

ПРОФИЛИ СКОРОСТЕЙ ПОТОКОВ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ ДВИЖЕНИИ СРЕД В ТРУБАХ

А.О. Крылов

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматриваются профили скоростей потоков при ламинарном и турбулентном потоке в магистральных трубопроводах круглого и прямоугольного сечения. Анализируются погрешности, возникающие из-за изменения профиля скоростей потока.

Ключевые слова: *магистральный трубопровод, перепад давления, профили скоростей потока, ламинарный поток, турбулентный поток.*

Наиболее дешевым и высоконадежным видом транспорта нефти являются магистральные нефтепроводы, поэтому трубопроводный транспорт можно считать важнейшим элементом топливно-энергетического комплекса страны.

В нефти, перекачиваемой по магистральным и промысловым нефтепроводам, почти всегда содержатся растворенные нефтяные газы, которые могут аккумулироваться в локальные скопления газа, выделяющегося из жидкости при понижении давления. Помимо этого в нефтепроводах возможно образование водяных пробок, связанных с перекачкой обводненных нефтей. Скопления воды и газа уменьшают рабочее сечение труб, увеличивают их гидравлическое сопротивление.

Таким образом, очевидно, что существование эксплуатационных осложнений в работе трубопроводов оказывает негативное влияние на их гидродинамические режимы, что особенно актуально в современных условиях эксплуатации объектов трубопроводного транспорта. Поэтому в целях снижения энергетических затрат на транспорт углеводородов необходимо осуществлять эффективный эксплуатационный контроль и управление режимами перекачки, особенно на участках трубопровода, где возникают условия для проявления эффектов многофазности транспортируемой среды и благоприятного существования эксплуатационных осложнений.

Наиболее перспективным направлением в решении задач обеспечения эксплуатационной надежности и эффективности работы трубопроводных систем являются использование систем мониторинга режимов перекачки и вычисление расхода углеводородов в трубопроводах.

Для решения данной задачи необходимо создание информационно-измерительных систем, обеспечивающих возможность без остановки технологического процесса измерять расход нефти на магистральных трубопроводах любого диаметра и при любом давлении в них.

Рассмотрим законы распределения скоростей потока для стационарных режимов движения жидкой среды в трубе. Преобразователь ультразвукового расходомера установлен на прямолинейном участке трубы. Причем преобразователь выполнен таким образом, что элементы не оказывают заметного возмущающего воздействия на движение среды.

Для ламинарного движения в трубе профили скоростей потока могут быть получены интегрированием уравнений Навье – Стокса. Для цилиндрической трубы это уравнение имеет вид [4]

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{\nu} \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho \nu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

где v – скорость потока, совпадающая по направлению с продольной осью трубы и осью x ; ν – кинематическая вязкость среды; ρ – плотность; p – давление.

После двойного интегрирования и преобразований получаем выражение для безразмерного профиля:

$$\frac{v}{v_{\max}} = 1 - \frac{r^2}{r_0^2}, \quad (2)$$

где v_{\max} – максимальное значение скорости на оси трубы; r_0 – радиус трубы в виде параболоида вращения.

Для трубы с прямоугольным сечением определяем по осям $y = \pm a, z = \pm b$ профиль скоростей, полученный из решения соответствующего уравнения Навье – Стокса:

$$v = \frac{16\Delta p \alpha^2}{\pi^3 \mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3} \left[1 - \frac{ch \frac{(2n-1)\pi z}{2\alpha}}{ch \frac{(2n-1)\pi b}{2\alpha}} \right] \cos \frac{(2n-1)\pi y}{2\alpha},$$

где Δp – перепад давления в трубе длиной l .

В связи с быстрой сходимостью данного ряда для практических расчетов можно ограничиться первым членом данного выражения:

$$v = v'_{\max} \left(1 - ch \frac{\pi z}{2\alpha} ch \frac{\pi b}{2\alpha} \right) \cos \frac{\pi y}{2\alpha},$$

где $v'_{\max} = \frac{16\Delta p \alpha^2}{\pi^3 \mu}$; $\mu = \nu \rho$ – динамическая вязкость среды.

Представим это выражение в виде степенного ряда и, учитывая лишь первые два члена ряда в связи с малостью остальных и принимая $\frac{1}{2} \left(\frac{\pi y}{2\alpha} \right)^2 \approx \frac{y^2}{\alpha^2}$, получим достаточно простой закон распределения скоростей ламинарного потока в трубопроводе с прямоугольным сечением:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \left(1 - \frac{y^2}{\alpha^2} \right) \left(1 - \frac{z^2}{b^2} \right),$$

где $v_{\max} = v'_{\max} \frac{1}{2} \left(\frac{\pi b}{2\alpha} \right)^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi b}{2\alpha} \right)^2 \right]$.

Для трубопроводов с круглым сечением при турбулентном движении среды наиболее простым законом распределения скоростей является так называемый степенной [1]:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \left(1 - \frac{r}{r_0}\right)^{1/m}. \quad (3)$$

Для наименьшего числа Рейнольдса $Re = 4 \cdot 10^3$, использованного при экспериментальных измерениях, показатель степени $m=6$, для $Re = 100 \cdot 10^3 - m = 7$, при $Re = 1,1 \cdot 10^6 - m = 10$.

Для трубопроводов с прямоугольным поперечным сечением выражение для закона распределения скоростей турбулентного потока по аналогии с выражением (3) может быть принято в следующем виде:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \left(1 - \frac{y}{\alpha}\right)^{1/m} \left(1 - \frac{z}{b}\right)^{1/m}. \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) следует, что с увеличением m профили скоростей становятся более плоскими. Действительные профили, имеющие место для реальных трубопроводов, в зависимости от шероховатости стенок, формы конструктивных элементов электроакустического преобразователя расходомера, установленных внутри трубопровода, и других факторов могут иметь более сложный вид.

Следует отметить, что указанные выражения для профилей скоростей получены для установившихся процессов, имеющих место в длинных трубах. Наряду с этим ультразвуковые расходомеры устанавливаются на машинах и аппаратах, в которых используются трубы с короткими прямолинейными участками. Отношение длины такой трубы к диаметру отверстия не превышает 10. При стационарном (установившемся) движении среды в такой трубе в зависимости от плавности входа в канал, числа Рейнольдса, отношения давлений до и после трубы можно выделить три формы течения. При плавном входе в трубу, как и при острой входной кромке, но при очень малых числах Рейнольдса, течение будет безотрывным с незначительным изменением распределения скоростей в поперечном сечении потока по всей длине трубы. В случае острой входной кромки, начиная уже с небольших чисел Рейнольдса, происходит сначала сужение, а затем расширение потока в трубе, причем в этом месте образуется вихревая область.

При определенном перепаде давления наступает срыв потока, при котором происходит нарушение его сплошности, т.е. среда не полностью заполняет все сечение трубы. Течение становится таким, как при истечении из отверстия с острой кромкой. Этот вид течения в трубе может быть неустойчивым. Возникновение этого режима связано с кавитацией, при которой поток жидкости ограничен каверной, содержащей пары и выделившийся из жидкости газ.

Рассмотрим нестационарное движение среды в трубе расходомера при переходном процессе.

Достаточно полное представление об изменении структуры потока можно получить из решения задачи о нестационарном движении несжимаемой жидкости в длинной цилиндрической трубе с абсолютно жесткими стенками при переходном процессе [1, 2]. Этот процесс возникает при скачкообразном изменении градиента давления от нуля до конечного значения. Процесс разгона покоящейся жидкости в трубе и изменение профиля скоростей потока происходят в соответствии с выражением, которое может быть получено из решения дифференциального уравнения (1) при ступенчатом изменении давления на участке трубопровода длиной l . Для этого можно применить к уравнению (1) преобразование Лапласа:

$$\frac{d^2V(r,s)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV(r,s)}{dr} - \frac{sV(r,s)}{\nu} = \frac{P(s)}{\rho r}, \quad (5)$$

где $V(r,s)$, $P(s)$ – изображения по Лапласу скорости ν и градиента давления $\partial p / \partial x$.

Решение уравнения Бесселя (5) имеет вид

$$V(r,s) = AJ_0\left(jr\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right) + BY_0\left(jr\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right) - \frac{P(s)}{\rho s}, \quad (6)$$

где $J_0\left(jr\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right)$, Y_0 – функции Бесселя нулевого порядка первого и второго ряда соответственно; A и B – постоянные, определяемые из граничных условий; j – гидравлический уклон; s – комплексная переменная преобразования Лапласа.

Исходя из граничных условий $V(r,s) \neq 0$ при $r=0$ и $V(r,s)=0$ при $r=r_0$, находим значение постоянных A и B :

$$A = \frac{P(s)}{\rho s J_0(jr_0\sqrt{s/\nu})}, B = 0.$$

Так как изображение единичного скачка $\frac{\Delta p}{l}(t)$ есть $P(s) = \Delta p / (ls)$, то выражение (6) примет вид:

$$V(r,s) = \frac{1}{\rho s^2} \frac{\Delta p}{l} \left[1 - \frac{J_0(jr\sqrt{s/\nu})}{J_0(jr_0\sqrt{s/\nu})} \right]. \quad (7)$$

Применяя обратное преобразование Лапласа к выражению (7), можно получить функцию переходного процесса:

$$v(r,s) = v_{\max} \left\{ 1 - \frac{r^2}{r_0^2} - 8 \sum_{k=1}^{\infty} J_0\left(\alpha_k \frac{r}{r_0}\right) \left[\alpha_k^3 J_1(\alpha_k) \right]^{-1} \times \exp(-\alpha_k^2 \nu r_0^{-2} t) \right\}, \quad (8)$$

где $v_{\max} = 2\nu_{cp} = \frac{r_0^2}{4\rho\nu} \frac{\Delta p}{l}$; α_k – нули функции Бесселя $J_0(jr_0\sqrt{s/\nu})$; $J_1(\alpha_k)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка.

Функция (8) показывает, как происходит развитие профиля скоростей в трубопроводе при разгоне жидкости под действием внезапно приложенного перепада давления. Можно видеть также, что при $t \rightarrow \infty$ нестационарное ламинарное движение переходит в стационарное, подчиняющееся закону Пуазейля (2).

Умножив функцию (8) на $2\pi r dr$ и проинтегрировав полученное выражение от 0 до r_0 , найдем зависимость изменения расхода во времени:

$$Q(t) = Q \left[1 - 32 \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^{-2} \exp(-\alpha_k^2 \nu r_0^{-2} t) \right], \quad (9)$$

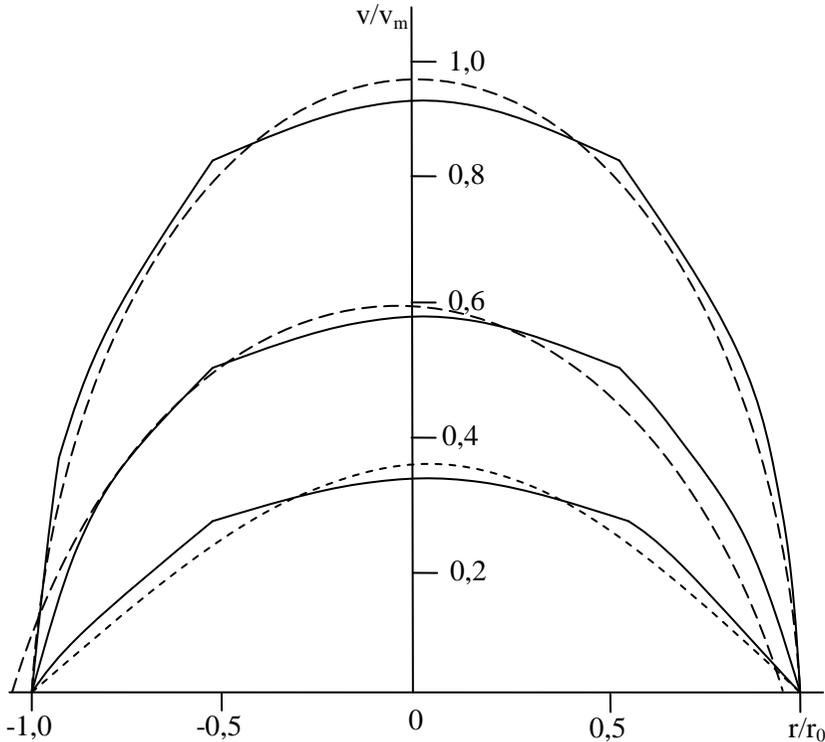
где $Q = \nu_{cp} \pi r_0^2$, ν_{cp} – значение средней скорости по поперечному сечению трубы.

Более простое выражение для функции переходного процесса можно получить из уравнения (1), если умножить его на $2\pi r dr$, а затем проинтегрировать от 0 до r_0 :

$$Q(t) = Q[1 - \exp(-8\nu r_0^{-2}t)]. \quad (10)$$

Из выражений (8) и (10) следует, что с увеличением вязкости ν происходит увеличение времени переходного процесса, а с увеличением радиуса r_0 трубы – уменьшение длительности переходного процесса.

Графики функций (8), построенные при нескольких значениях безразмерного времени $\nu t_1 / r_0^2, \nu t_2 / r_0^2, \nu t_3 / r_0^2$ (см. рисунок), показывают, как происходит развитие профиля скоростей в трубе при разгоне жидкости под действием внезапно приложенного перепада давления. Штриховыми линиями показаны профили скоростей, соответствующие квазистационарному ламинарному течению.



Изменение распределения скоростей при разгоне жидкости в трубе при переходном процессе

Рассмотренные математические модели нестационарных ламинарных течений сред получены без каких-либо ограничений относительно режимов движения среды, поэтому применимы и к турбулентным течениям. Однако в связи с тем, что турбулентные течения по своей природе являются нестационарными, непосредственное применение этих моделей вызывает большие затруднения. Принято для оценки турбулентных процессов использовать не мгновенные значения величин, а усредненные по времени. Если эти значения остаются постоянными во времени, то турбулентное течение считается стационарным, если изменяются – нестационарным. В связи со сложностью математического описания нестационарных процессов турбулентного движения сред используются математические модели, построенные на основе полуэмпирической теории турбулентности, в соответствии с которой принята приближенная многослойная (трехслойная) модель турбулентного потока, содержащая в простейшем случае ядро, промежуточный слой и вязкий подслой, прилегающий к

стенке трубы. Процессы в каждом из этих слоев могут быть описаны соответствующими уравнениями Навье – Стокса вида (1), в которые для каждого слоя подставляются свои соотношения для вязкости, граничные условия и т.д., определяемые на основе экспериментальных данных. При этом задача приобретает очень сложный характер.

Учитывая профили скоростей потоков при стационарном и турбулентном движении сред в трубопроводах при транспортировке нефти, можно определить оптимальные параметры перекачки нефти из одного места в другое. Подбором давления, при котором не возникают изменения профиля скорости потока и турбулентные потоки, а поддерживаются ламинарные потоки, можно уменьшить погрешность измерения расхода нефти, а также затраты на транспортировку нефти.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного поля. – М.: Наука, 1974. – 712 с..
2. Попов Д.Н. Нестационарные гидромеханические процессы. – М.: Машиностроение, 1982. – 240 с.
3. Трубопроводный транспорт нефти / С.М. Вайншток, В.В. Новоселов, А.Д. Прохоров, А.М. Шаммазов; Под ред. С.М. Вайнштока: Учеб. для вузов: В 2 т. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2004. – Т.2. – 621 с.
4. Бударин В.А. Метод расчета движения жидкости. – Одесса: Астропринт, 2006. – 138 с.
5. Справочник по специальным функциям / М. Абрамовица, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

Статья поступила в редакцию 2 апреля 2020 г.

UDC 621.6-52

PROFILES OF SPEEDS OF STREAMS AT STATIONARY MOVEMENT OF ENVIRONMENTS IN PIPES

A.O. Krylov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

Profiles of speeds of streams are considered at a laminar and turbulent stream in the main pipelines of round and rectangular section. Errors arising because of change of a profile of speeds of a stream are analyzed.

Keywords: *the main pipeline, pressure difference, profiles of speeds of a stream, a laminar stream, a turbulent stream.*