

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО ТОЧНОСТИ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ХИМИЧЕСКОЙ НЕЙТРАЛИЗАЦИИ¹

А.Г. Мандра, Э.Я. Рапопорт

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
amandra@mail.ru

Рассматривается задача оптимального управления на максимум точности приближения к нейтральному состоянию раствора серной кислоты и известковой воды в процессе химической нейтрализации.

Ключевые слова: химическая нейтрализация, нелинейный распределенный объект управления, оптимальная система управления.

В химических цехах тепловых электростанций используются установки нейтрализации серной кислоты. Процесс нейтрализации осуществляется путем подачи известковой воды, прекращаемой по мере достижения допустимого диапазона значений водородного показателя (рН), который контролируется при помощи рН-метра.

Процесс взаимодействия серной кислоты и известковой воды в трубопроводе рециркуляции с учетом химической реакции между взаимодействующими средами в первом приближении описывается следующей нелинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial C_{m1}(l,t)}{\partial t} + V_m \frac{\partial C_{m1}(l,t)}{\partial l} = -k_m C_{m1}(l,t) C_{m2}(l,t); \\ \frac{\partial C_{m2}(l,t)}{\partial t} + V_m \frac{\partial C_{m2}(l,t)}{\partial l} = -k_m C_{m1}(l,t) C_{m2}(l,t); \end{cases} \quad (1)$$

$$0 \leq l \leq L_m; t > 0 \quad (2)$$

с граничными и начальными условиями

$$C_{m1}(0,t) = C_{\sigma 1}(L_{\sigma}, t); \quad C_{m2}(0,t) = C_{\sigma 2}^{\Sigma}(t); \quad (3)$$

$$C_{m1}(l,0) = C_{10}; \quad C_{m2}(l,0) = C_{20}, \quad (4)$$

где $C_{m1}(l,t)$, $C_{m2}(l,t)$ – значения концентраций кислоты и щелочи соответственно в зависимости от пространственной координаты l в направлении движения взаимодействующих компонентов и времени t ; V_m – скорость движения в реакторе; k_m – константа скорости химической реакции; C_{10} , C_{20} – начальные значения концентраций кислоты и щелочи соответственно; L_m – длина трубопровода.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ №09-08-00297-а, №10-08-00754-а; ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 годы» (проекты НК 66П/11, 2010-1.3.1-230-009/8); АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект №2.1.2/4236).

*Андрей Геннадьевич Мандра – старший преподаватель.
Эдгар Яковлевич Рапопорт – д.т.н., профессор.*

Концентрация щелочи в трубопроводе после добавления известковой воды через регулятор извести $C_{\bar{\sigma}2}^{\Sigma}(t)$ определяется соотношению

$$C_{\bar{\sigma}2}^{\Sigma}(t) = \frac{C_{\bar{\sigma}2}(L_{\bar{\sigma}}, t) \cdot Q_2 + C_{щ} \cdot g(t)}{Q_2 + g(t)}, \quad (5)$$

где $L_{\bar{\sigma}}$ – длина бака нейтрализации; $C_{\bar{\sigma}2}(L_{\bar{\sigma}}, t)$ – значение концентрации щелочи на выходе из бака; Q_2 – объем щелочи, поступающей из бака; $C_{щ}$ – концентрация добавляемой щелочи через регулятор извести; $g(t)$ – объем подаваемой щелочи через регулятор извести.

Диффузионная модель взаимодействия серной кислоты и известковой воды в баке нейтрализации с учетом химической реакции описывается следующей нелинейной системой дифференциальных уравнений в частных производных [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial C_{\bar{\sigma}1}(l, t)}{\partial t} + V_{\bar{\sigma}} \frac{\partial C_{\bar{\sigma}1}(l, t)}{\partial l} = D_{\bar{\sigma}} \frac{\partial^2 C_{\bar{\sigma}1}(l, t)}{\partial l^2} - k_{\bar{\sigma}} C_{\bar{\sigma}1}(l, t) C_{\bar{\sigma}2}(l, t) + C_{зз}(l, t); \\ \frac{\partial C_{\bar{\sigma}2}(l, t)}{\partial t} + V_{\bar{\sigma}} \frac{\partial C_{\bar{\sigma}2}(l, t)}{\partial l} = D_{\bar{\sigma}} \frac{\partial^2 C_{\bar{\sigma}2}(l, t)}{\partial l^2} - k_{\bar{\sigma}} C_{\bar{\sigma}1}(l, t) C_{\bar{\sigma}2}(l, t); \end{cases} \quad (6)$$

$$0 \leq l \leq L_{\bar{\sigma}}; t > 0 \quad (7)$$

с граничными и начальными условиями

$$C_{\bar{\sigma}1}(0, t) = C_{m1}(L_m, t); \quad \frac{\partial C_{\bar{\sigma}1}(L_{\bar{\sigma}}, t)}{\partial l} = 0; \quad (8)$$

$$C_{\bar{\sigma}2}(0, t) = C_{m2}(L_m, t); \quad \frac{\partial C_{\bar{\sigma}2}(L_{\bar{\sigma}}, t)}{\partial l} = 0; \quad (9)$$

$$C_{\bar{\sigma}1}(l, 0) = C_{10}; \quad C_{\bar{\sigma}2}(l, 0) = C_{20}, \quad (10)$$

$$C_{зз}(l, t) = C_{10} - \frac{Q_{\bar{\sigma}}}{Q_{зз}} R(l, t), \quad (11)$$

$$\frac{dR(l, t)}{dt} = \begin{cases} k_{\bar{\sigma}} [C_{\bar{\sigma}1}(l, t) - R(l, t)] \cdot [C_{\bar{\sigma}2}(l, t) - R(l, t)], \\ \quad \text{при } (C_{\bar{\sigma}1}(l, t) - R(l, t)) > 0 \text{ и } (C_{\bar{\sigma}2}(l, t) - R(l, t)) > 0; \\ 0, \quad \text{при } (C_{\bar{\sigma}1}(l, t) - R(l, t)) < 0 \text{ или } (C_{\bar{\sigma}2}(l, t) - R(l, t)) < 0, \end{cases} \quad (12)$$

где $C_{\bar{\sigma}1}(l, t)$, $C_{\bar{\sigma}2}(l, t)$ – значения концентраций кислоты и щелочи соответственно; $V_{\bar{\sigma}}$ – скорость движения в реакторе; $k_{\bar{\sigma}}$ – константа скорости химической реакции; $D_{\bar{\sigma}}$ – скалярный коэффициент диффузии; $R(l, t)$ – концентрация продукта реакции в баке; $Q_{\bar{\sigma}}$, $Q_{зз}$ – объем бака с «активной» фазой реакции и застойной зоной соответственно.

Исследуемый раствор из трубопровода рециркуляции попадает в рН-метр через пробоотборную трубку, модель движения кислоты и щелочи по которой можно описать следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{\partial C_{Pi}(l,t)}{\partial t} + V_{II} \frac{\partial C_{Pi}(l,t)}{\partial l} = 0, \quad i=1,2, \quad 0 \leq l \leq L_I; \quad t > 0; \quad (13)$$

$$C_{Pi}(0,t) = C_{mi}(L_o,t), \quad i=1,2; \quad (14)$$

$$C_{II1}(l,0) = C_{10}, \quad C_{II2}(l,0) = C_{20}, \quad (15)$$

где V_{II} – скорость движения жидкости по пробоотборной трубке; L_{II} – длина пробоотборной трубки; L_o – координата места установки пробоотборной трубки в трубопроводе рециркуляции.

Система уравнений (1)-(15) описывает процесс химической нейтрализации как объект управления концентрацией ионов водорода с управляющим воздействием по объему щелочи $g(t)$, подаваемой на вход рециркуляционного насоса.

В качестве базового показателя качества процесса нейтрализации можно рассматривать точность достижения нейтрального состояния раствора. На этом основании сформулируем следующую задачу оптимального управления.

Требуется найти управляющее воздействие $g_{opt}(t)$, стесненное ограничением

$$0 \leq g(t) \leq g_{max}, \quad (16)$$

для объекта (1)-(15) с заданным начальным состоянием C_{10} , C_{20} , которое обеспечивает минимальное значение концентрации $C_{II1}(L_{II}, t_k)$

$$C_{II1}(L_{II}, t_k) \rightarrow \min_g \quad (17)$$

за фиксированное время t_k в условиях

$$C_{II2}(L_{II}, t_k) = 0. \quad (18)$$

Для сложной нелинейной модели объекта (1)-(15) непосредственное определение оптимального управления $g_{opt}(t)$ с помощью известных аналитических условий оптимальности затруднительно. Используя предложенную в [2] методику, базирующуюся на конечно-разностной аппроксимации уравнений модели объекта по неявной схеме [3], можно показать, что оптимальное по быстродействию управление $g^*(t)$, переводящее объект (1)-(15) из начального состояния C_{10} и C_{20} в требуемое конечное

$$\begin{cases} C_{II1}(L_{II}, t_k) = C_{1зад}; \\ C_{II2}(L_{II}, t_k) = 0 \end{cases} \quad (19)$$

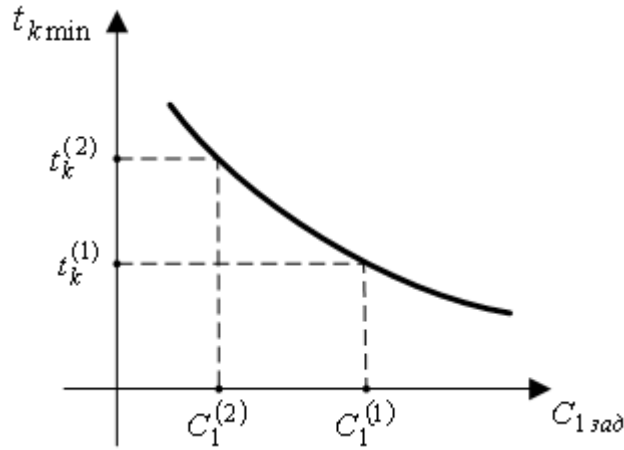
с заданной величиной $C_{1зад}$ при минимально возможной длительности $t_k = t_{kmin}$ процесса нейтрализации в условиях (16), представляет собой релейную функцию времени, попеременно принимающую только свои предельно допустимые значения, согласно (16) с двумя интервалами постоянства в соответствии с двумя управляемыми величинами C_1 и C_2 , что в итоге приводит к определению $g^*(t)$ с точностью до длительностей Δ_1 , Δ_2 интервалов постоянства оптимальной программы:

$$g^*(t) = \begin{cases} g_{max}, & t \in [0, \Delta_1]; \\ 0, & t \in [\Delta_1, \Delta_1 + \Delta_2]. \end{cases} \quad (20)$$

При этом $t_{k \min}$ является строго убывающей функцией $C_{1 \text{зад}}$ [4, 5] (рис. 1).

Отсюда следует [4, 5], что для каждого фиксированного значения $t_k = t_k^{(1)}$ оказывается достижимой величина $C_{П1}(L_{П}, t_k^{(1)})$, не меньшая, чем $C_1^{(1)}$, где $C_1^{(1)}$ есть такое значение требуемой конечной концентрации $C_{1 \text{зад}}$ в задаче быстрогодействия, для которой $t_{k \min}(C_1^{(1)}) = t_k^{(1)}$ (см. рис. 1). Действительно, для получения меньшей концентрации $C_1^{(2)} < C_1^{(1)}$ требуется при убывающем характере зависимости $t_{k \min}(C_1)$ время $t_k = t_k^{(2)} > t_k^{(1)}$ (см. рис. 1), и, следовательно,

$$\min C_{П1}(L_{П}, t_k^{(1)}) = C_1^{(1)}. \quad (21)$$



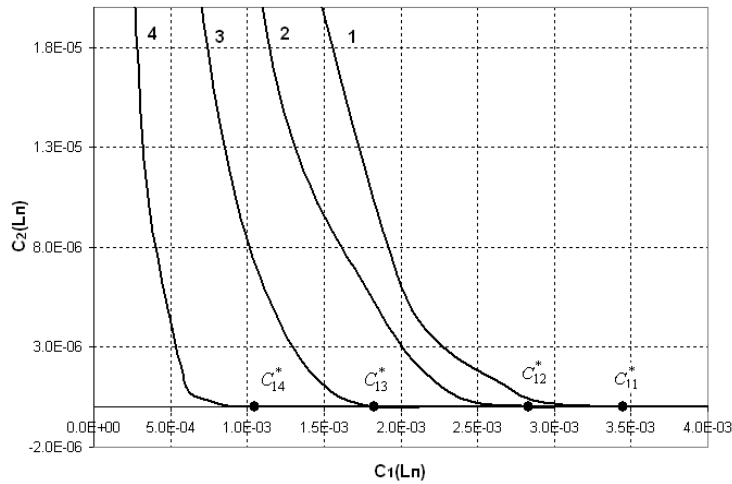
Р и с . 1. Характер зависимости $t_{k \min}(C_{1 \text{зад}})$

Таким образом, процесс, оптимальный по критерию точности (17) при заданной величине $t_k = t_k^{(1)}$, является одновременно оптимальным по быстрдействию для значения $C_{1 \text{зад}} = C_1^{(1)} = \min C_{П1}(L_{П}, t_k^{(1)})$, где $C_1^{(1)}$ есть корень уравнения $t_{k \min}(C_{1 \text{зад}}) = t_k^{(1)}$. При этом искомый алгоритм управления $g_{\text{онм}}(t)$ совпадает с $g^*(t)$ вида (20).

Следовательно, оптимальный по точности процесс нейтрализации состоит из чередующихся интервалов добавления щелочи с последующим выравниванием концентраций в трубопроводе рециркуляции и в баке-нейтрализаторе.

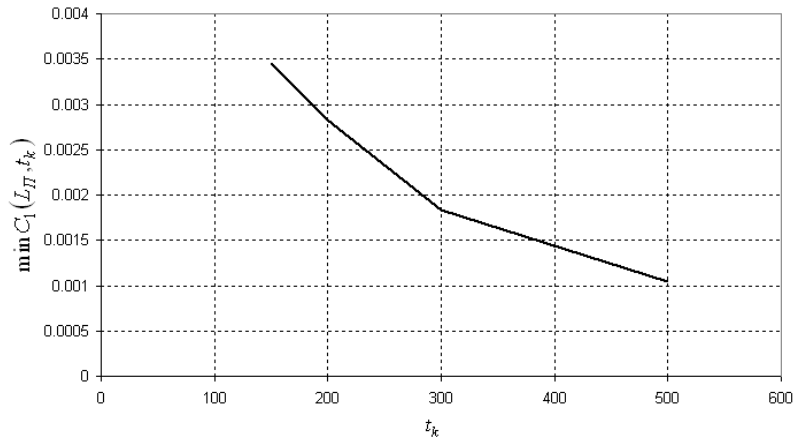
Численное интегрирование нелинейной системы уравнений (1)-(15) модели процесса при управлении (20) позволяет найти функциональные зависимости $C_{П1}(L_{П}, t_k) = C_{П1}(L_{П}, \Delta_1, t_k)$, $C_{П2}(L_{П}, t_k) = C_{П2}(L_{П}, \Delta_1, t_k)$ от параметра Δ_1 для каждой заданной величины $t_k = \Delta_1 + \Delta_2 = \text{const}$, описывающие в параметрической форме соответствующие кривые на плоскости $C_{П1}(L_{П})$, $C_{П2}(L_{П})$, точки пересечения которых C_1^* с осью C_1 определяют искомые значения $\min C_{П1}(L_{П}, t_k)$, являющиеся решением рассматриваемой задачи оптимального управления.

На рис. 2 представлены некоторые результаты численного решения этой задачи описанным способом при $V_{\bar{o}} = 0.8$ м/с, $V_m = 1.3$ м/с, $V_{\bar{i}} = 0.2$ м/с, $D_{\bar{o}} = 0.05$ м²/с, $k_{\bar{o}} = k_m = 1200$ л/(моль·с), $L_{\bar{o}} = 8$ м, $L_m = 35$ м, $L_o = 25$ м, $L_{\Pi} = 4$ м.



Р и с . 2. Достижимые в классе управлений (20) значения концентраций $C_1(L_{\bar{i}})$, $C_2(L_{\Pi})$ при $t_k = const$
(1 – $t_k = 150c$, 2 – $t_k = 200c$, 3 – $t_k = 300c$, 4 – $t_k = 500c$)

Соответствующая зависимость $\min C_{\Pi}(L_{\Pi}, t_k)$ от времени процесса t_k , построенная по расчетным результатам, показана на рис. 3.



Р и с . 3. Зависимость минимально достижимого значения концентрации $C_{\Pi}(L_{\Pi})$ от длительности t_k процесса управления

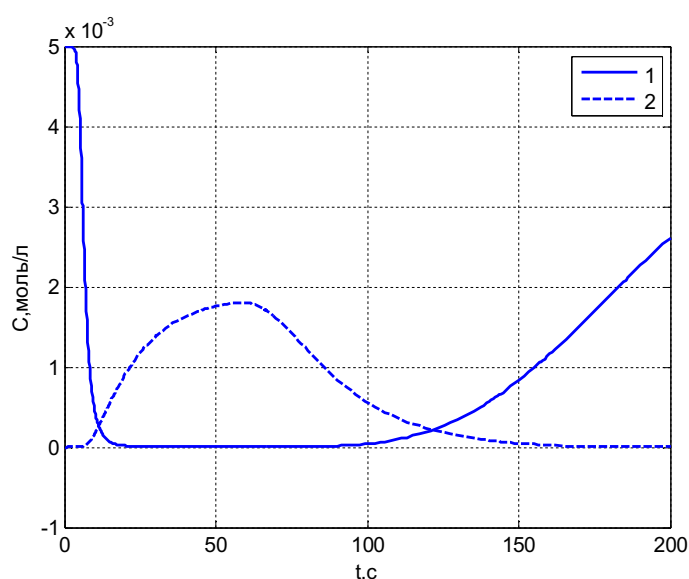
Синтез замкнутой системы управления, автоматически обрабатывающей расчетную оптимальную программу (20), может быть выполнен для определенной области начальных состояний C_{10} , C_{20} путем построения релейной системы автоматического регулирования с обратными связями по текущим значениям $C_{\Pi}(L_{\Pi}, t)$, $C_{\Pi 2}(L_{\Pi}, t)$ и линейной функцией переключения [6]

$$h(C_{П1}(L_{П},t), C_{П2}(L_{П},t)) = \rho_1(C_1^* - C_{П1}(L_{П},t)) + \rho_2(C_2^* - C_{П2}(L_{П},t)), \quad (22)$$

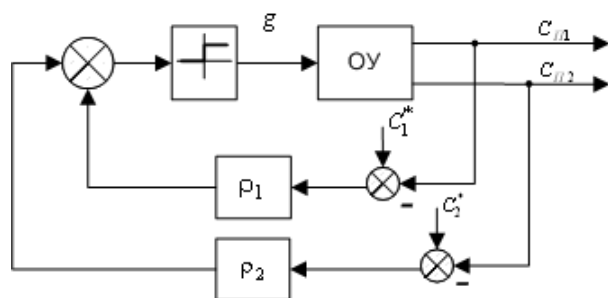
где ρ_1, ρ_2 – коэффициенты обратных связей; C_1^*, C_2^* – заданные конечные значения концентраций, определяемые при заданном $t_k = const$ решением задачи программного оптимального управления:

$$C_2^* = 0; \quad C_1^* = \min C_{П1}(L_{П}, t_k). \quad (23)$$

На рис. 4 приведены результаты численного моделирования процесса химической нейтрализации в замкнутой системе оптимального управления при $t_k = 200c$, $\Delta_1 = 45c$.



Р и с . 4. Отработка оптимального процесса химической нейтрализации в замкнутой системе управления при $t_k = 200c$, $\Delta_1 = 45c$ (1 – $C_{П1}(L_{П}, t)$; 2 – $C_{П2}(L_{П}, t)$)



Р и с . 5. Структурная схема замкнутой системы оптимального управления

Из равенства $h(C_{П1}(L_{П},t), C_{П2}(L_{П},t)) = 0$ в момент $t = \Delta_1$ переключения управления (20) для известных по результатам расчета программного управления значений $C_{П1}(L_{П}, t)|_{t=\Delta_1}$, $C_{П2}(L_{П}, t)|_{t=\Delta_1}$ находится один из коэффициентов обрат-

ной связи при выбираемом произвольным образом значении второго коэффициента. Например, при $\rho_1 = 1$ получим:

$$\rho_2 = \frac{C_1^* - C_{П1}(L_{П}, \Delta_1)}{C_{П2}(L_{П}, \Delta_1) - C_2^*}. \quad (24)$$

Структурная схема замкнутой системы приведена на рис. 5.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мандра А.Г., Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование управляемых процессов диффузии в условиях химической реакции между взаимодействующими компонентами // Вестник Самарского гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. – Самара: СамГТУ, 2010. – №7(28). – С. 164-171.
2. Рапопорт Э.Я. Оптимальное по быстродействию управление нелинейными объектами технологической теплофизики // Элементы и системы оптимальной идентификации и управления технологическими процессами. – Тула: Тульский гос. ун-т, 1996. – С. 81-91.
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М: Наука, 1977. – 656 с.
4. Рапопорт Э.Я. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Metallurgy, 2000. – 336 с.
5. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009. – 677 с.

Статья поступила в редакцию 24 мая 2011 г.

UDC 517.977.56, 66.021.2.063.8, 66.067.8.09

OPTIMUM ON ACCURACY MANAGEMENT OF PROCESS OF CHEMICAL NEUTRALIZATION

A.G. Mandra, E.Ya. Rapoport

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The optimum control problem for maximum accuracy of approach to a neutral condition of a solution of sulfuric acid and lime water in the process of chemical neutralization is described.

Keywords: *deacidification, the nonlinear distributed object of control, an optimum control system.*

A.G. Mandra – Senior lecturer.

E.Ya. Rapoport – Doctor of Technical Sciences, Professor.