

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ АКТИВНОЙ И РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА МОЩНОСТИ ПО ОТДЕЛЬНЫМ МГНОВЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ СИГНАЛОВ

Н.Е. Карпова

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: nadevkar@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы точности определения активной и реактивной мощности, а также коэффициента мощности периодических сигналов по отдельным мгновенным значениям напряжения и тока. Проводится сравнительный анализ различных методов измерения интегральных характеристик периодических сигналов.

Ключевые слова: интегральные характеристики, активная и реактивная мощность, коэффициент мощности, мгновенные значения сигналов, гармоническая модель.

Существуют различные методы определения интегральных характеристик гармонических сигналов по их отдельным мгновенным значениям.

Известны метод определения интегральных характеристик сигналов (ИХС) по отдельным мгновенным значениям гармонических моделей напряжения и тока, связанным с переходами через ноль (метод А), и метод определения ИХС по двум мгновенным значениям гармонических моделей напряжения и тока, сдвинутым на 90° (метод В) [1].

Для метода А в момент перехода сигнала тока через ноль из отрицательной полуволны в положительную мгновенное значение напряжения

$$U_2 = U_m \sin \varphi, \quad (1)$$

а через интервал времени Δt_φ , пропорциональный фазе, мгновенное значение напряжения

$$U_3 = U_m \sin(2\varphi). \quad (2)$$

Δt_φ соответствует интервалу времени между переходами сигналов напряжения и тока через ноль.

В момент перехода сигнала напряжения через 0 мгновенное значение тока

$$I_1 = I_m \sin(-\varphi) = -I_m \sin \varphi. \quad (3)$$

Здесь U_m , I_m – амплитудные значение напряжения и тока, а φ – угол сдвига фаз между напряжением и током.

Используя мгновенные значения сигналов (1) – (3), можно получить выражения для определения таких ИХС, как активная и реактивная мощность, а также коэффициент мощности [1]:

$$P = \text{sign}(U_2)\text{sign}(U_3) \left| \frac{I_1 U_2^2 U_3}{4U_2^2 - U_3^2} \right|, \quad (4)$$

$$Q = - \frac{I_1 U_2^2}{\sqrt{4U_2^2 - U_3^2}}, \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{U_3}{2U_2}. \quad (6)$$

Анализ выражений (4) – (6) показывает, что при $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$ знаменатель выражений обращается в ноль. В этом случае производится дополнительное измерение мгновенных значений напряжения и тока [1].

Для метода В мгновенные значения гармонических сигналов в произвольный момент времени t_1 имеют вид:

$$U_1 = U_m \sin \alpha_1, \quad (7)$$

$$U_2 = U_m \sin(\alpha_1 + \frac{\pi}{2}) = U_m \cos \alpha_1, \quad (8)$$

$$I_1 = I_m \sin \alpha_2, \quad (9)$$

$$I_2 = I_m \sin(\alpha_2 + \frac{\pi}{2}) = I_m \cos \alpha_2, \quad (10)$$

где α_1, α_2 – начальная фаза сигналов напряжения и тока.

Используя мгновенные значения сигналов (7) – (10), можно получить выражения для определения активной и реактивной мощности, а также коэффициента мощности [1]:

$$P = \frac{U_1 I_1 + U_2 I_2}{2}; \quad (11)$$

$$Q = \frac{U_1 I_2 - U_2 I_1}{2}; \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{U_1 I_1 + U_2 I_2}{\sqrt{(U_1^2 + U_2^2)(I_1^2 + I_2^2)}}. \quad (13)$$

И в том, и в другом случае существует погрешность определения ИХС, которая обусловлена несоответствием используемой гармонической модели сигнала его реальному виду. Возникает необходимость оценить эту погрешность.

Оценка погрешности результата измерения проводится по максимальному отклонению реального сигнала от гармонической модели. Погрешность результата измерения оценивается как погрешность вычисления функции, аргументы которой заданы приближенно с погрешностями, соответствующими максимальному отклонению модели от реального сигнала. Значения абсолютных погрешностей определения активной и реактивной мощности, а также коэффициента мощности соответственно равны [1]:

$$\Delta P = \left[\left| (P)'_{U_1} \right| + \dots + \left| (P)'_{U_m} \right| \right] \Delta U_{\max} + \left[\left| (P)'_{I_1} \right| + \dots + \left| (P)'_{I_m} \right| \right] \Delta I_{\max}, \quad (14)$$

$$\Delta Q = \left[\left| (Q)'_{U_1} \right| + \dots + \left| (Q)'_{U_m} \right| \right] \Delta U_{\max} + \left[\left| (Q)'_{I_1} \right| + \dots + \left| (Q)'_{I_m} \right| \right] \Delta I_{\max}, \quad (15)$$

$$\Delta \lambda = \left[\left| (\lambda)'_{U_1} \right| + \dots + \left| (\lambda)'_{U_m} \right| \right] \Delta U_{\max} + \left[\left| (\lambda)'_{I_1} \right| + \dots + \left| (\lambda)'_{I_m} \right| \right] \Delta I_{\max}. \quad (16)$$

При этом ΔU_{\max} и ΔI_{\max} – это значения наибольшего отклонения значений модели от соответствующих значений сигналов.

Данные значения определяются как

$$\Delta U_{\max} = \sup |u(t) - U_{m1} \sin(\omega t)|,$$

где $u(t) = U_{m1} \left\{ \sin(\omega t) + \sum_{k=2}^{\infty} [h_{u_k} \sin(k\omega t + \psi_{uk})] \right\}$.

Здесь $u(t)$ – реальный сигнал напряжения в общем виде; U_{m1} – амплитудное значение 1-й гармоники сигнала напряжения; k – номер гармоники напряжения; h_{uk} – коэффициент k -ой гармоники сигнала напряжения; ψ_{uk} – начальная фаза гармоник напряжения k -го порядка.

Для большинства сетей общего пользования среди высших гармоник наибольшее значение имеет третья гармоника.

В этом случае наибольшее отклонение реального сигнала напряжения, содержащего 1-ю и 3-ю гармоники, при $\psi_{uk} = 0$ от модели

$$\Delta U_{\max} = U_{m1} h_{u_3}. \quad (17)$$

Аналогично

$$\Delta I_{\max} = \sup |i(t) - I_{m1} \sin(\omega t)|,$$

где $i(t) = I_{m1} \left\{ \sin(\omega t) + \sum_{k=2}^{\infty} [h_{i_k} \sin(k\omega t + \psi_{ik})] \right\}$.

Здесь $i(t)$ – реальный сигнал тока в общем виде; I_{m1} – амплитудное значение 1-й гармоники сигнала напряжения; h_{ik} – коэффициент k -ой гармоники сигнала тока; ψ_{ik} – начальная фаза гармоник тока k -го порядка.

Следовательно, наибольшее отклонение реального сигнала тока, содержащего 1-ю и 3-ю гармоники, при $\psi_{ik} = 0$ от модели

$$\Delta I_{\max} = I_{m1} h_{i_3}. \quad (18)$$

Для метода А, если взять соответствующие производные в выражении (4), используя (1) – (3), (14) и (17), (18), и считать, что

$$h_{u_3} = h_{i_3} = h_3; \quad U_m = U_{m1}; \quad I_m = I_{m1},$$

получим предельное значение абсолютной погрешности определения активной мощности:

$$\Delta P_A = U_{m1} I_{m1} h_3 \left[\left| \frac{1 \cos \varphi}{2 \sin \varphi} \right| + \left| 2 \frac{\cos^3 \varphi}{\sin^3 \varphi} \right| + \left| \frac{1 + \cos^2 \varphi}{4 \sin^3 \varphi} \right| \right]. \quad (19)$$

Предельное значение абсолютной погрешности определения реактивной мощности в соответствии с (5) и (15), учитывая принятые раньше допущения, имеет вид

$$\Delta Q_A = U_{m1} I_{m1} h_3 \left[\frac{1}{2} + \left| \frac{\cos \varphi}{8 \sin^2 \varphi} \right| + \left| \frac{2 - 4 \cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi} \right| \right]. \quad (20)$$

Оценим приведенные погрешности определения активной и реактивной мощности.

Известно, что

$$\gamma_p = \frac{\Delta P}{S}, \quad \text{а} \quad \gamma_Q = \frac{\Delta Q}{S},$$

где S – полная мощность, рассчитываемая как

$$S = U_{m_1} \frac{\sqrt{1+h_{u_3}^2}}{\sqrt{2}} I_{m_1} \frac{\sqrt{1+h_{i_3}^2}}{\sqrt{2}}.$$

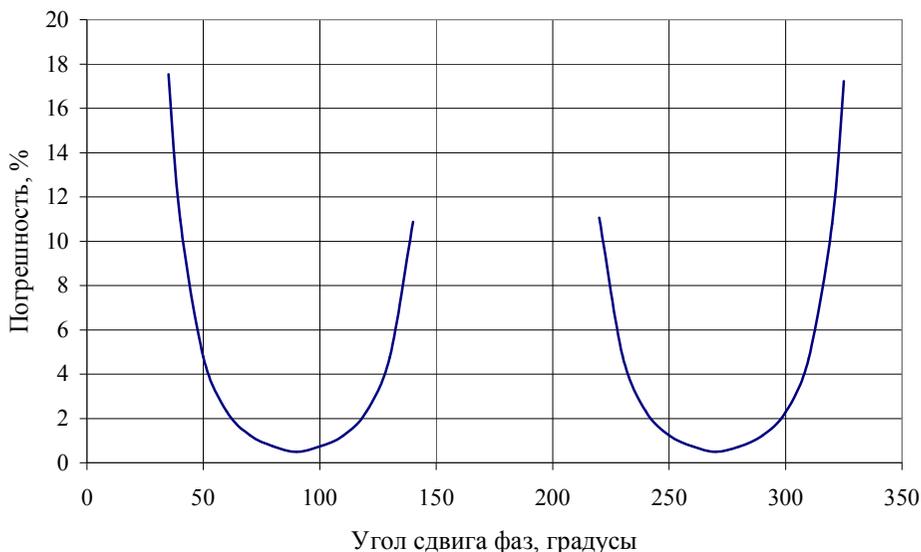
Тогда с учетом (19), (20) и ранее принятых допущений

$$\gamma_{P_A} = \frac{h_3}{1+h_3^2} \left[\left| \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right| + \left| 4 \frac{\cos^3 \varphi}{\sin^3 \varphi} \right| + \left| \frac{1+\cos^2 \varphi}{2 \sin^3 \varphi} \right| \right],$$

$$\gamma_{Q_A} = \frac{h_3}{1+h_3^2} \left[1 + \left| \frac{\cos \varphi}{4 \sin^2 \varphi} \right| + 4 \left| \frac{1-2 \cos^2 \varphi}{\sin^2 \varphi} \right| \right].$$

Если считать, что реальный сигнал близок к гармоническому, то принимаем значение $h_3=0,01$.

При таком значении h_3 график зависимости γ_{P_A} от φ принимает следующий вид (рис. 1).



Р и с . 1 . Приведенная погрешность определения активной мощности γ_{P_A}

График зависимости γ_{Q_A} от φ приведен на рис. 2.

Если взять соответствующие производные в выражении (6), используя (1) – (3), (16) и (17), (18) и принимая те же допущения, то для коэффициента мощности получим выражение для определения предельного значения абсолютной погрешности

$$\Delta \lambda_A = h_3 \left[\left| \frac{1}{2 \sin \varphi} \right| + \left| \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right| \right].$$

Как показывает анализ, знаменатели выражений для приведенных погрешностей при $\varphi=0$ и $\varphi=180^\circ$ обращаются в ноль. Поэтому в окрестностях этих точек погрешность резко возрастает.

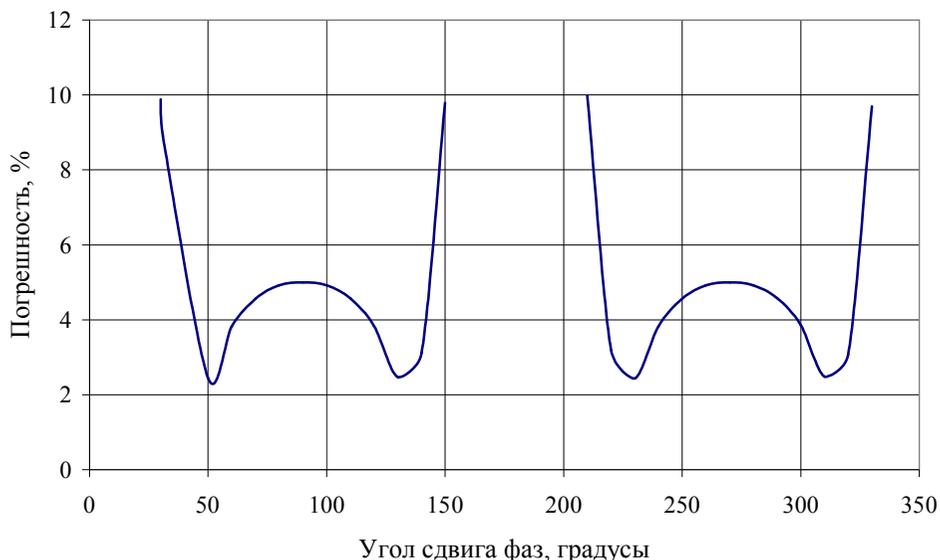


Рис. 2. Приведенная погрешность определения реактивной мощности γ_{Q_A}

Оценим приведенную погрешность определения коэффициента мощности. Известно [1], что

$$\gamma_{\lambda} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_n}, \quad (21)$$

где $\lambda_n = 1$ – номинальное значение коэффициента мощности.

График приведенной погрешности определения коэффициента мощности представлен на рис. 3.

Анализ рис. 1-3 показывает, что погрешность можно существенно снизить при измерении интегральных характеристик сигналов с определенными углами сдвига фаз между напряжением и током.

Для метода В, если взять соответствующие производные в выражении (11), используя (7) – (10), (14), (17) и (18), получим предельное значение абсолютной погрешности определения активной мощности:

$$\Delta P_B = \frac{h_3}{2} U_{m_1} I_{m_1} (|\sin \alpha_1| + |\cos \alpha_1| + |\sin \alpha_2| + |\cos \alpha_2|). \quad (22)$$

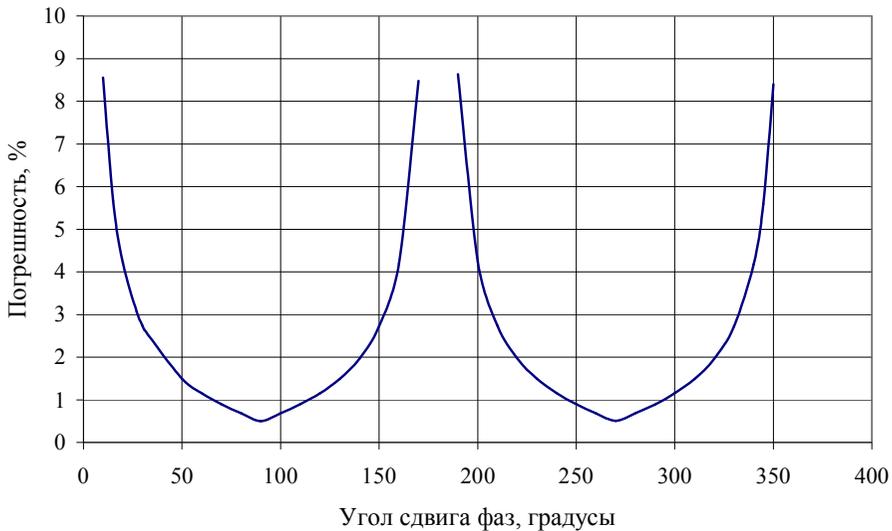
Предельное значение абсолютной погрешности определения реактивной мощности в соответствии с (12) имеет вид

$$\Delta Q_B = \frac{h_3}{2} U_{m_1} I_{m_1} (|\sin \alpha_1| + |\cos \alpha_1| + |\sin \alpha_2| + |\cos \alpha_2|). \quad (23)$$

Выражения (22) и (23) равны друг другу, а значит, предельные значения абсолютных погрешностей определения активной и реактивной мощности равны.

Оценим приведенную погрешность определения активной (реактивной) мощности. С учетом (22), учитывая ранее принятые допущения, получим

$$\gamma_{pB} = \frac{h_3}{1+h_3^2} (|\sin \alpha_1| + |\cos \alpha_1| + |\sin \alpha_2| + |\cos \alpha_2|).$$



Р и с . 3 . Приведенная погрешность определения коэффициента мощности $\Delta\lambda_A$

Приведенная погрешность измерения реактивной мощности $\gamma_{pB} = \gamma_{Q_B}$.

Графики погрешностей γ_p (γ_Q) для α_1 , принимающего значения $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ и 90° , приведены на рис. 4. При этом учтено, что $\varphi = \alpha_1 - \alpha_2$ – угол сдвига фаз между первыми гармониками напряжения и тока.

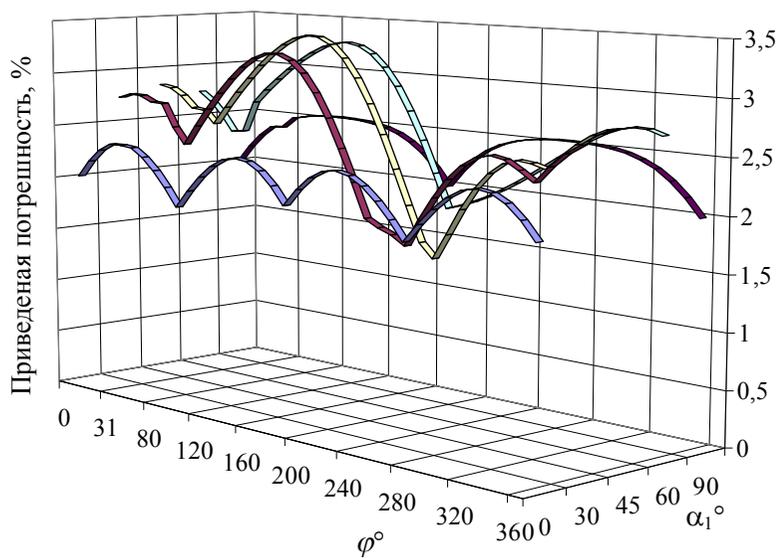
Еще одной интегральной характеристикой гармонического сигнала является коэффициент мощности. Предельное значение абсолютной погрешности определения коэффициента мощности с учетом (7) – (10), (13), (16) – (18) принимает вид

$$\Delta\lambda_B = h_3 \left[|\sin \alpha_2 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \alpha_1| + |\cos \alpha_2 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \alpha_1| + |\sin \alpha_1 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \alpha_2| + |\cos \alpha_1 - \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \alpha_2| \right]$$

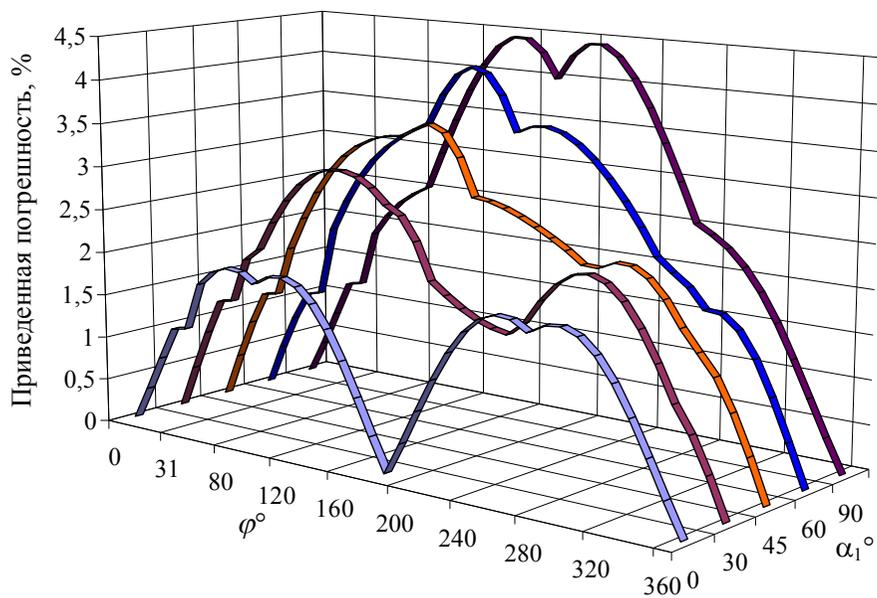
Оценим приведенную погрешность определения коэффициента мощности в соответствии с выражением (21). График приведенной погрешности коэффициента мощности для значений α_1 , принимающего значения $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ и 90° , представлен на рис. 5.

Анализ рис. 4 и 5 показывает, что погрешность измерения можно существенно снизить за счет выбора оптимального момента начала измерения (начальной фазы α_1).

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Погрешности определения активной и реактивной мощности, а также коэффициента мощности зависят от угла сдвига фаз между напряжением и током. Сравнивая рассмотренные выше методы, можно отметить, что каждый из них обеспечивает снижение погрешности в соответствующем диапазоне значений угла сдвига фаз.



Р и с . 4 . Приведенная погрешность определения активной (реактивной) мощности для метода В $\gamma_{P_B} = \gamma_{Q_B}$



Р и с . 5 . Приведенная погрешность определения коэффициента мощности $\Delta\lambda_B$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Батищев В.И., Мелентьев В.С.* Аппроксимационные методы и системы промышленных измерений, контроля, испытаний, диагностики. – М.: Машиностроение, 2007. – 393 с.

Статья поступила в редакцию 31 января 2011 г.

THE COMPARATIVE ANALYSIS OF INACCURACY OF ACTIVE AND REACTIVE POWER MEASUREMENT METHODS AND POWER FACTOR MEASUREMENT ON INSTANT SIGNAL SAMPLES

N.E. Karpova

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

In article considers the questions of accuracy of the active and reactive power measurement, as well as powers factor of periodic signal on instant voltage and current samples. The analysis of the different measuring methods of the integral parameters of periodic signal is conducted.

Keywords: *integral parameters, active and reactive power, powers factor, instant signal samplings, harmonic model.*