

АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ НА ОСНОВЕ ОБРАТНЫХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

В.Я. Купер¹, М.Г. Рубцов²

¹ Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

² ООО «Научно-производственный центр ПАЛС»
443095, г. Самара, ул. Бр. Коростелевых, 144

E-mail: pals@mail.radiant.ru

В статье рассматриваются методы повышения точности измерений на основе обратных математических моделей измерительного канала, в качестве которых используются интерполяционные полиномы Лагранжа. Анализируются вопросы, связанные с применением таких моделей в методах образцовых сигналов и в тестовых методах повышения точности.

Ключевые слова: *точность измерений, измерительный канал, интерполяционный полином, методы образцовых сигналов, тестовые методы повышения точности.*

Широкое применение компьютеров и микропроцессоров в составе современных измерительных приборов и систем делает все более перспективным использование алгоритмических методов повышения точности измерений. К таким методам относятся методы образцовых сигналов и тестовые методы, в основе которых лежит идентификация функции преобразования средства измерений в процессе выполнения цикла специально организованных измерений [1, 2]. Для решения задачи идентификации измерительный канал прибора или системы представляется в виде функциональной модели

$$Y = F(X, a_0, a_1, \dots, a_n),$$

где X – входная величина; Y – выходная величина; $a_0, a_1, \dots, a_n$ – параметры математической модели.

Наиболее часто в качестве математической модели функции преобразования применяют степенной полином

$$Y = \sum_{j=0}^n a_j X^j, \quad (1)$$

где n – порядок полинома.

При этом количество используемых для идентификации образцовых величин или тестов не меньше $(n+1)$.

В методе образцовых сигналов, используя результаты преобразования образцовых величин, вычисляют оценки параметров a_j , а затем решают уравнение (1) относительно искомой величины X .

В тестовых методах результаты преобразования тестов не позволяют непосредственно оценить параметры a_j . Можно лишь получить зависимости этих парамет-

ров от результатов преобразований тестов и их функционального представления [2]. Подставив эти зависимости в (1), получают алгебраическое уравнение с одним неизвестным X . Порядок этого уравнения не меньше n и зависит от используемого набора тестов.

Таким образом, в случае применения модели (1) и в методах образцовых сигналов, и в тестовых методах для нахождения оценки значения измеряемой величины необходимо решить уравнение, порядок которого не меньше порядка используемой модели. В связи с этим в практике применялись, главным образом, линейные и кусочно-линейные модели, изредка – модели второго порядка, что ограничивало достижимую точность измерений.

В данной статье рассматриваются методы повышения точности измерений на основе обратных интерполяционных моделей, свободные от указанного недостатка.

Обратная математическая модель измерительного канала может быть представлена с помощью интерполяционной формулы Лагранжа:

$$X = \sum_{j=0}^n L_j(Y_x) \cdot F_j(X), \quad (2)$$

где X – значение измеряемой величины; Y_x – значение выходной величины измерительного канала, соответствующее значению X на его входе; j – номер узла интерполяции; n – порядок интерполяционного полинома;

$$L_j(Y_x) = \frac{\prod_{\substack{i=0; j=0 \\ i \neq j}}^n (Y_x - Y_i)}{\prod_{\substack{i=0; j=0 \\ i \neq j}}^n (Y_j - Y_i)} - \text{многочлен Лагранжа}; \quad (3)$$

Y_i, Y_j – значения выходной величины в узлах интерполяции; $F_j(X)$ – значения входной величины измерительного канала в j -ом узле интерполяции.

$F_j(X)$ – это известные значения входной величины в случае подачи образцовых воздействий или известные функции X в случае формирования тестов на входе измерительного канала. В практике чаще всего применяются линейные тесты. В связи с этим предположим, что $F_j(X)$ – линейные функции:

$$F_j(X) = M_j + K_j \cdot X, \quad (4)$$

где M_j и K_j – постоянные и известные параметры j -го воздействия на входе измерительного канала.

Функции (4) позволяют с единых позиций рассматривать как методы образцовых сигналов, так и тестовые методы повышения точности. При этом возможны следующие ситуации:

1) $M_j \neq 0$; $K_j = 0$. В этом случае на вход подается образцовое воздействие, формируемое с помощью меры, значение которого равно M_j ;

2) $M_j \neq 0$; $K_j = 1$, т.е. $F_j(X) = X + M_j$. В этом случае на входе формируется аддитивный тест, в котором образцовая «добавка» равна M_j ;

3) $M_j = 0$; $K_j \neq 0$; $K_j \neq 1$, т.е. $F_j(X) = K_j \cdot X$. В этом случае на входе формируется мультипликативный тест;

4) $M_j \neq 0$; $K_j \neq 0$; $K_j \neq 1$. В этом случае формируется комбинированный тест, содержащий аддитивную и мультипликативную составляющие.

Подставив формулу (4) в (2) и решив полученное линейное уравнение относительно X с учетом (3), получим формулу для вычисления искомого значения измеряемой величины:

$$X = \frac{\sum_{j=0}^n L_j(Y_x) \cdot M_j}{1 - \sum_{j=0}^n L_j(Y_x) \cdot K_j} . \quad (5)$$

Формула (5) является единой расчетной формулой как для методов образцовых сигналов, так и для тестовых методов повышения точности. При этом следует иметь в виду, что общее количество измерений равно $(n+2)$ и включает в себя одно измерение непосредственно X и $(n+1)$ измерение образцовых величин или тестов.

Методы образцовых сигналов. Предположим, что для повышения точности используются образцовые сигналы, а обратный интерполяционный полином имеет порядок n , т.е. $M_j \neq 0$; $K_j = 0$ для всех $j = 0, 1, 2, \dots, n$. Тогда формула (5) примет вид

$$X = \sum_{j=0}^n L_j(Y_x) \cdot M_j = \sum_{j=0}^n \frac{\prod_{\substack{i=0; j=0 \\ i \neq j}}^n (Y_x - Y_i)}{\prod_{\substack{i=0; j=0 \\ i \neq j}}^n (Y_j - Y_i)} \cdot M_j . \quad (6)$$

Так, например, для обратной интерполяционной модели второго порядка ($n=2$) получим:

$$X = L_0(Y_x) \cdot M_0 + L_1(Y_x) \cdot M_1 + L_2(Y_x) \cdot M_2 ,$$

где

$$L_0(Y_x) = \frac{(Y_x - Y_1) \cdot (Y_x - Y_2)}{(Y_0 - Y_1) \cdot (Y_0 - Y_2)} ; \quad (7)$$

$$L_1(Y_x) = \frac{(Y_x - Y_0) \cdot (Y_x - Y_2)}{(Y_1 - Y_0) \cdot (Y_1 - Y_2)} ; \quad (8)$$

$$L_2(Y_x) = \frac{(Y_x - Y_0) \cdot (Y_x - Y_1)}{(Y_2 - Y_0) \cdot (Y_2 - Y_1)} .$$

Таким образом, в данном примере выполняются последовательно четыре измерения: измеряемой величины X и трех образцовых величин M_0, M_1, M_2 . Соответствующие результаты измерений обозначены Y_x, Y_0, Y_1, Y_2 . Оценка значения измеряемой величины X вычисляется по формуле (7) и не зависит от параметров функ-

ции преобразования измерительного канала, что и обеспечивает повышение точности измерений.

Следует отметить, что точность полученного по формуле (7) результата определяется, главным образом, погрешностями образцовых величин M_0, M_1, M_2 , случайными погрешностями значений Y_x, Y_0, Y_1, Y_2 и отклонением используемой обратной интерполяционной модели от реальной функции преобразования измерительного канала.

Алгоритм (7) был использован в комплексной геофизической аппаратуре для повышения точности канала измерения удельной электропроводности жидкости, что обеспечило относительную погрешность измерений не более 0,1% в широком диапазоне температур и измеряемых электропроводностей.

Тестовые методы. Допустим, что используются только линейные тесты – аддитивные и мультипликативные. Тогда оценка значения измеряемой величины вычисляется по формуле (5). Рассмотрим возможность реализации алгоритма повышения точности в случае применения тестов только одного типа.

Пусть формируются только аддитивные тесты, т.е. $M_j \neq 0$; $K_j = 1$; $F_j(X) = X + M_j$ для всех $j = 0, 1, 2, \dots, n$. Тогда формула (5) примет вид

$$X = \frac{\sum_{j=0}^n L_j(Y_x) \cdot M_j}{1 - \sum_{j=0}^n L_j(Y_x)} . \quad (9)$$

Учитывая, что $\sum_{j=0}^n L_j(Y_x) = 1$, получим $X \equiv \infty$. Следовательно, применение только аддитивных тестов не позволяет решить задачу.

Пусть формируются только мультипликативные тесты, т.е. $M_j = 0$; $K_j \neq 0$; $K_j \neq 1$, $F_j(X) = K_j \cdot X$ для всех $j = 0, 1, 2, \dots, n$. Тогда формула (5) превращается в тождество $X \equiv 0$. Следовательно, применение только мультипликативных тестов также не позволяет решить задачу. Таким образом, в общее число $(n+1)$ формируемых тестов должны входить и аддитивные, и мультипликативные тесты.

В известных тестовых методах, основанных на применении прямой модели функции преобразования, изменение соотношения между количеством аддитивных и мультипликативных тестов меняет порядок уравнения, из которого вычисляется значение измеряемой величины, и минимальный его порядок имеет место в том случае, когда используется один тест одного типа, а все остальные – другого [2].

В рассматриваемых методах, основанных на применении обратной интерполяционной модели, соотношение между количеством аддитивных и мультипликативных тестов не имеет принципиального значения, а значение измеряемой величины при использовании линейных тестов всегда вычисляется путем решения линейного уравнения.

В качестве примера рассмотрим тестовый алгоритм для обратной интерполяционной модели второго порядка ($n=2$). В этом случае число используемых тестов равно трем, следовательно, необходимо сформировать два аддитивных и один мультипликативный тест или два мультипликативных и один аддитивный.

Допустим, что формируются два аддитивных и один мультипликативный тест. При этом необходимо выполнить четыре измерения величин X , $X + M_0$, $X + M_1$, $K_2 \cdot X$. Здесь $X + M_0$, $X + M_1$ – аддитивные тесты ($M_0 \neq M_1$; $K_0 = K_1 = 1$), $K_2 \cdot X$ – мультипликативный тест ($M_2 = 0$; $K_2 \neq 0$; $K_2 \neq 1$). Результаты указанных четырех измерений равны соответственно Y_x, Y_0, Y_1, Y_2 .

Подставив параметры трестов в формулу (5), получим

$$X = \frac{L_0(Y_x) \cdot M_0 + L_1(Y_x) \cdot M_1}{1 - [L_0(Y_x) + L_1(Y_x) + L_2(Y_x) \cdot K_2]}, \quad (10)$$

где $L_0(Y_x), L_1(Y_x), L_2(Y_x)$ определяются формулами (9).

Точность вычисленного по формуле (10) результата определяется, главным образом, погрешностями параметров тестов M_0, M_1, K_2 , случайными погрешностями значений Y_x, Y_0, Y_1, Y_2 и отклонением используемой обратной интерполяционной модели от реальной функции преобразования измерительного канала.

В том случае, если формируются два мультипликативных и один аддитивный тесты, необходимо выполнить четыре измерения величин X , $X + M_0$, $K_1 \cdot X$, $K_2 \cdot X$. Здесь $X + M_0$ – аддитивный тест ($K_0 = 1$), $K_1 \cdot X$, $K_2 \cdot X$ – мультипликативные тесты ($M_1 = M_2 = 0$; $K_1 \neq 0$; $K_1 \neq 1$; $K_2 \neq 0$; $K_2 \neq 1$). Результаты указанных четырех измерений равны соответственно Y_x, Y_0, Y_1, Y_2 .

Подставив параметры тестов в формулу (5), получим

$$X = \frac{L_0(Y_x) \cdot M_0}{1 - [L_0(Y_x) + L_1(Y_x) \cdot K_1 + L_2(Y_x) \cdot K_2]}, \quad (11)$$

где $L_0(Y_x), L_1(Y_x), L_2(Y_x)$ определяются формулами (8).

Таким образом, применение обратных интерполяционных моделей измерительного канала позволяет в методах образцовых сигналов и тестовых методах повышения точности измерений существенно упростить алгоритмы обработки измерительной информации и анализ погрешностей результатов измерений. При использовании образцовых сигналов или линейных тестов (аддитивных и мультипликативных) оценка значения измеряемой величины вычисляется путем решения линейного уравнения при любом порядке интерполяционного полинома.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Куликовский К.Л., Купер В.Я. Методы и средства измерений: Учеб. пособие для вузов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 448 с.
2. Бромберг Э.М., Куликовский К.Л. Тестовые методы повышения точности измерений. – М.: Энергия, 1978. – 176 с.

Статья поступила в редакцию 30 августа 2010 г.

ALGORITHMIC METHODS OF INCREASING THE ACCURACY OF MEASUREMENTS ON THE BASIS OF INVERSE INTERPOLATION MODELS

V.Ya. Kuper¹, M.G. Rubtsov²

¹ Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

² Scientific@Production Center PALS
144, Br. Korostelev st, Samara, 443095

Methods of increasing the accuracy of measurements on the basis of inverse mathematic models of measurement channel are considered in the article. As models Lagrang interpolation polynomials are used. Analyzing the use of such models in reference signal methods and in test methods of increasing the accuracy.

Keywords: accuracy of measurements, measurement channel, interpolation polynomial, reference signal methods, reference signal methods.

Vitali Ya. Kuper – Candidate of Technical Sciences, As. professor.
Michael G. Rubtsov – Candidate of Technical Sciences, director.