

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ ПРАВИЛ РАБОТЫ РЕГУЛЯТОРА В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ С НЕЧЕТКИМИ ЦЕЛЯМИ И ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Г.Н. Рогачев

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Статья посвящена методу синтеза системы правил работы программного регулятора в задаче управления с нечеткими целями и ограничениями. Качество решения оценивается по минимаксному критерию как максимум минимума степени удовлетворения его целевым функциям и ограничениям.

Ключевые слова: оптимальный синтез, система правил работы регулятора, управление с нечеткими целями и ограничениями.

В последнее время нечеткая технология завоевывает все больше сторонников среди разработчиков систем управления. Диапазон применения нечетких систем управления весьма широк – от бытовых приборов до сложных промышленных процессов. Тенденция распространения нечетких систем управления легко объяснима. Многие современные задачи управления, которые не могут быть решены классическими методами из-за большой сложности математических моделей, описывающих процессы, неопределенности целей управления и ограничений, успешно решаются средствами нечеткой логики. Классические методы управления хорошо работают при детерминированном объекте управления и детерминированной среде, а для систем с неполной информацией и высокой сложностью объекта управления оптимальными являются нечеткие методы управления. Нечеткая логика является развитием классической логики. Классическая, или булева, логика оперирует только двумя понятиями – истина и ложь, исключая любые промежуточные значения. Соответственно, логическая переменная может иметь лишь одно из двух значений. С лингвистической переменной, которая является в нечеткой логике аналогом логической переменной, можно связать любую физическую величину, для которой нужно иметь больше двух значений. Значения лингвистических переменных представляются не числами, а словами естественного языка или символами и называются термами. Каждому значению физической величины должно быть поставлено в соответствие некоторое число, от нуля до единицы, которое определяет степень принадлежности данного физического значения расстояния к тому или иному терму лингвистической переменной. Конкретное определение степени принадлежности возможно при работе с экспертами. С их участием принадлежность любого точного значения любой входной переменной к одному из термов лингвистической переменной определяется из диапазона $[0, 1]$ посредством функции принадлежности. Вид функции принадлежности может быть произвольным. Набор так называемых стандартных функций принадлежности составляют функции принадлежности Z-, П-, Л-, S-вида. Наиболее распространены треугольные и трапециевидные функции принадлежности.

Нечеткая логика в задачах управления может использоваться двояко: возможно построение систем управления с нечеткими правилами работы регулятора либо синтез систем управления с нечеткими целями и ограничениями.

Геннадий Николаевич Рогачев (к.т.н., доц.), доцент, каф. автоматики и управления в технических системах.

Первый вариант – нечеткие системы управления – основан на правилах продукционного типа, посылки и заключения сформулированы в терминах нечетких лингвистических высказываний. Пример такого правила: «если расстояние есть NB¹, то скорость есть PB». Совокупность правил, называемая базой правил нечеткого вывода, полностью описывает стратегию управления, применяемую конкретным регулятором. Наиболее часто база правил представляется в следующей форме:

- правило 1: «если условие 1, то заключение 1»;
- правило 2: «если условие 2, то заключение 2»;
-;
- правило n: «если условие n, то заключение n».

Алгоритм работы нечеткого регулятора включает в себя ряд этапов, реализация которых выполняется с помощью основных положений нечеткой логики. Информацией, которую использует нечеткий регулятор, являются измеренные некоторым образом (четкие) выходные переменные объекта управления. Информация, которая формируется на выходе системы нечеткого вывода, соответствует (четким) управляющим переменным процесса управления. Чтобы использовать нечеткую логику в цифровых регуляторах, необходимы математические преобразования, позволяющие перейти от числовых величин к лингвистическим переменным и наоборот. Система нечеткого вывода регулятора предназначена для преобразования значений выходных переменных объекта управления в управляющие переменные на основе использования нечетких правил. Для этого система нечеткого вывода должна содержать базу правил нечеткого вывода и реализовывать нечеткий вывод заключений на основе посылок или условий, представленных в форме нечетких лингвистических высказываний.

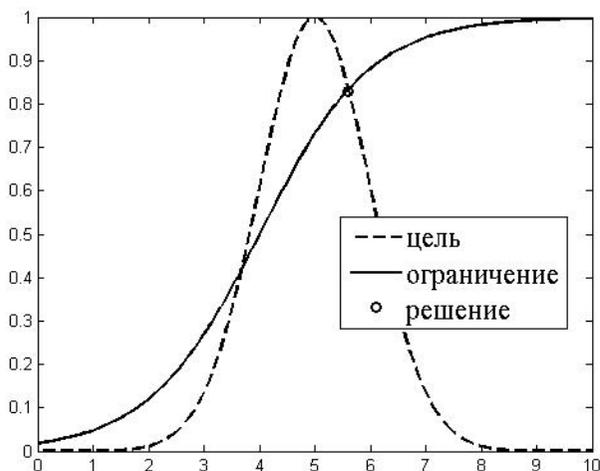
Основными этапами нечеткого вывода, а следовательно, и работы алгоритма нечеткого регулятора являются [1]:

- формирование базы правил системы нечеткого вывода;
- фаззификация входных переменных;
- агрегирование условий в правилах нечеткого вывода;
- активизация или композиция подзаключений в правилах нечеткого вывода;
- аккумулярование заключений правил систем нечеткого вывода;
- дефаззификация выходных переменных.

Второй вариант – система управления с нечеткими целями и ограничениями. В 1970 г. Беллман и Заде опубликовали статью «Decision – making in fuzzy environment» [2, русский перевод – 3], которая послужила отправной точкой для большинства работ по нечеткой теории принятия решений. В этой статье рассматривается процесс принятия решений в условиях неопределенности, когда цели и ограничения заданы нечеткими множествами. Принятие решения – это выбор альтернативы, которая одновременно удовлетворяет и нечетким целям, и нечетким ограничениям. В этом смысле цели и ограничения являются симметричными относительно решения, что стирает различия между ними и позволяет представить решение как слияние нечетких целей и ограничений. При принятии решений по схеме Беллмана – Заде не делается никакого различия между целью и ограничениями. Всякое разделе-

¹ Список сокращения для значений термов: NB – Negative Big (отрицательное большое); NM – Negative Middle (отрицательное среднее); NS – Negative Small (отрицательное малое); ZN – Zero Negative (отрицательное, близкое к нулю); Z – Zero (нуль, близкое к нулю); ZP – Zero Positive (положительное, близкое к нулю); PS – Positive Small (положительное малое); PM – Positive Middle (положительное среднее); PB – Positive Big (положительное большое).

ние на цель и ограничения является условным. В традиционной теории принятия решений подобные замены функции предпочтения на ограничение недопустимы. Однако и там прослеживается некоторое скрытое сходство между целями и ограничениями. Оно становится явным при использовании метода неопределенных множителей Лагранжа и штрафных функций, когда цель и ограничения объединяются в одну функцию. Связь между нечеткими целью, ограничением и решением показана на рис. 1. Цель и ограничение конфликтуют между собой, поэтому нет ни одного решения со степенью принадлежности, равной 1. Значит, не существует альтернативы, которая полностью удовлетворяет и цели, и ограничению. В качестве решения в таких случаях обычно выбирают альтернативу с максимальной степенью принадлежности.



Р и с. 1. Взаимосвязь между нечеткими целью, ограничением и решением

В настоящей статье рассматривается процедура синтеза системы правил работы программного регулятора в задаче управления с нечеткими целями и ограничениями. Решается проблема, которая требует, чтобы и целевая функция, и ограничения удовлетворяли в максимально возможной степени некоторым необходимым условиям, представленным нечеткими величинами, каждая из которых определена соответствующей функцией принадлежности. Величины функций принадлежности объединены треугольной нормой (t-norm) [32], что дает наилучшее, компромиссное решение. Таким образом, оптимальное решение представляет наилучший вариант степеней удовлетворения целевым функциям и ограничениям. Этот подход может быть особенно полезен для решения реальных проблем, где цели и ограничения выражены эвристическим способом.

Традиционный подход к решению процедуры синтеза системы правил работы программного регулятора предполагает формулировку ее как задачи математического программирования вида

$$\begin{aligned} \min_{z \in Z} f(z), \\ g_i(z) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (1)$$

Проблема (1) может быть расширена так, что границы, которые отделяют приемлемые решения от неприемлемых, станут размытыми, а степени приемлемости отдельных решений представляться нечеткими числами. Для этого целевая функция и

ограничения должны пониматься в нечетком смысле [4-6]. При применении обозначений, используемых в области нечеткой оптимизации, нечеткая версия проблемы (1) может быть записана так:

$$\begin{aligned} \widetilde{\min}_{z \in Z} f(z), \\ g_i(z) \widetilde{\geq} 0, i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned} \quad (2)$$

Пусть функции принадлежности $\mu_0(\cdot)$, $\mu_i(\cdot)$, $i = 1, 2, \dots, m$ представляют степени выполнения цели и ограничений. Решение оптимизационной задачи (2) должно удовлетворять насколько возможно и цели, и ограничениям, т. е. максимизировать минимальное из значений $\mu_i(\cdot)$, $i = 0, 1, \dots, m$. Нечеткая проблема математического программирования (2) может быть преобразована в задачу вида

$$\max_{z \in Z} C(z), \quad (3)$$

где $C(z)$ представляет глобальную степень удовлетворения решением z цели и ограничений:

$$C(z) = \min\{v_0, v_1, \dots, v_m\}, \quad (4)$$

где $v_0 = \mu_0(f(z))$, $v_i = \mu_i(g_i(z))$, $i = 1, 2, \dots, m$.

Окончательно нечеткая проблема (2) приобретает вид определения такого решения $z \in Z$, которое обеспечивает

$$\max_{x \in X} \min_i (v_i), i = 0, 1, \dots, m. \quad (5)$$

Найдем систему правил работы цифрового программного регулятора линейным одномерным объектом второго порядка

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (6)$$

в задаче управления с нечеткой целью и ограничениями, которые сформулированы следующим образом. Необходимо за 2 с перевести объект управления (6) из точки фазового пространства с координатами (0; 0) в область фазового пространства, заданную условиями: «переменная x_1 должна быть обязательно больше 3 и желательно не меньше 4» и «переменная $|x_2|$ должна быть около 0, но никак не больше 0,5».

При этом затраченная на управление энергия $f(u) = E = \int_0^2 u^2(t) dt$ и амплитуда

управляющего воздействия $|u(t)|$, $t \in [0, 2]$ должны быть как можно ближе к нулю. Максимально возможный ресурс управления по энергии равен 40, по амплитуде он равен 16. Функции принадлежности нечетких множеств v_i , $i = 0, 1, \dots, 3$ заданы аналитически:

$$v_0 = \mu_0(f(u)) = \begin{cases} 1, & f(u) \in [0, 10) \\ 40/30 - f(u)/30, & f(u) \in [10, 40) \\ 0, & f(u) \in [40, \infty) \end{cases}$$

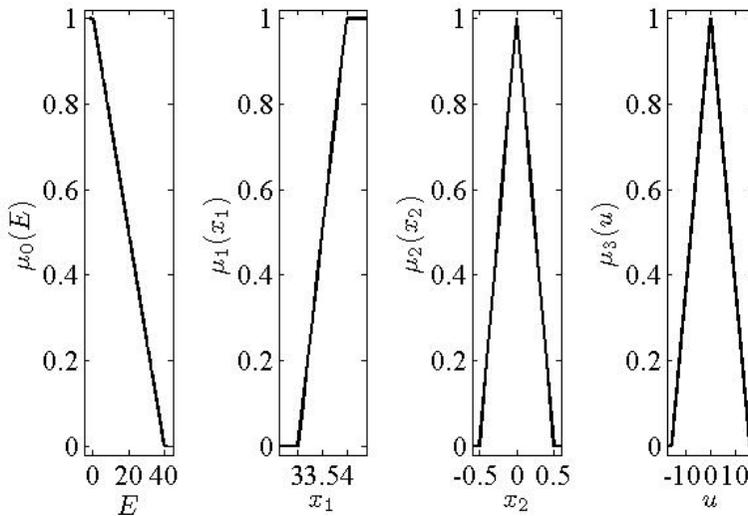
$$v_1 = \mu_1(x_1) = \begin{cases} 0, & x_1 \in (-\infty, 3) \\ -3 + x_1, & x_1 \in [3, 4) \\ 1, & x_1 \in [4, \infty) \end{cases}, \quad v_2 = \mu_2(x_2) = \begin{cases} 1, & |x_2| = 0 \\ 1 - 2|x_2|, & |x_2| \in (0, 0.5) \\ 0, & |x_2| \in [0.5, \infty) \end{cases}$$

$$v_3 = \mu_3(u) = \begin{cases} 1, & |u| = 0 \\ 1 - |u|/16, & |u| \in (0, 16) \\ 0, & |u| \in [16, \infty) \end{cases}$$

На рис. 2 показаны графики этих функций принадлежности.

Нечеткое решение найдем из соотношения (5). Систему правил работы цифрового программного регулятора будем искать в виде

$$\text{«если } t \in [t_i, t_{i+1}) \text{ то } u(t) = u_i \text{»}, \quad i = 1, 2, \dots, k. \quad (7)$$



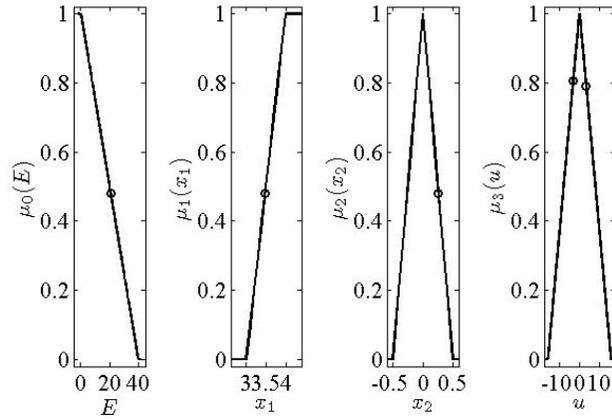
Р и с. 2. Графики функций принадлежности нечетких множеств v_i , $i = 0, 1, \dots, 3$

Пример 1. Для объекта управления с системной матрицей $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (двойной интегратор) и $k = 2$, $t_i = i - 1$ в системе правил (7),

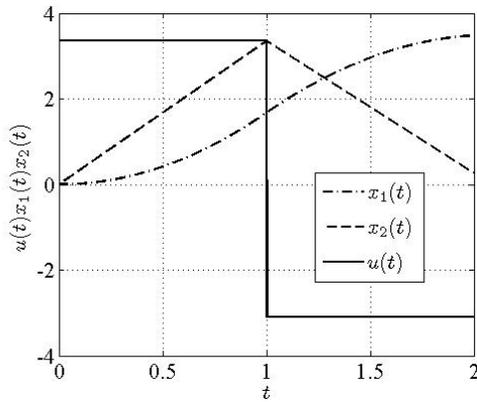
что соответствует двум равным по длительности интервалам постоянства управления, решение имеет следующий вид: $u_1 = 3.3503$, $u_2 = -3.0912$. При этом степень принадлежности решения целям и ограничениям составляет 0.4805. На рис. 3 показаны графики функций принадлежности этого решения, на рис. 4 – графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$.

При $k = 4$, $t_i = (i - 1)/2$ в системе правил работы программного регулятора (7), что соответствует четырем равным по длительности интервалам постоянства управления, решение имеет следующий вид: $u_1 = 4.1157$, $u_2 = 1.4378$, $u_3 = -1.2258$, $u_4 = -3.8836$. Степень принадлежности целям и ограничениям такого решения составляет уже 0.5551. При $k = 8$, $t_i = (i - 1)/4$ и восьми равных интервалах постоянства управления решение имеет следующий вид: $u_1 = 4.5811$, $u_2 = 3.3034$, $u_3 = 2.0249$,

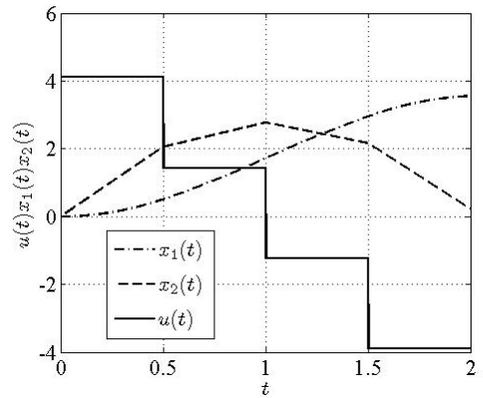
$u_4 = 0.7464$, $u_5 = -0.5322$, $u_6 = -1.8108$, $u_7 = -3.0889$, $u_8 = -4.3665$, а степень принадлежности возрастает до 0.5704. На рис. 5, 6 показаны графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$.



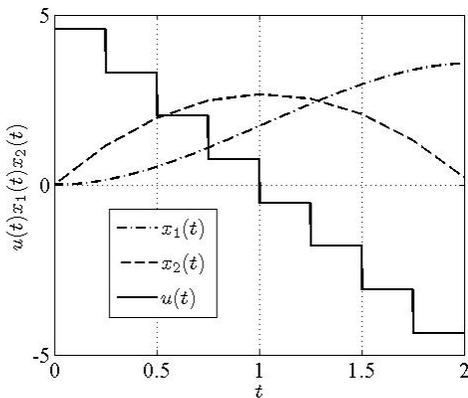
Р и с. 3. Графики функций принадлежности нечетких множеств v_i , $i = 0, 1, \dots, 3$



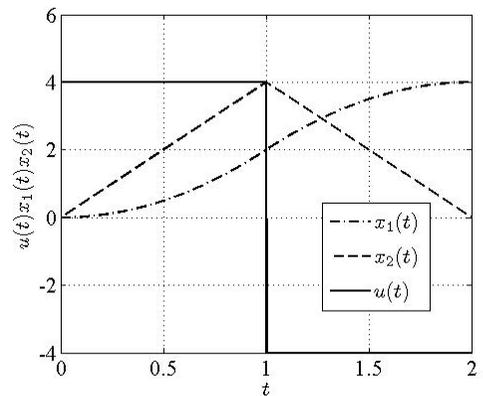
Р и с. 4. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при двух интервалах управления



Р и с. 5. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при четырех интервалах управления



Р и с. 6. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при восьми интервалах управления



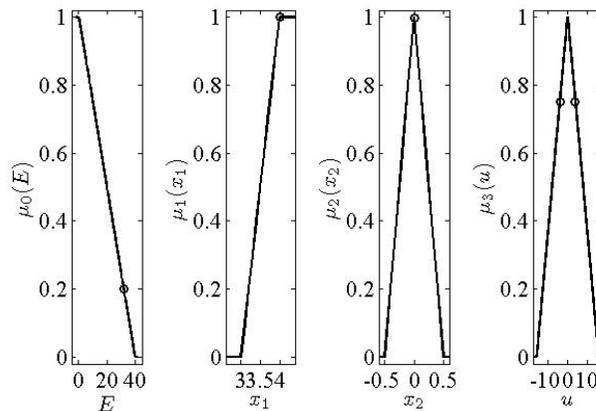
Р и с. 7. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ аperiodического (deadbeat) регулятора

Для сравнения далее (рис. 7, 8) приведены результаты работы аperiodического (deadbeat) регулятора, решающего аналогичную задачу. Степень принадлежности целям и ограничениям такого решения составляет всего 0.2, хотя $v_1 = v_2 = 1$.

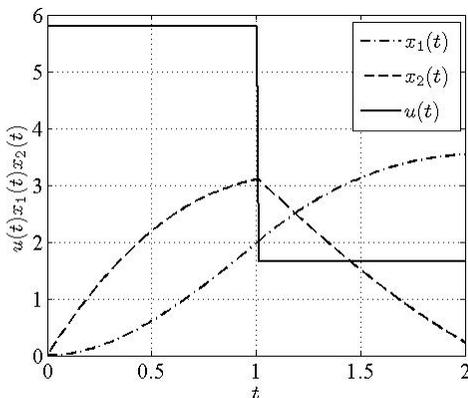
Пример 2. Для объекта управления с системной матрицей $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ (колебательное звено с передаточной функцией

$W(s) = 1/(s^2 + s + 1)$) и двух равных по длительности интервалах постоянства управления решение имеет следующий вид: $u_1 = 5.8041$, $u_2 = 1.6614$. При этом степень принадлежности решения целям и ограничениям составляет 0.5425. При увеличении числа интервалов постоянства управления до четырех степень принадлежности равна 0.5770, а до восьми – уже 0.5850. На рис. 9-11 показаны графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$, соответствующие этим вариантам. На рис. 12 приведены результаты работы аperiodического (deadbeat) регулятора, решающего аналогичную задачу. Степень принадлежности целям и ограничениям такого решения, несмотря на то, что

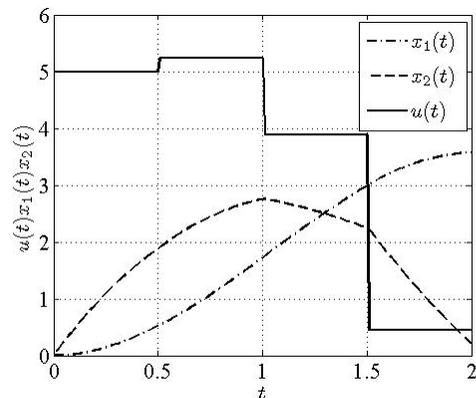
$v_1 = v_2 = 1$, равна нулю, поскольку $E = \int_0^2 u^2(t) dt = 117.5$.



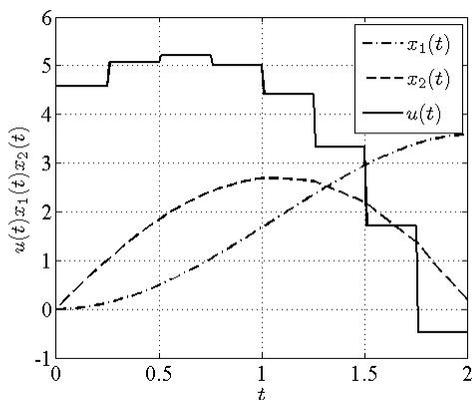
Р и с. 8. Графики функций принадлежности нечетких множеств v_i , $i = 0, 1, \dots, 3$ для аperiodического (deadbeat) регулятора



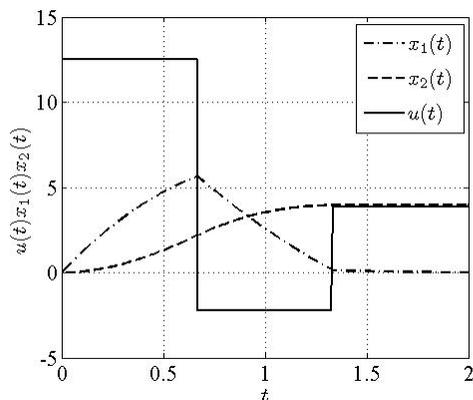
Р и с. 9. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при двух интервалах управления



Р и с. 10. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при четырех интервалах управления



Р и с. 11. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ при восьми интервалах управления



Р и с. 12. Графики функций $x_1(t)$, $x_2(t)$, $u(t)$ аperiodического (deadbeat) регулятора

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Леоненков А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.
2. Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision-making in fuzzy environment // Management Science. – 1970. – Vol. 17. – № 4. – PP. 141-160.
3. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 172-215.
4. Yager R.R., Zadeh L.A. An introduction to fuzzy logic applications in intelligence systems. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1992.
5. Zadeh L.A. Fuzzy sets // Inform Control. – 1965. – № 8. – PP. 338-353.
6. Zimmermann H.J. Fuzzy programming and linear programming with several objective functions // Fuzzy Sets and Systems. – 1978. – Vol. 1. – PP. 45-55.

Статья поступила в редакцию 4 октября 2011 г.

PROBLEM OF REGULATOR SYNTHESIS IN CONTROL WITH FUZZY TARGETS AND CONSTRAINTS

G.N. Rogachev

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

In this paper we propose a method to solve an optimal control problem with fuzzy targets and constraints. The decision as system of rules of a program regulator is estimated by minimax criterion and developed to satisfy the target function and the constraints.

Key words: *optimal synthesis, system of rules of a regulator, control with fuzzy targets and constraints.*