

Машиностроение

УДК 539.4

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ КОНСТРУКЦИОННОЙ СТАЛИ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

А.А. Крюков, В.Е. Калугин, Н.Н. Вассерман

Пермский государственный технический университет
614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29

Построена математическая модель совместного упругопластического деформирования растяжением и кручением тонкостенных трубчатых образцов из сплава 15Х2ГМФ, подтвержденная результатами экспериментов на современном высокоточном оборудовании.

Ключевые слова: *растяжение, кручение, деформация, упругость, пластичность, упрочнение.*

С целью увеличения надежности и долговечности изделий, работающих в условиях периодически меняющихся нагрузок, применяют разнообразные методы упрочнения. Один из таких методов заключается в наведении в приповерхностной области длинномерного цилиндрического изделия благоприятных сжимающих остаточных напряжений за счет последовательного пластического деформирования сначала растяжением, а затем, при фиксации полученной при растяжении продольной деформации, кручением [1-5]. Однако существующие режимы упрочнения далеки от оптимальных, т. к. в недостаточной степени теоретически и экспериментально обоснованы. Для определения области оптимальных режимов построена математическая модель упругопластического деформирования конструкционной стали при напряженном состоянии, характерном для этого вида упрочнения, подтвержденная результатами экспериментальных исследований.

В представленной работе рассматривается первая часть модели, которая является определяющей, а именно модель деформирования тонкостенного трубчатого образца. В основе модели – положения классической теории течения для случая совместного растяжения и кручения. Соответственно область ее применимости ограничивается этим частным случаем нагружения. Необходимые испытания на тонкостенных трубчатых образцах для определения параметров модели и подтверждения ее основных положений были проведены в Центре экспериментальной механики ПГТУ на универсальной двухосевой сервогидравлической испытательной системе Instron 8850. Подробно результаты испытаний на растяжение, чистый сдвиг и совместное растяжение и кручение рассмотрены в [6, 7].

Основные положения принятой модели:

*Алексей Андреевич Крюков – ассистент.
Вячеслав Евгеньевич Калугин – к.т.н., доцент*

1. Влияние временного фактора мало, с допустимой погрешностью им можно пренебречь [6].

2. Критерий начала пластического течения не выделяется, общие деформации на всем пути нагружения складываются из упругой и пластической составляющих:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_e + \varepsilon_p, & d\varepsilon &= d\varepsilon_e + d\varepsilon_p, \\ \gamma &= \gamma_e + \gamma_p, & d\gamma &= d\gamma_e + d\gamma_p,\end{aligned}\quad (1)$$

где ε и γ – общие линейная и угловая деформации, $d\varepsilon$ и $d\gamma$ – приращения линейной и угловой деформаций, индексом e обозначены упругие составляющие деформаций и их приращений, индексом p – пластические составляющие.

3. Напряженное состояние рассматривается как состояние, эквивалентное одноосному растяжению. В качестве эквивалентного напряжения (σ_{ek}) и приращения эквивалентной пластической деформации ($d\varepsilon_{ekp}$) принимается интенсивность напряжений (σ_i) и интенсивность приращений пластических деформаций ($d\varepsilon_{ip}$), которые для случая совместного растяжения и кручения описываются зависимостями:

$$\sigma_{ek}(\sigma, \tau) = \sqrt{\sigma^2 + (K_1 \cdot \tau)^2}, \quad d\varepsilon_{ekp} = \sqrt{d\varepsilon_p^2 + (K_2 \cdot d\gamma_p)^2}, \quad (2)$$

где σ и τ – нормальное и касательное напряжения, $K_1 = \sqrt{3}$, $K_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ – безразмерные коэффициенты, подтверждены для исследуемого материала [6].

4. Материал принимается однородным и изначально изотропным:

$$\text{– при одноосном растяжении:} \quad \sigma_{ek} = \sigma, \quad d\varepsilon_{ekp} = d\varepsilon_p, \quad (3)$$

$$\text{– при чистом сдвиге:} \quad \sigma_{ek} = K_1 \cdot |\tau|, \quad d\varepsilon_{ekp} = K_2 \cdot |d\gamma_p|. \quad (4)$$

5. Связи между напряжениями и деформациями, а также их приращениями определяются соотношениями:

$$\begin{aligned}\sigma &= (\varepsilon - \varepsilon_p) \cdot E, & d\sigma &= (d\varepsilon - d\varepsilon_p) \cdot E, \\ \tau &= (\gamma - \gamma_p) \cdot G, & d\tau &= (d\gamma - d\gamma_p) \cdot G,\end{aligned}\quad (5)$$

где $d\sigma$ и $d\tau$ – приращения нормальных и касательных напряжений, E и G – модули Юнга и сдвига.

6. Диаграмма пластического деформирования описывается дифференциальным уравнением вида:

$$\begin{aligned}\frac{d\varepsilon_{ekp}}{d\sigma_{ek}} &= f_1(\sigma_{ek}) \text{ при } d\sigma_{ek} > 0; \\ \frac{d\varepsilon_{ekp}}{d\sigma_{ek}} &= 0 \text{ при } d\sigma_{ek} \leq 0,\end{aligned}\quad (6)$$

где $f_1(\sigma_{ek})$ – первая определяющая функция модели, которая работает при активном нагружении и равна нулю в случае разгрузки, считая, что та идет по линейному упругому закону [6]; $d\sigma_{ek}$ – приращение эквивалентного напряжения.

7. Отношение приращения угловой пластической деформации к приращению линейной пластической деформации является функцией от действующих напряжений:

$$\frac{d\gamma_p}{d\varepsilon_p} = f_2(\sigma, \tau), \quad (7)$$

где $f_2(\sigma, \tau)$ – вторая определяющая функция модели.

8. В итоге приращение эквивалентной пластической деформации выражается следующей зависимостью:

$$d\varepsilon_{ekp} = d\varepsilon_p \cdot \sqrt{1 + (K_2 \cdot f_2(\sigma, \tau))^2} = d\varepsilon_p \cdot f_3(\sigma, \tau), \quad (8)$$

где $f_3(\sigma, \tau) = \sqrt{1 + (K_2 \cdot f_2(\sigma, \tau))^2}$.

9. Окончательные выражения для приращений линейной и угловой пластических деформаций:

$$d\varepsilon_p = \frac{\sigma \cdot d\varepsilon \cdot E \cdot f_1(\sigma_{ek}) + K_1^2 \cdot \tau \cdot d\gamma \cdot G \cdot f_1(\sigma_{ek})}{f_3(\sigma, \tau) \cdot \sigma_{ek}(\sigma, \tau) \cdot \text{sign}(\sigma) + \sigma \cdot E \cdot f_1(\sigma_{ek}) + K_1^2 \cdot \tau \cdot f_2(\sigma, \tau) \cdot G \cdot f_1(\sigma_{ek})} \quad (9)$$

и из (7) $d\gamma_p = d\varepsilon_p \cdot f_2(\sigma, \tau)$.

Для каждого конкретного материала можно принимать наиболее подходящие определяющие функции, не меняя при этом саму модель. Для исследуемого материала – конструкционной стали 15Х2ГМФ, не выявляющей площадки текучести, в качестве первой функции принята зависимость

$$f_1(\sigma_{ek}) = A \cdot \left(\frac{\sigma_{ek}}{\sigma_{02}} \right)^m, \quad (10)$$

где σ_{02} – условный предел текучести материала, m – показатель степени, A – параметр, который выражается через σ_{02} и m из условия прохождения диаграммы пластического деформирования через точку с координатами $(0,002; \sigma_{02})$:

$$A = (m + 1) \cdot \frac{0,002}{\sigma_{02}}. \quad (11)$$

В качестве второй определяющей функции принята зависимость

$$f_2(\sigma, \tau) = B \cdot \left(\frac{\tau}{\sigma} \right)^q \cdot \text{sign} \left(\frac{\tau}{\sigma} \right), \quad (12)$$

где B и q – безразмерные параметры.

Согласно теории течения для случая совместного растяжения и кручения

$$d\varepsilon_p = \frac{d\varepsilon_{ip}}{\sigma_i} \cdot \sigma, \quad d\gamma_p = 3 \cdot \frac{d\varepsilon_{ip}}{\sigma_i} \cdot \tau. \quad (13)$$

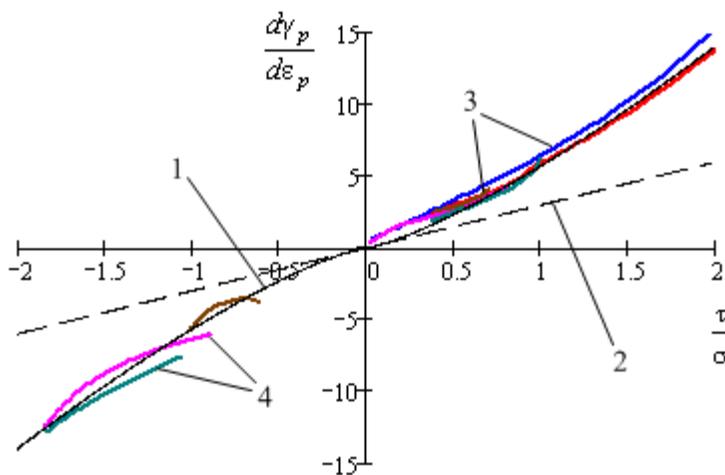
Исходя из (13)

$$\frac{d\gamma_p}{d\varepsilon_p} = 3 \cdot \frac{\tau}{\sigma}, \quad (14)$$

т. е. по теории течения значения параметров второй функции должны быть следующими: $B = 3$, $q = 1$.

Существующие на настоящее время режимы упрочнения включают в себя растяжение, возможную частичную разгрузку, фиксацию достигнутой линейной деформации ε на постоянном уровне и последующее однократное кручение. В ходе проводимых исследований были выявлены новые, более эффективные режимы, при которых после стадии растяжения и фиксации достигнутой линейной деформации осуществляется кручение со сменой направления закручивания (знакопеременное кручение). По причине того, что режимы со знакопеременным кручением включают в себя и все стадии, реализуемые при режимах с однократным кручением, рассмотрим соответствие модели результатам экспериментов именно при этих новых режимах упрочнения.

Входными параметрами модели являются механические характеристики материала (E , G , σ_{02}), коэффициенты определяющих функций (10) и (12), а также размеры поперечного сечения рабочей части образца. Модули Юнга и сдвига вычислялись как тангенсы углов наклона к оси абсцисс прямых линий, аппроксимирующих начальные участки диаграмм растяжения и чистого сдвига. Предел текучести σ_{02} определялся как напряжение, соответствующее величине пластической деформации $\varepsilon_p = 0,002$ на диаграмме пластического деформирования при растяжении. Показатель степени m у функции (10) определялся из условия наилучшего соответствия теоретической и экспериментальной диаграммы пластического деформирования в координатах $\sigma_{ek} - \varepsilon_{ekp}$ как при растяжении, так и при чистом сдвиге. Для определения параметров B и q выделялись участки экспериментальных зависимостей, в пределах которых изменялась одновременно и величина ε_p , и величина γ_p , т. е. соответствующие активному нагружению, когда $d\varepsilon_p > 0$, $d\gamma_p > 0$. В пределах каждого такого участка экспериментальные зависимости σ , τ , ε_p и γ_p от одного из других изменяющихся параметров, в данном случае от времени, аппроксимировались полиномами 3-й степени. Затем для каждого из выделенных участков вычислялась зависимость $\frac{d\gamma_p}{d\varepsilon_p}$ от $\frac{\tau}{\sigma}$. Путем аппроксимации совокупности данных кусочных зависимостей функцией (12) определялись параметры B и q . На рис. 1 представлен соответствующий график.

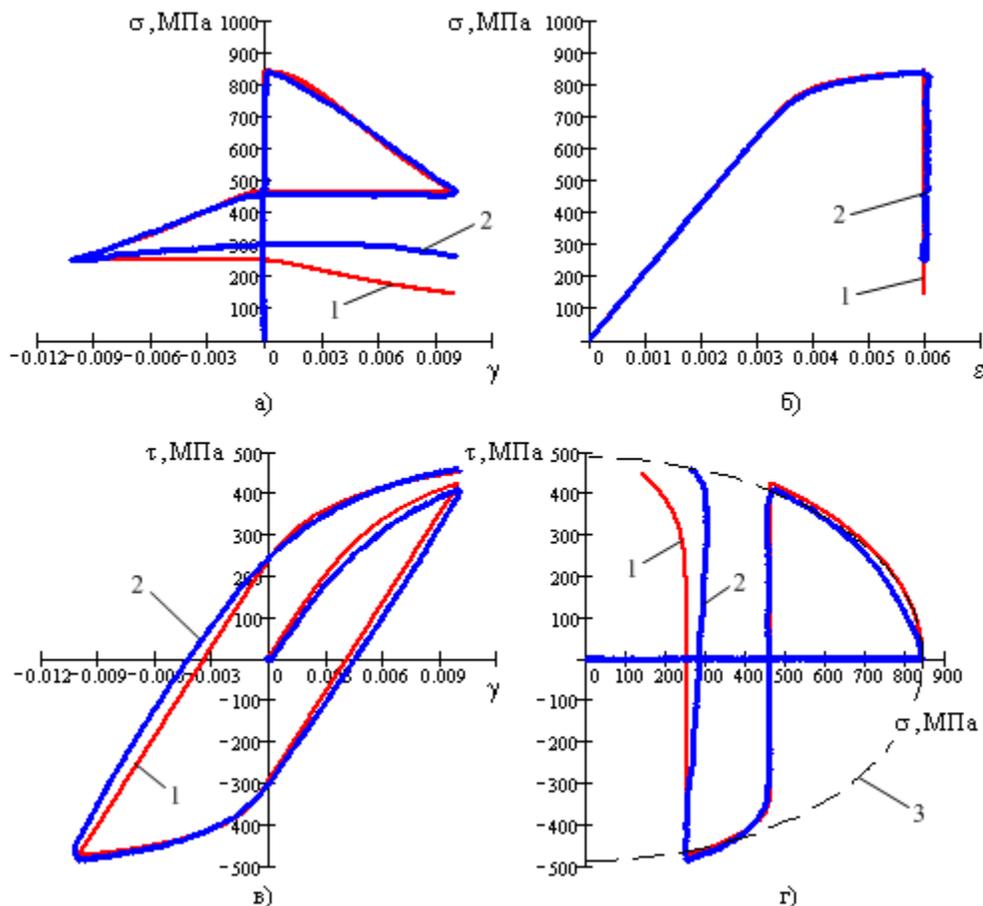


Р и с . 1 . Определение параметров второй функции модели по данным испытаний образцов из стали 15Х2ГМФ:

- 1 – принятая функция $f_2(\sigma, \tau) = 5,7 \cdot \left(\frac{\tau}{\sigma}\right)^{1,3} \cdot \text{sign}\left(\frac{\tau}{\sigma}\right)$; 2 – функция $f_2(\sigma, \tau) = 3 \cdot \frac{\tau}{\sigma}$, соответствующая теории течения; 3, 4 – зависимости, соответствующие данным эксперимента на участках, где одновременно изменяются и линейная, и угловая пластические деформации:
3 – первая стадия кручения, 4 – вторая стадия кручения (в обратном направлении)

Параметры $B = 5,7$ и $q = 1,3$, которые получились для исследуемой стали 15Х2ГМФ, отличаются от параметров, которые дает теории течения для случая совместного растяжения и кручения согласно (14), что подтверждает необходимость использования в данной модели второй определяющей функции.

На рис. 2 и 3 представлено сравнение экспериментальных и теоретических зависимостей, полученных численным решением уравнений модели одним из методов конечно-разностной схемы.

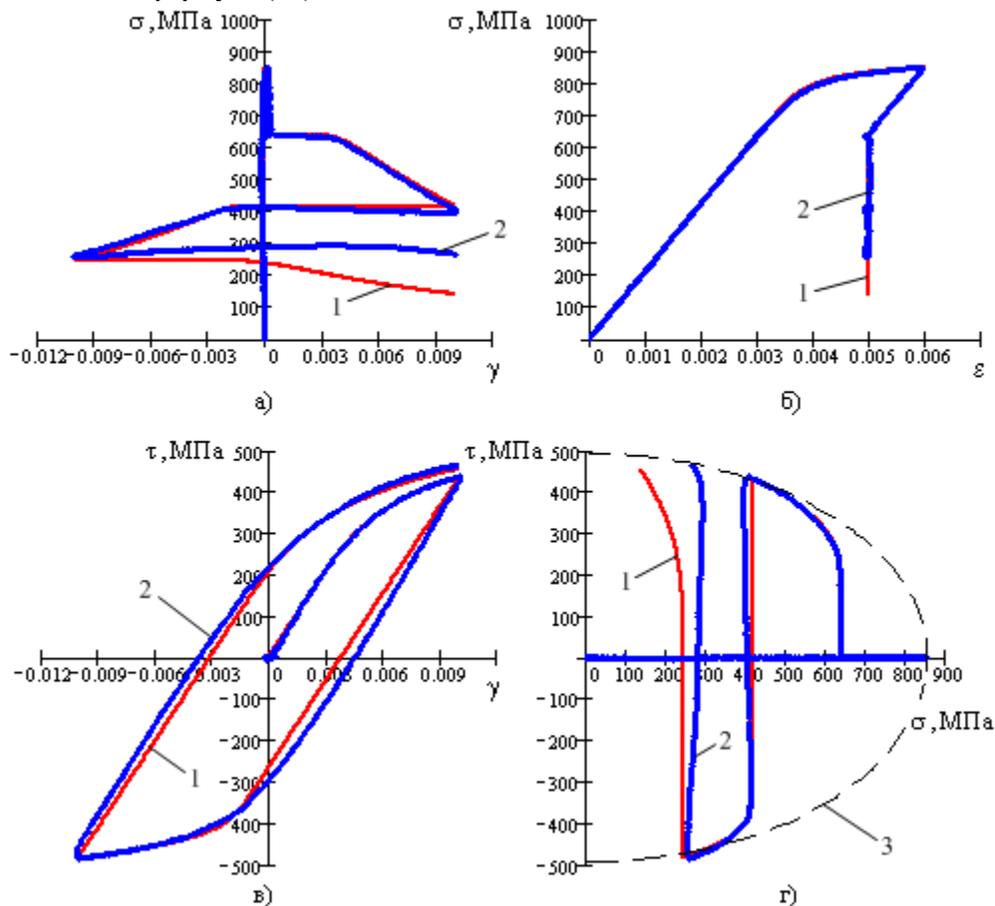


Р и с . 2 . Графики зависимостей:

а) $\sigma - \gamma$, б) $\sigma - \epsilon$, в) $\tau - \gamma$, г) $\tau - \sigma$ при испытании образца из стали 15X2ГМФ в последовательности: растяжение до σ_{02} , фиксация достигнутой деформации ϵ на постоянном уровне, кручение до $\gamma = \gamma_a$ ($\gamma_a = 0,01$), кручение в противоположную сторону до $\gamma = -\gamma_a$, кручение в первоначальном направлении до $\gamma = \gamma_a$. 1 – теоретические графики, 2 – экспериментальные графики, 3 – эллипс Мизеса: $\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2 = \sigma_{02}^2$

На рисунках видно, что для каждого из представленных режимов деформирования наблюдается достаточно точное соответствие результатов эксперимента и модели на стадии растяжения, частичной разгрузки после растяжения на рис. 3 и последующих двух стадиях кручения. На третьей стадии кручения наблюдается некоторое отклонение результатов. Согласно эксперименту на данной стадии нормальное напряжение практически не снижается, даже наоборот, сначала идет небольшое его повышение. Это может быть вызвано анизотропией свойств, наведенных в процессе деформирования, что не учитывается в представленной модели. Тем не менее, петлю $\tau - \gamma$ модель описывает достаточно точно и на третьей стадии кручения, несмотря на ярко выраженный эффект Баушингера. Этого удалось достичь благодаря расшире-

нию первой определяющей функции, вместо $f_1(\sigma_{ek})$ ввести $f_1(\sigma_{ek}, A, m)$. На стадии растяжения и последующих двух стадиях кручения параметры A и m остаются неизменными, на третьей стадии кручения они уменьшены. Для стали 15Х2ГМФ: $m = 32$ на первых стадиях и $m = 8$ на третьей стадии кручения, параметр A выражается соответственно по формуле (11).



Р и с . 3 . Графики зависимостей:

а) $\sigma - \gamma$, б) $\sigma - \epsilon$, в) $\tau - \gamma$, г) $\tau - \sigma$ при испытании образца из стали 15Х2ГМФ в последовательности: растяжение до σ_{02} , разгрузка до $\sigma = 0,75 \cdot \sigma_{02}$, фиксация достигнутой деформации ϵ на постоянном уровне, кручение до $\gamma = \gamma_a$ ($\gamma_a = 0,01$), кручение в противоположную сторону до $\gamma = -\gamma_a$, кручение в первоначальном направлении до $\gamma = \gamma_a$. 1 – теоретические графики, 2 – экспериментальные графики, 3 – эллипс Мизеса: $\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2 = \sigma_{02}^2$

С точки зрения самого процесса упрочнения интерес представляет именно снижение нормального напряжения. Связано это с тем, что после стадии растяжения общая линейная деформация фиксируется на постоянном уровне, но в то же время она складывается из двух составляющих – упругой ϵ_e и пластической ϵ_p . Упругая деформация связана законом Гука с нормальным напряжением. Поэтому со снижением напряжения σ происходит снижение составляющей ϵ_e в общей деформации и соответственно увеличение составляющей ϵ_p , т. е. идет процесс накопления линейной пластической деформации, которая в конечном итоге и связана с формированием остаточных нормальных напряжений. Исходя из этого полезными в данном слу-

чае можно считать стадии растяжения и последующие две стадии кручения, т. е. те, в пределах которых модель достаточно точно описывает результаты эксперимента. Третья стадия кручения в дальнейшем оставлена частично, в пределах, когда соответствие модели и эксперимента можно считать удовлетворительным.

Таким образом, математическая модель совместного упругопластического деформирования растяжением и кручением тонкостенного трубчатого образца показывает достаточно точное соответствие результатам экспериментов на стадиях, представляющих интерес для последующего упрочнения изделий. Это позволяет на ее основе построить модель деформирования стержня сплошного круглого поперечного сечения, которая позволит оценить величину остаточных напряжений, наведенных в процессе упрочнения совместным растяжением и кручением.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Н.Н. Вассерман*. Насосным штангам – долгую жизнь // Механико-технологическому факультету – 50 лет: Сб. научных трудов. – Пермь, 2005. – С. 118-129.
2. *Н.Н. Вассерман, В.Е. Калугин*. Определение остаточных напряжений в длинномерных цилиндрических изделиях после их пластического деформирования растяжением и кручением // Динамика и прочность механических систем: Сб. научных трудов. – Пермь, 1996. – С. 35-43.
3. Технология восстановления прямолинейности и упрочнения насосных штанг / *Н.Н. Вассерман, В.В. Семенов, В.Е. Калугин, Н.П. Надымов* // Наука – производству. – М., 2000. – №5. – С. 49-50.
4. Способ восстановления длинномерных цилиндрических изделий: патент 2069496 Рос. Федерация / *В.В. Семенов, Н.Н. Вассерман, В.Е. Калугин*. – № 94030098/02; заявл. 11.08.94; опубл. 20.11.96, Бюл. 32. – 3 с.
5. *Надымов А.Н.* Моделирование и оптимизация процесса восстановления насосных штанг: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Пермь, 2002. – 17 с.
6. Экспериментальное изучение закономерностей упругопластического деформирования стали 15Х2ГМФ при растяжении и кручении / *Н.Н. Вассерман, В.Е. Калугин, А.А. Крюков, М.П. Третьяков* // Вестник ПГТУ. Машиностроение и материаловедение. – 2010. – №5. – Том 13. – С. 15-24.
7. Исследование закономерностей упругопластического деформирования стали 15Х2ГМФ при сложном напряженном состоянии / *Н.Н. Вассерман, В.Э. Вильдеман, А.А. Крюков, М.П. Третьяков* // Вестник ПГТУ. Механика. – 2010. – №2. – С. 34-47.

Статья поступила в редакцию 18 мая 2011 г.

SIMULATION OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION STRUCTURAL STEEL A COMPLEX STRESS STATE

A. A. Kryukov, V.E. Kalugin, N.N. Wasserman

Perm State Technical University
29, Komsomol prospectus, Perm, 614990

A mathematical model of joint elastic deformation is constructed by tension and torsion of thin-walled tubular specimens made of alloys 15H2GMF and proved by the experiments results obtained by using the modern high-precision equipment.

Key words: *tension, torsion, deformation, elasticity, plasticity, hardening.*

Aleksey A. Kryukov – Asisstant.

Vyacheslav E. Kalugin – Candidate of Technical Sciences, Associate professor.