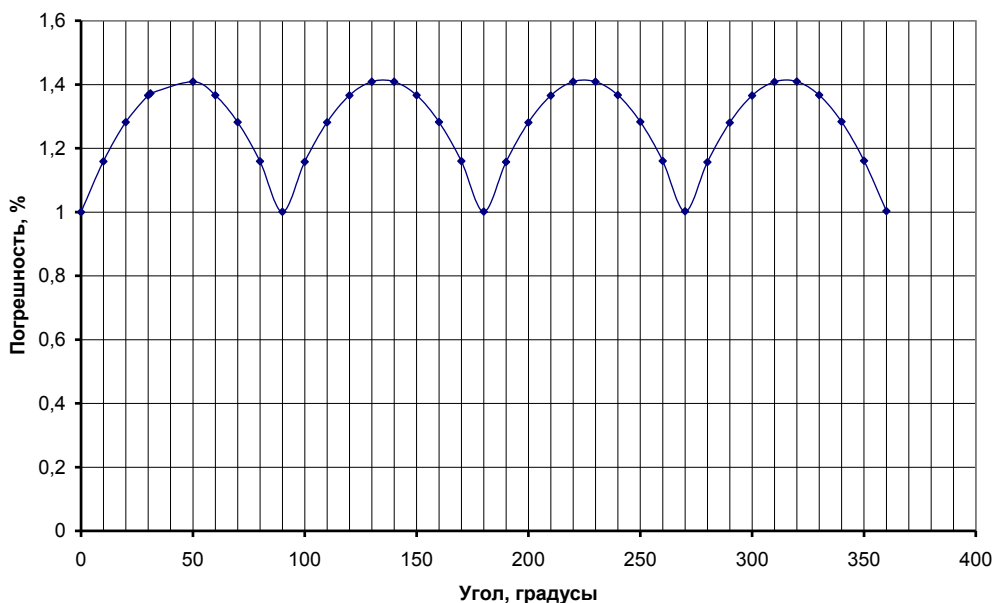


Рис. 3. График зависимости  $\delta_{\text{экзВ}}$  от  $\alpha_2$

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Батищев В.И., Мелентьев В.С. Аппроксимационные методы и системы промышленных измерений, контроля, испытаний, диагностики. – М.: Машиностроение, 2007. – 393 с.

*Статья поступила в редакцию 7 мая 2010 г.*

UDC 621.317

### COMPARABLE ANALYSIS OF THE MEASUREMENT METHODS OF ROOT-MEAN-SQUARE SIGNAL VALUES ON THEIR INSTANT SAMPLES

*N.E. Karpova*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*Problems of accuracy of the periodic signals integral characteristics determination on separate instantaneous voltage and current samples are considered in the article. Comparative analysis of the different methods of measurement of the root-mean-square values of signals is conducted.*

**Keywords:** *integral characteristics, root-mean-square values, signal instant samples, harmonically model.*

---

*Nadezhda E. Karpova – Candidate of Technical Sciences, Associate professor.*