

# Электротехника

УДК 621.316

## ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОАМПЕРНЫХ КОНТАКТНЫХ СИСТЕМ

*А.А. Воронин, А.С. Добросотских, М.П. Кулаков, П.А. Кулаков*

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Проведена оптимизация плоских контактов с учетом размеров цепи токопровода и условий стабильности контактов. Определены условия применимости правила равенства относительных приростов составляющих целевой функции. Найдена оптимальная длина нахлеста как функция тока, размеров контакта, капитальных затрат и эксплуатационных издержек.*

**Ключевые слова:** *разъемные контактные соединения, соединение шин внахлест, оптимальная величина нахлеста.*

Среди разборных контактных соединений наиболее распространенным видом является болтовое соединение. Токоведущие шины в этом случае соединены внахлест. Токораспределение в контактных узлах неравномерно по площади контакта, а переходное сопротивление является нелинейной функцией от длины нахлеста. От геометрических размеров зависят стоимостные показатели шинных конструкций. Срок службы контактных соединений различен. В агрессивных средах он может быть и менее одного года. Для стабилизации переходного сопротивления используются различные токопроводящие смазки с металлическими порошками, а также пластичный электропроводный материал на базе эвтектического сплава Ga-In-Sn [1].

Наиболее распространенным обобщенным критерием выбора оптимального технического проекта является минимум затрат на изготовление и эксплуатацию контактной системы:

$$\min Z = \sum_{T=1}^{T=T_{\text{сл}}} (K^T + I^T) \cdot (1 + q)^{-T} . \quad (1)$$

Здесь  $K^T$  – капитальные вложения в вариант контактной системы в год  $T$ , руб.;  
 $I^T$  – издержки эксплуатации варианта контактной системы в год  $T$ , руб.;  
 $q$  – годовой норматив приведения (дисконтирования);  
 $T_{\text{сл}}$  – срок службы контактной системы.

Разложив капитальные вложения в контактную систему и годовые эксплуатационные издержки на конкретные составляющие и введя ограничения в виде равенств и неравенств, задачу по поиску минимума целевой функции (1) можно сформулировать в виде задачи Куна – Таккера [2]:

---

*Александр Анатольевич Воронин – к.т.н., доцент.*

*Алексей Сергеевич Добросотских – старший преподаватель.*

*Михаил Павлович Кулаков – аспирант.*

*Павел Алексеевич Кулаков – д.т.н., профессор.*

$$\frac{\partial f}{\partial x_j} = \sum_{i=1}^m \lambda_i \frac{\partial g_i}{\partial x_j} + \sum_{k=1}^p V_k \frac{\partial h_k}{\partial x_j} = 0 \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n; \quad (2)$$

$$g_i(\vec{x}) \leq b_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (3)$$

$$\lambda_i (g_i(\vec{x}) - b_i) = 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (4)$$

$$\lambda_i \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (5)$$

$$h_k(\vec{x}) = 0 \quad , \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (6)$$

Здесь уравнения (2) представляют собой функцию Лагранжа, которая равна сумме целевой функции и ограничений в форме равенств, умноженных на некоторые множители, (3)-(6) – ограничения в виде равенств и неравенств.

Эксплуатационные издержки определяются потерями электрической энергии, подсчет которых связан с расчетом токораспределения в шинах и контактном промежутке. Переменным параметром в целевой функции затрат является величина нахлеста контактных соединений. Целевую функцию можно представить в виде затрат отрезка токопровода, передающего электрическую энергию на расстояние  $l_r$  и состоящего из участка шинпровода длиной  $l_{ш}$  и участка с зоной контактирования  $B$ :

$$Z = K(l_{ш}, B) + И(l_{ш}, B). \quad (7)$$

Затраты можно разделить по участкам:

$$Z = Z_{ш}(l_{ш}) + Z_{к}(B) = f(x). \quad (8)$$

При минимизации целевой функции (8) следует учитывать ограничение (6) в виде равенства, получаемое из размерной цепи отрезка шинпровода:

$$h(x) = l_{ш} + B - l_r = 0. \quad (9)$$

Кроме того, возможно наличие ограничений в виде неравенств, следующих, например, из условия достижения предельно допустимых температур различных точек шинпровода:

$$g_i(\vec{x}) \leq b_i. \quad (10)$$

После использования неотрицательных ослабляющих переменных условия (10) переписываются в виде равенств

$$g_i(\vec{x}) + y_i^2 - b_i = 0.$$

Условия вида (10) представляют собой критерии существования рассматриваемого режима передачи электрической энергии, то есть, по существу, критерии устойчивости.

Таким образом, функция Лагранжа для задачи оптимизации шинпровода с контактными узлами имеет вид

$$L = f(\vec{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda [g_i(\vec{x}) + y_i^2 - b_i] + V \cdot h(\vec{x}). \quad (11)$$

Целевая функция (8) обладает свойством аддитивности, то есть представляет собой сумму вкладов различных участков отрезка шинпровода. Кроме того, ограничения в виде равенств (9) являются линейными относительно переменных. В случае если выполняются ограничения (10), то из условия оптимальности (2)-(6) получаются равенства

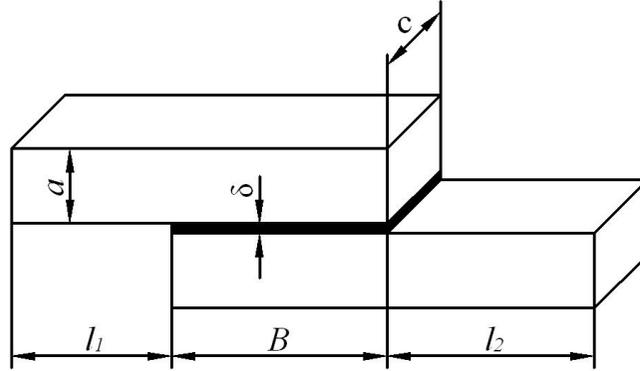
$$\frac{\partial f}{\partial l_{ш}} = \frac{\partial Z_{ш}}{\partial l_{ш}} = -V,$$

$$\frac{\partial f}{\partial B} = \frac{\partial Z_{к}}{\partial B} = -V,$$

или

$$\frac{\partial Z_{\text{ш}}}{\partial l_{\text{ш}}} = \frac{\partial Z_{\text{к}}}{\partial B} = -V. \quad (12)$$

Таким образом, в рассматриваемом случае оптимальная длина нахлеста будет иметь место при равенстве относительных приростов затрат по шинной и контактной составляющим. Этот результат аналогичен правилу относительных приростов расхода топлива при оптимальном распределении нагрузки между агрегатами тепловой электрической станции [3]. На рисунке приведены буквенные обозначения основных размеров болтового соединения внахлест двух шин.



Соединение внахлест двух шин:

$a, c$  – толщина и ширина шины,  $B$  – длина нахлеста,  $\delta$  – толщина жидкометаллической прослойки,  $l_1, l_2$  – длина шины

Рассмотрим определение оптимальной длины контактирования при соединении шин внахлест. Составляющие целевой функции равны

$$Z = Z_{\text{ш}} + Z_{\text{к}} = K_{\text{ш}} + I_{\text{ш}} + K_{\text{к}} + I_{\text{к}}; \quad (13)$$

$$Z_{\text{ш}} = k_{\text{ш}} l_{\text{ш}} a c + I^2 T_{\text{м}} C_{\text{э}} \rho_{\text{ш}} \frac{l_{\text{ш}}}{a c}; \quad (14)$$

$$Z_{\text{к}} = 2k_{\text{ш}} a c B + k_{\text{ж}} c B \delta + I^2 T_{\text{м}} C_{\text{э}} \left[ \frac{\rho_{\text{ш}} B}{2 a c} + \frac{\rho_{\text{ш}} B_0 (2 + (e^{B/B_0} + e^{-B/B_0}))}{a c (e^{B/B_0} - e^{-B/B_0})} \right]; \quad (15)$$

$$B_0 = \sqrt{\frac{a(2R_0 + \rho_{\text{ж}}\delta)}{2\rho_{\text{т}}}},$$

где  $k_{\text{ш}}, k_{\text{ж}}$  – удельная стоимость материала шин и промежуточного жидкометаллического рабочего тела (ЖМРТ);  $B, a, c, \delta$  – размеры контактного узла;  $\rho_{\text{ш}}, \rho_{\text{ж}}$  – удельное сопротивление материала шин и ЖМРТ;  $R_0$  – удельное сопротивление контактного перехода;  $I$  – ток;  $T_{\text{м}}$  – время максимальных потерь;  $C_{\text{э}}$  – стоимость 1 Вт·ч электроэнергии. Зависимость сопротивления контактного узла от длины нахлеста определена по формуле, полученной в [4] при  $r_1 = r_2 = \rho_{\text{т}} / a c$ :

$$R_{\text{к}} = \frac{r_1 r_2 B}{r_1 + r_2} + \frac{B_0 [4r_1 r_2 + (r_1^2 + r_2^2)(e^{B/B_0} + e^{-B/B_0})]}{(r_1 + r_2)(e^{B/B_0} - e^{-B/B_0})}. \quad (16)$$

Здесь  $r_1, r_2$  – сопротивление единицы длины первой и второй шины,  $I$  – ток, протекающий по шинам,  $B$  – длина нахлеста.

Из условия равенства относительных приростов затрат (12) можно получить выражение для определения оптимальной длины нахлеста

$$k_{\tau} a c + \frac{I^2 T_{\text{м}} C_3 \rho_{\tau}}{a c} = 2 k_{\tau} a c + k_{\text{ж}} \delta c + \frac{I^2 T_{\text{м}} C_3 \rho_{\tau}}{2 a c} + \frac{I^2 T_{\text{м}} C_3 \rho_{\tau}}{a c} \cdot \frac{(e^{B^*/B_0} - e^{-B^*/B_0})(e^{B^*/B_0} - e^{-B^*/B_0}) - (e^{B^*/B_0} - e^{-B^*/B_0})(2 + e^{B^*/B_0} - e^{-B^*/B_0})}{(e^{B^*/B_0} - e^{-B^*/B_0})^2},$$

или

$$Q (e^{B^*/B_0} - e^{-B^*/B_0})^2 - 2 e^{B^*/B_0} - 2 e^{-B^*/B_0} - 4 = 0, \quad (17)$$

где  $Q = \frac{k_{\tau} + k_{\text{ж}} \delta / a}{j^2 T_{\text{м}} C_3 \rho_{\tau}}; \quad j = \frac{I}{a c}.$

В случае разложения экспонент в ряд и сохранения первых четырех членов оптимальная длина нахлеста определяется по формуле

$$B^* = 2 B_0 \sqrt{2 Q - 1}. \quad (18)$$

При оставлении первых шести членов из (18) следует

$$\left( \frac{B^*}{B_0} \right)^2 = \frac{-4 Q + 2 + \sqrt{(4 Q - 2)^2 + \frac{32}{6} (8 Q - 1)}}{\frac{1}{3} (8 Q - 1)}. \quad (19)$$

Если сопротивление контакта определяется по выражению (16), то оптимальная длина нахлеста равна

$$B^* = \sqrt{\frac{2}{Q}} B_0 \approx j \sqrt{\frac{(2 R_0 + \rho_{\text{ж}} \delta) T_{\text{м}} C_3 a}{k_{\tau} + k_{\text{ж}} \delta / a}}. \quad (20)$$

Значения оптимальной длины по формулам (18), (19), (20) могут быть взяты в качестве начальных приближений при использовании итерационных методов решения уравнения (17). Для получения значений нахлестов следует провести проверку выполнения дополнительных условий в виде неравенств. Если неравенства не выполняются при значении нахлеста, доставляющем минимум целевой функции, то решением оптимизационной задачи будет граничное значение нахлеста, при котором удовлетворяются условия (10). Рассчитаем величину оптимального нахлеста для медных шин с размерами  $a = 0.01$  м;  $c = 0.1$  м, с нанесенной на площадь контакта смазкой на основе эвтектического сплава Ga-In-Sn. В расчете использованы также следующие данные:  $\rho_{\tau} = 1.6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м;  $\rho_{\text{ж}} = 25.9 \cdot 10^{-8}$  Ом·м;  $R_0 = 10^{-8}$  Ом·м<sup>2</sup>;  $j = 10^6$  А/м<sup>2</sup>;  $T_{\text{м}} = 6000$  ч;  $C_3 = 2 \cdot 10^{-3}$  руб/Вт·ч;  $k_{\tau} = 2.19 \cdot 10^6$  руб/м<sup>3</sup>;  $k_{\text{ж}} = 166.4 \cdot 10^6$  руб/м<sup>3</sup>. Толщина слоя нанесенной смазки варьировалась:  $\delta = 10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-5}$  м. Расчеты по формуле (20) дают следующие значения оптимальной длины нахлеста: 0.014 м и 0.035 м для максимальной и минимальной толщины слоя смазки. Для медных шин того же размера, но без применения смазки расчет дает нахлест в 0.04 м. Таким образом, можно сделать вывод, что рекомендованный в ГОСТе на болтовые соединения нахлест величиной в ширину шины и крепление в четыре или три болта целесообразно заменить на приведенную в расчетах величину нахлеста и крепить шины двумя болтами.

## Выводы

1. Проведена оптимизация плоских контактных соединений с учетом размеров цепи токопровода. Определены условия применимости правила равенства относительных приростов составляющих целевой функции. Найдена оптимальная длина нахлеста как функция тока, размеров контакта, стоимостных характеристик.

2. Показано, что использование смазки на основе эвтектического сплава Ga-In-Sn позволяет существенно уменьшить величину нахлеста шин при их болтовом соединении.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воронин А.А., Добросотских А.С., Кулаков П.А. и др. Повышение надежности разборных контактных соединений // Шестая междунар. конф. «Материалы и покрытия в экстремальных условиях». Тез. докл. – Киев: Ин-т пробл. материаловедения НАН Украины, 2010. – С. 351.
2. Реклейтис Г., Рейвидран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике. – М.: Мир, 1986. – Кн. 1. – 349 с.
3. Филиппова Т.А. Энергетические режимы электрических станций и электроэнергетических систем. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2005. – 300 с.
4. Воронин А.А., Гнеушев А.С., Кулаков П.А. и др. Входные сопротивления распределенных силовых электрических контактов // Электрические контакты и электроды. – Киев: Ин-т пробл. материаловедения НАН Украины, 2006. – С. 126-133.

*Статья поступила в редакцию 12 июля 2011 г.*

## OPTIMIZATION MULTIAMPERE OF CONTACT SYSTEMS

*A.A. Voronin, A.S. Dobrosotskih, M.P. Kulakov, P.A. Kulakov*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The optimization of the planar contacts with consideration of circuit conductor size and the conditions of contacts stability is conducted. The conditions of equality rule applicability of the relative growth rate is the objective function are determined. The optimal length of the overlap as a function of current, the size of the contact, capital costs and operating costs is found.*

**Keywords:** *demountable contact connections, connection of tires lap joint, optimum size of lap joint.*

---

*Alexander A. Voronin – Candidate of Technical Sciences, Associate professor.*

*Aleksey S. Dobrosotskih – Senior Lecture.*

*Mihail P. Kulakov – Postgraduate student.*

*Pavel A. Kulakov – Doctor of Technical Sciences, Professor.*