УДК 681.5+519.217

МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СТАНОЧНОЙ СИСТЕМЫ

Е.А. Чеканина

Московский государственный технологический университет «Станкин»
127994, г. Москва, Вадковский пер., 3А
E-mail: eugene-ch@mail.ru

Рассматривается способ моделирования технологического процесса с помощью марковской цепи, позволяющий определить основные технические характеристики производственной системы. Этот метод позволит представить технологический процесс в виде системы с причинно-следственными связями между ее составными элементами и установить степень их влияния на конечный результат работы производственной системы.

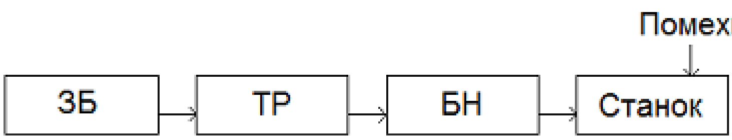
Ключевые слова: *машиностроение, автоматизация, производственная система, технологический процесс, моделирование, марковская цепь, состояние, граф, переходная вероятность.*

Моделирование автоматизированной станочной системы целесообразно проводить на основе теории случайных процессов. Класс марковских процессов является простейшим и наиболее исследованным [1].

При разработке крупных автоматизированных комплексов возникают проблемы, в меньшей степени связанные с рассмотрением свойств и законов функционирования и в большей – с выбором наилучшей структуры, оптимальной организации взаимодействия элементов, определением требуемых режимов функционирования системы.

Описание метода моделирования автоматизированной станочной системы. Рассматривая производство как систему, необходимо выявить причинно-следственные связи основных ее подсистем и установить их влияние на конечный результат деятельности системы. Исследуя производственную систему как объект, необходимо выделить ряд формальных признаков и свойств, которые характеризуют производство с системных позиций.

Рассмотрим некоторую производственную систему (рис. 1) обработки (сборки) технологического объекта (ТО). Необходимо построить математическую модель этой системы и определить ее основные технические характеристики.



Р и с . 1. Производственная система обработки

В состав системы входят: загрузочный бункер (ЗБ), размещающий ТО для последующей транспортировки с помощью транспортного робота; транспортный робот

Евгения Александровна Чеканина – аспирант.

(ТР), обеспечивающий перемещение ТО от ЗБ к буферному накопителю; буферный накопитель (БН); станок, принимающий ТО для обработки с БН.

Опишем процесс работы приведенной производственной системы.

Под тактом операции будем понимать время, в течение которого выпускается предмет труда или осуществляется процесс операции.

Объекты обработки, находящиеся на ЗБ, готовы в любой момент времени к перемещению с помощью ТР. Если транспортный робот свободен, то захватывает очередной ТО из бункера и через период, длящийся два такта, передает его в БН при наличии в нем свободных мест, после чего принимает новый объект. Если накопитель полностью заполнен, то транспортный робот блокируется по входу. При этом робот удерживает ТО до тех пор, пока не освободится место в БН, после чего ТР разблокируется, освобождаясь от объекта, и может захватывать новый ТО из загрузочного бункера. Бункерный накопитель имеет ограниченную емкость, достаточную для хранения n технологических объектов. Объект, поступающий на станок, проходит обработку, которая проводится в течение одного такта. В процессе обработки с вероятностью p_0 возможен сбой в работе станка. Наличие сбоя выявляется контрольной аппаратурой, при этом обработка технологического объекта повторяется до получения требуемого изделия. Будем полагать, что контрольная аппаратура работает безотказно.

Рассмотрим возможные состояния системы, которые определяются состояниями ее элементов: транспортного робота, буферного накопителя и станка.

Состояние БН определяется числом i объектов, находящихся в нем.

Возможное число состояний транспортного робота равно трем. Первое состояние будем определять в случае его блокировки, т. е. невозможности перемещать объекты. Это состояние определяется как $j = 0$. Если ТР взял объект из бункера, то его передача осуществляется в течение двух тактов, поэтому целесообразно выделить две фазы перемещения ТО. Первая фаза характеризуется тем, что транспортный робот взял объект и может переместить его в БН только через два такта. Условно это состояние определим как $j = 1$. Состояние, соответствующее второй фазе перемещения ТО, будем определять как $j = 2$. Если робот находится в состоянии $j = 2$, то через один такт он перемещает объект в накопитель.

Технологическое устройство станка может принимать два возможных состояния: $k = 0$ (станок свободен) и $k = 1$ (станок обрабатывает объект).

Таким образом, состояние рассматриваемой системы будем описывать трехмерным вектором i, j, k, где $i = \overline{0,n}$, $j = \overline{0,2}$, $k = \overline{0,1}$. Построим граф функционирования системы и определим переходные вероятности.

Начнем построение графа с состояния $n, 0, 1$, когда станок находится в состоянии работы, накопитель переполнен, отсюда транспортный робот заблокирован. Предположим, что в работе станка произойдет сбой с вероятностью p_0. При этом обработка ТО на станке повторяется, а состояние системы не меняется. С вероятностью $1 - p_0$ через один такт станок закончит обработку объекта и мгновенно примет новый ТО из накопителя, поэтому состояние станка $k = 1$ остается тем же. На освободившееся место в накопителе с помощью транспортного робота поступает новый ТО, при этом число объектов в накопителе сохраняется равным n. При этом робот разблокируется по входу и возьмет новый объект из бункера, переходя в состояние первой фазы передачи. ТР может его переправить в БН при наличии в нем свободных мест только через два такта. Состояние робота изменилось и приняло значение

$j = 1$. Таким образом, с вероятностью $1 - p_0$ произошел переход системы из состояния $n, 0, 1$ в состояние $n, 1, 1$.

Рассмотрим возможные переходы из состояния $n, 1, 1$. С вероятностью p_0 через один такт при обработке объекта на станке произойдет сбой, при этом обработка повторяется и состояние станка вновь сохраняется. Остается неизменным и состояние накопителя, поскольку станок не может принять новый ТО. Состояние же транспортного робота меняется и становится равным $j = 2$, так как меняется фаза прохождения ТО. В результате с вероятностью p_0 осуществляется переход из состояния $n, 1, 1$ в состояние $n, 2, 1$. С вероятностью $1 - p_0$ станок через один такт закончит обработку ТО и примет следующий объект из накопителя. При этом станок вновь окажется в состоянии работы $k = 1$, но в БН останется $n - 1$ ТО. Транспортный робот перейдет в состояние $k = 2$. Таким образом, с вероятностью $1 - p_0$ произошел переход системы из состояния $n, 1, 1$ в состояние $n - 1, 2, 1$.

Аналогично определяются остальные переходные вероятности.

Размеченный граф [2] рассматриваемой производственной системы обработки показан на рис. 2.

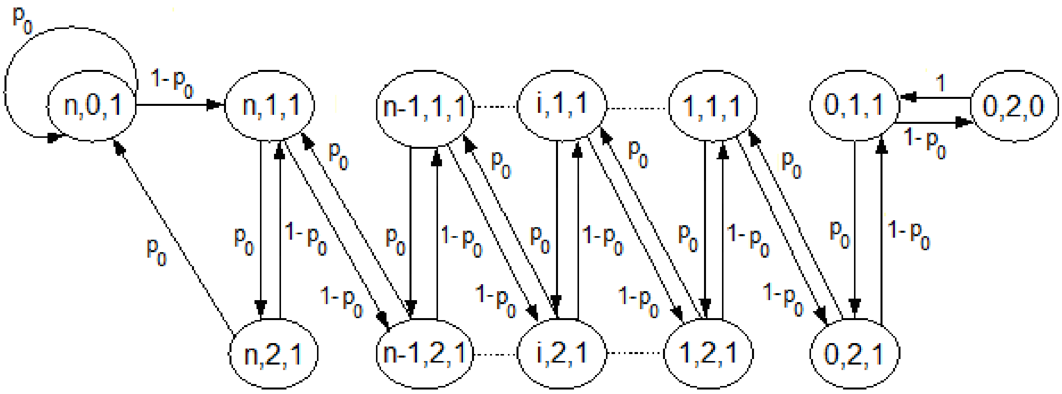


Рис. 2. Размеченный граф производственной системы обработки

Для определения стационарных вероятностей нахождения системы в каждом состоянии составим систему уравнений:

$$p_{n,0,1} = p_0 p_{n,0,1} + p_0 p_{n,2,1},\ p_{n,1,1} = (1 - p_0) p_{n,0,1} + (1 - p_0) p_{n,2,1} + p_0 p_{n-1,2,1},$$

$$p_{n,2,1} = p_0 p_{n,1,1},$$

....

$$p_{i,1,1} = (1 - p_0) p_{i,2,1} + p_0 p_{i-1,2,1},\ p_{i,2,1} = (1 - p_0) p_{i+1,1,1} + p_0 p_{i,1,1},\ i = \overline{1, n-1},$$

....

$$p_{0,1,1} = (1 - p_0) p_{0,2,1} + p_{0,2,0},\ p_{0,2,1} = (1 - p_0) p_{1,1,1} + p_0 p_{0,1,1},$$

$$p_{0,2,0} = (1 - p_0) p_{0,1,1},$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=0}^{2} \sum_{k=0}^{1} p_{ijk} = 1.$$

Введем следующие обозначения:

$$p = p_{0,1,0} \text{ и } K = \frac{p_0}{1-p_0},$$

тогда после подстановки принятых обозначений в систему уравнений находим:

$$p_{0,1,0} = \frac{1}{1-p_0}p,\ p_{0,2,1} = \frac{K}{1-p_0}p,\ p_{1,1,1} = \frac{K^2}{1-p_0}p,\ p_{1,2,1} = \frac{K^3}{1-p_0}p,$$

....

$$p_{i,1,1} = \frac{K^{2i}}{1-p_0}p,\ p_{i,2,1} = \frac{K^{2i+1}}{1-p_0}p,$$

....

$$p_{n,1,1} = \frac{K^{2n}}{1-p_0}p,\ p_{n,2,1} = \frac{K^{2n+1}}{1-p_0}p,\ p_{n,0,1} = \frac{K^{2n+2}}{1-p_0}p.$$

Предположим, что сбои в системе отсутствуют, время обработки объекта дискретно, с вероятностью p_0 принимает значения, равные одному такту, и с вероятностью $1-p_0$ – значение, равное трем тактам. В этом случае станок может принимать четыре возможных состояния: $k=0$, если станок простаивает; $k=1$, если станок отработал один такт времени; $k=2$, если станок проработал два такта времени; $k=3$, если станок заканчивает работу.

Система линейных алгебраических уравнений для определения стационарных вероятностей нахождения системы в каждом состоянии имеет следующий вид:

$$p_{0,2,0} = p_0 p_{0,1,1};\ p_{0,1,1} = p_0 p_{0,2,1} + p_{0,2,0};$$

$$p_{0,2,1} = p_0 p_{1,1,1} + p_{1,1,3};\ p_{0,2,2} = (1-p_0)p_{0,1,1};$$

....

$$p_{i,1,1} = p_0 p_{i,2,1} + p_{i,2,3},\ p_{i,2,1} = p_0 p_{i+1,1,1} + p_{i+1,1,2} \qquad i = \overline{1, n-1};$$

$$p_{i,1,2} = (1-p_0)p_{i-1,2,1},\ p_{i,1,3} = p_{i-1,2,2},\ p_{i,2,2} = (1-p_0)p_{i,1,1} \qquad i = \overline{1, n};$$

....

$$p_{n,1,1} = p_{n,2,3} + p_{n,0,3};$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=0}^{2}\sum_{k=0}^{1} p_{ijk} = 1.$$

Теперь рассмотрим эту задачу в другой постановке. Пусть время перемещения объекта с помощью робота представляет собой непрерывную случайную величину, распределенную по показательному закону с параметром λ_1. Время обработки ТО на станке также непрерывно и подчиняется показательному закону с параметром λ_2. Требуется построить расчетную математическую модель системы.

Система может принимать $n+3$ возможных состояний: z_{-1} – в накопителе нет ТО, при этом робот простаивает, станок находится в режиме работы; z_0 – в накопителе нет ТО, при этом транспортный робот и станок находятся в режиме работы; z_i – в накопителе имеется i ТО, при этом транспортный робот и станок находятся в состоянии работы; z_n – накопитель переполнен, транспортный робот и станок работают; z_{n+1} – накопитель занят, станок работает, ТР заблокирован. Если принять

$p = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$, то предельные вероятности состояний системы будут описываться следующими выражениями:

$$p_{-1} = \frac{1-p}{1-p^{n+3}}; \; p_i = p_{i+1} p_{-1}, \; i = \overline{0, n+1}.$$

Значения предельных вероятностей позволяют определить основные характеристики системы. Например, средняя доля времени, в течение которого транспортный робот находится в состоянии простоя, равна вероятности того, что ТР заблокирован, и определяется выражением

$$p_{n+1} = \frac{1-p}{1-p^{n+3}} p^{n+2}.$$

Заключение. Таким образом, возможно представление технологического процесса в виде марковской цепи для определения основных технических характеристик производственной системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Соломенцев Ю.М.* Проблема создания компьютеризированных интегрированных производств // Автоматизация проектирования. – №1. – 1997. – С. 10-14.
2. *Зыков А.А.* Основы теории графов. – М.: Наука, 1987. – 384 с.

Статья поступила в редакцию 11 марта 2011 г.

UDC 681.5+519.217

SIMULATION OF AUTOMATED MACHINING SYSTEMS

E.A. Chekanina

Moscow State Technical University «Stankin»
3A, Vadkovsky lane, Moscow, 127994

The paper considers a method of modeling the technological process using a Markov chain, technical characteristics of production systems. This method would allow submit the technological process in the form of a causal link between its constituent elements and establish the extent of their influence on the final result of the production system.

Keywords: *mechanical engineering, automation, industrial system, technological process, modeling, a Markov chain, a condition, a graph, transitive probability.*

E.A. Chekanina – Postgraduate student.