

АЛГОРИТМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА НОРМИРОВАНИЯ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ХРОНОМЕТРИИ

В.Н. Яшин

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: vlyashin@yandex.ru

Рассмотрены вопросы алгоритмизации процесса нормирования метрологических характеристик технических средств хронометрии. Предложен алгоритм, позволяющий определить количество метрологических характеристик технических средств хронометрии, подлежащих нормированию, и установить соответствующие допуски на них, обеспечивающие сохранение погрешности метрологических характеристик с заданной достоверностью.

Ключевые слова: алгоритм, процесс, метрологические характеристики, технические средства хронометрии, метрологическая надежность.

Процесс нормирования метрологических характеристик (МХ) был и остается одним из самых сложных в теории и практике технических средств хронометрии (ТСХ). Погрешность показаний ТСХ, к которым относят приборы времени, имеющие различную физическую природу функционирования (механическую, электрическую, электронную и т. д.), и ее оценки не остаются постоянными даже в течение времени, сравнимого с интервалом измерения. Поэтому не удается достаточно полно и однозначно описать эту погрешность одной или несколькими характеристиками, как это принято для большинства других средств измерения физических величин, а процессы изменения погрешности в ТСХ относятся к наиболее сложным нестационарным случайным процессам, общая теория которых далека от завершения [1]. Сказанное выше обусловлено спецификой самих ТСХ, поскольку измерению в данном случае подвергается погрешность измерения времени, получаемого с помощью ТСХ. Нормирование МХ ТСХ, т. е. установление на них пределов (допусков), в которых они должны находиться, производится прежде всего для того, чтобы дать потребителю возможность оценивать погрешность путем ее сравнения с заданными в технической документации (например в паспорте на ТСХ) нормированными значениями. Сокращение набора МХ и вариация допусков на них допустимы лишь до тех пор, пока не нарушается основное назначение нормируемых МХ, состоящее в возможности оценивать точность измерений с заданной достоверностью.

В нормативно-технической документации на средства измерения (например ГОСТ 8.009-84) приводятся рекомендуемые нормированные МХ и сформулированы основные требования, которым они должны удовлетворять. Эти требования в основном сводятся к тому, что МХ должны позволять определять погрешность результатов измерений, оценивать интервал, в котором эта погрешность с заданной вероятностью находится, и обеспечивать возможность контроля средств измерений на соответствие нормам. Анализ действующей нормативно-технической документации на ТСХ с учетом перечисленных требований позволяют сделать следующие выводы:

– отсутствует единый научно обоснованный подход к нормированию МХ ТСХ;

– регламентируемые существующей нормативно-технической документацией на ТСХ МХ в большинстве случаев не дают возможности определить пределы изменения погрешности ТСХ с известной доверительной вероятностью.

В данной статье автор предлагает один из подходов к решению проблемы нормирования МХ ТСХ и алгоритм процесса выбора МХ и их нормирования на его основе. Основная задача, которая должна быть теоретически решена при данном подходе, может быть сформулирована следующим образом: первое – количество МХ, подлежащих нормированию, должно быть постоянным числом, или, в зависимости от определенных условий, это число должно изменяться; второе – должно быть обеспечено нормирование МХ с заданной доверительной вероятностью.

В соответствии с ГОСТ 8.009-84 к нормируемым МХ средств измерений (СИ) относят ряд характеристик, среди которых существенное место занимают характеристики погрешностей СИ. К ним относят характеристики систематической составляющей Δ_s и случайной составляющей $\overset{\circ}{\Delta}$ погрешности СИ. Способы нормирования указанных характеристик основываются на установлении пределов математического ожидания $M[\Delta_s]$, среднего квадратического отклонения $G[\Delta_s]$ и $G\left[\overset{\circ}{\Delta}\right]$. Поскольку ТСХ относятся к СИ, то при нормировании МХ ТСХ необходимо придерживаться перечисленных выше способов.

Согласно исследованиям [1], [2] законов эволюции погрешности ТСХ доказано, что она в общем случае представляет собой нестационарный случайный процесс. Плотность распределения вероятностей такого процесса близка к нормальному закону распределения, а математическое ожидание и дисперсия его могут быть представлены в виде

$$M[\Delta t(t)] = \sum_{k=0}^n a_k t^k ; \quad (1)$$

$$D[\Delta t(t)] = \sum_{k=0}^n c_k t^k , \quad (2)$$

где $\Delta t(t)$ – погрешность измерения времени ТСХ, характеризующая процесс накопления погрешности во времени;

a_k , c_k – постоянные коэффициенты соответствующих полиномов.

Выражения (1) и (2) показывают, что для полного описания погрешности показаний ТСХ необходимо располагать значениями всех коэффициентов, и все они должны быть нормированы. Однако определение и нормирование такого большого числа коэффициентов приемлемо только для определенного класса ТСХ (например, высокопрецизионных). Для других классов ТСХ (например, ТСХ массового производства) целесообразно использовать приближенные описания их погрешности, основанные на аппроксимации процесса изменения погрешности другими классами случайных процессов, допускающими приближенную оценку погрешности с помощью ограниченного числа коэффициентов a_k и c_k . Существующие подходы при анализе нестационарных случайных процессов с целью получения требуемой системы числовых оценок, не зависящих от времени, основаны на идентификации этих процессов в рамках некоторых специальных классов нестационарных процессов. Данные специальные классы нестационарных процессов должны достаточно хорошо отражать исследуемые явления и выступать в роли математической статистической

модели исследуемых процессов. Анализ процессов эволюции погрешности некоторых классов ТСХ, например ТСХ массового производства, показал, что среди специальных классов нестационарных процессов им в наибольшей степени изоморфны нестационарные случайные процессы со стационарными приращениями (СПСП).

Таким образом, выражения (1) и (2) для определенных классов ТСХ можно заменить приближенными оценками, основанными на аппроксимации процесса эволюции погрешности процессом вида СПСП. С учетом оговоренных выше условий процесс эволюции погрешности в ТСХ определенного класса может быть записан в виде

$$\Delta t(t) = \sum_{k=0}^n a_k t^k + \overset{\circ}{\xi}(t), \quad (3)$$

где a_k – постоянные коэффициенты полиномиальной модели среднего (тренда);

$\overset{\circ}{\xi}$ – центрированный случайный стационарный процесс.

Учитывая, что математическое ожидание процесса накопления погрешности

$$M[\Delta t(t)] = \sum_{k=0}^n a_k t^k, \text{ можно записать } \Delta t(t) = \Delta M[\Delta t(t)] + \overset{\circ}{\xi}(t).$$

Используя основное свойство СПСП, заключающееся в стационарности характеристик первых, вторых, третьих и n -ых приращений, получим обобщенную математическую модель процесса накопления погрешности в ТСХ

$$\Delta t(t) = \Delta t(t_0) + \sum_{k=0}^{n-1} \{ M[\Delta_k(t_0)] t^k \} + M[\Delta_n] t^n + \overset{\circ}{\xi}(t), \quad (4)$$

где $\Delta t(t_0)$ – начальное значение приращения погрешности измерения;

Δ – приращение погрешности измерения времени.

Полученная обобщенная математическая модель в виде СПСП позволяет в общем виде оценить характер процесса эволюции погрешности в ТСХ и получить частные математические модели путем наложения ограничений (условий стационарности приращений) на модель вида (4).

Приращения погрешностей измерения времени $\Delta(t)$ с помощью ТСХ за достаточно малое время dt определим из соотношений:

$$\Delta_1(t) = \Delta t(t + dt) - \Delta t(t), \quad (5)$$

$$\Delta_2(t) = \Delta t(t + 2dt) - 2\Delta t(t + dt) + \Delta t(t), \quad (6)$$

$$\Delta_3(t) = \Delta t(t + 3dt) - 3\Delta t(t + 2dt) + 3\Delta t(t + dt) - \Delta t(t), \quad (7)$$

.....

$$\Delta_n(t) = \sum_{m=0}^n (-1)^m C_n^m \Delta t(t + ndt - mdt), \quad (8)$$

где $\Delta_1(t)$, $\Delta_2(t)$, $\Delta_3(t)$, ... $\Delta_n(t)$ – первые, вторые, третьи и n -ые приращения погрешности измерения времени;

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} \text{ – биномиальные коэффициенты.}$$

При условии стационарности первых приращений (стационарность в широком смысле), которые могут быть записаны в виде

$$M[\Delta_1(t)] = M[\Delta_1], \quad (9)$$

$$R_{\Delta_1}(t_1, t_2) = R_{\Delta_1}(\tau); \tau = t_2 - t_1, \quad (10)$$

где $M[\Delta_1(t)]$ – математическое ожидание первого приращения погрешности;

$R_{\Delta_1}(t_1, t_2)$ – корреляционная функция первого приращения погрешности,

получим математическое ожидание и дисперсию для первой частной математической модели процесса накопления погрешности

$$M[\Delta t(t)] = M[\Delta t(t_0)] + M[\Delta_1] \cdot ft = a_0 + a_1 t, \quad (11)$$

$$D[\Delta t(t)] = D[\Delta t(t_0)] + D[\Delta_1] \cdot ft = c_0 + c_1 t, \quad (12)$$

где $a_0 = M[\Delta t(t_0)]$ – математическое ожидание начального значения погрешности измерения времени;

$$a_1 = M[\Delta_1] f;$$

f – номинальная частота осциллятора ТСХ, определяющая дискретность отсчетов времени;

$c_0 = D[\Delta t(t_0)]$ – начальное значение дисперсии погрешности измерения времени;

$$c_1 = D[\Delta_1] f.$$

Таким образом, процесс эволюции погрешности при стационарности первых приращений будет определяться коэффициентами a_0, a_1, c_0, c_1 , которые и могут быть приняты в качестве МХ. Коэффициенты a_0 и c_0 представляют собой аддитивные составляющие соответственно математического ожидания и дисперсии процесса эволюции погрешности и не изменяются во времени. На практике этими коэффициентами можно пренебречь. Для практической оценки коэффициентов a_1 и c_1 можно воспользоваться следующими выражениями:

$$\hat{a}_1 = \frac{f}{m^*} \sum_{i=1}^{m^*} \Delta_i;$$

$$\hat{c}_1 = \frac{f}{m^* - 1} \sum_{i=1}^{m^*} (\Delta_i - M[\Delta_1])^2,$$

где m^* – число измерений первых приращений погрешности.

При условии стационарности вторых приращений, которые могут быть записаны в виде

$$M[\Delta_2(t)] = M[\Delta_2]; \quad (13)$$

$$R_{\Delta_2}(t_1, t_2) = R_{\Delta_2}(\tau); \tau = t_2 - t_1, \quad (14)$$

получим математическое ожидание и дисперсию для второй частной математической модели процесса накопления погрешности:

$$M[\Delta t(t)] = M[\Delta t(t_0)] + \frac{1}{2} M[\Delta_2] \cdot ft + \frac{1}{2} M[\Delta_2] \cdot f^2 t^2 = a_0 + a_1 t + a_2 t^2, \quad (15)$$

$$D[\Delta t(t)] = D[\Delta t(t_0)] + \frac{1}{6} D[\Delta_2] \cdot ft + \frac{1}{2} D[\Delta_2] \cdot f^2 t^2 + \frac{1}{3} D[\Delta_2] \cdot f^3 t^3 = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + c_3 t^3, \quad (16)$$

где $a_1 = \frac{1}{2} M[\Delta_2] f$; $a_2 = \frac{1}{2} M[\Delta_2] f^2$; $c_1 = \frac{1}{6} D[\Delta_2] f$; $c_2 = \frac{1}{2} D[\Delta_2] f^2$;

$$c_3 = \frac{1}{3} D[\Delta_2] f^3.$$

Процесс эволюции погрешности при стационарности вторых приращений будет определяться коэффициентами $a_0, a_1, a_2, c_0, c_1, c_2, c_3$, которые и могут быть приняты в качестве МХ.

При условии стационарности третьих приращений, которые могут быть записаны в виде

$$M[\Delta_3(t)] = M[\Delta_3]; \quad (17)$$

$$R_{\Delta_3}(t_1, t_2) = R_{\Delta_3}(\tau); \tau = t_2 - t_1, \quad (18)$$

получим математическое ожидание и дисперсию для третьей частной математической модели процесса накопления погрешности:

$$M[\Delta t(t)] = M[\Delta t(t_0)] - \frac{1}{6}M[\Delta_3]ft + \frac{1}{6}M[\Delta_3]f^3t^3 = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3, \quad (19)$$

$$D[\Delta t(t)] = D[\Delta t(t_0)] + \frac{1}{30}D[\Delta_3]ft + \frac{1}{4}D[\Delta_3]f^2t^2 - \frac{21}{36}D[\Delta_3]f^3t^3 + \frac{1}{2}D[\Delta_3]f^4t^4 + \frac{1}{20}D[\Delta_3]f^5t^5 = c_0 + c_1t + c_2t^2 + c_3t^3 + c_4t^4 + c_5t^5, \quad (20)$$

где $a_1 = \frac{1}{6}M[\Delta_3]f$; $a_2 = 0$; $a_3 = \frac{1}{6}M[\Delta_3]f^3$; $c_1 = \frac{1}{30}D[\Delta_3]f$; $c_2 = \frac{1}{4}D[\Delta_3]f^2$;

$$c_3 = \frac{21}{36}D[\Delta_3]f^3; c_4 = \frac{1}{2}D[\Delta_3]f^4; c_5 = \frac{1}{20}D[\Delta_3]f^5.$$

Процесс эволюции погрешности при стационарности третьих приращений будет определяться коэффициентами $a_0, a_1, a_2, a_3, c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5$, которые и могут быть приняты в качестве МХ.

На основании вышеизложенного алгоритм решения первой части поставленной задачи сводится к следующему:

- на основе предварительной статистической обработки (проверки на адекватность) репрезентативной группы приборов времени из партии ТСХ с учетом дестабилизирующих факторов внешней среды выбирается конкретная математическая модель процесса эволюции погрешности и соответствующие коэффициенты модели;

- вычисляются оценки полученных коэффициентов частных математических моделей, которые описывают процесс эволюции погрешности ТСХ и могут быть приняты в качестве МХ, подлежащих измерению (контролю);

- определяется количество МХ, подлежащих нормированию, которое не является постоянным числом, а изменяется в зависимости от принятой модели процесса эволюции погрешности ТСХ.

Полученные наборы МХ, соответствующие определенной математической модели процесса эволюции погрешности в ТСХ, удовлетворяют основным требованиям ГОСТ 8.009-84, так как, с одной стороны, их можно определять статистическими методами, а с другой стороны, они количественно характеризуют погрешность измерения времени ТСХ и являются в настоящее время экономически наиболее рациональными. Кроме того, согласно основным требованиям по нормированию, полученные МХ должны подлежать нормированию путем задания соответствующих допустимых пределов как на систематическую составляющую погрешности, так и на случайную, т. е.

$$M[\Delta t(t)] \leq M[\Delta(t)]_{\text{дон}}; \quad (21)$$

$$D[\Delta t(t)] \leq D[\Delta(t)]_{\text{дон}}. \quad (22)$$

В качестве норм (допусков), как правило, выбирают значения, соответствующие определенному классу точности измерительного прибора (устройства). Однако при этом не всегда указывается доверительная вероятность сохранения погрешности в заданных пределах.

Для решения второй части поставленной задачи автором предлагается подход, при котором соответствующие нормы на МХ могут быть получены исходя из определенных критериев, гарантирующих нахождение МХ в заданных нормах. В качестве такого критерия был выбран критерий работоспособности ТСХ – показатель достоверности, т. е.

$$D = P\{|\Delta(t)| \leq \Delta_{\text{дон}}\}_{t \in \tau_*}, \quad (23)$$

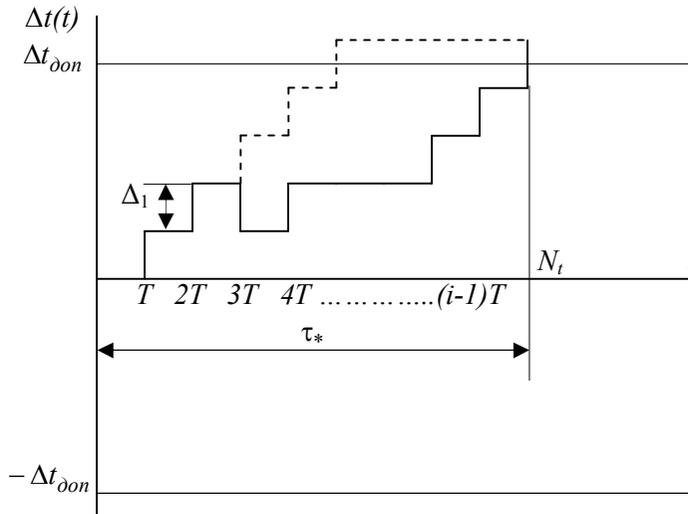
где P – вероятность метрологического отказа;

$\Delta(t)$ – погрешность измерения времени, характеризующая процесс накопления погрешности во времени;

$\Delta_{\text{дон}}$ – область допусков;

τ_* – интервал времени измерения.

Аналізу метрологической надежности посвящен ряд работ [1], [2], в которых были сформулированы основные подходы к решению задачи определения количественного показателя метрологической надежности – показателя достоверности. На рис. 1 приведены возможные (ограничимся двумя реализациями) траектории накопления (эволюции) погрешности для модели с дискретным отсчетом. Пересечение траекториями границ $\pm \Delta_{\text{дон}}$ идентифицируется как метрологический отказ.



Р и с. 1. Траектории накопления погрешности ТСХ с дискретным отсчетом

Показатель достоверности при этом может быть определен из соотношения

$$D = 1 - (P^- + P^+), \quad (24)$$

где P^-, P^+ – вероятности достижения или превышения погрешностью соответственно верхней и нижней границ поля допуска за время τ_* .

Полные вероятности метрологических отказов P^- и P^+ можно представить в виде сумм

$$P^- = \sum_{h=1}^{N_t} U_{x_0,h}, \quad P^+ = \sum_{h=1}^{N_t} V_{x_0,h}, \quad (25)$$

где $U_{x_0,h}$ и $V_{x_0,h}$ – вероятности достижения на h -м шаге соответственно нижней и верхней границ поля допуска.

Вероятности $U_{x_0,h}$ и $V_{x_0,h}$ могут быть определены из разностных уравнений двух переменных x_0 и h вида

$$U_{x_0,h+1} = P_+ U_{x_0+1,h} + P_- U_{x_0-1,h}; \quad (26)$$

$$V_{k_1-x_0,h+1} = P_+ U_{k_1-x_0-1,h} + P_- U_{k_1-x_0+1,h}, \quad (27)$$

где $k_1 = \frac{2(\Delta t_{\text{дон}})}{\Delta_1}$ – величина поля допуска, выраженная в приращениях величины Δ_1 ;

$x_0 = \frac{(\Delta t_0)}{\Delta_1}$ – начальное значение погрешности, выраженное в приращениях величины Δ_1 ;

величины Δ_1 ;

P_+ – вероятность приращения «положительной» погрешности на величину Δ_1 ;

P_- – вероятность приращения «отрицательной» погрешности на величину Δ_1 .

Используя метод производящей функции [1] и представляя ее в виде

$$V_{x_0}(\varphi) = \sum_{h=0}^{\infty} U_{x_0,h} \varphi^h, \quad (28)$$

получим для показателя достоверности следующее выражение:

$$D = 1 - \frac{2}{k_1} \sqrt{P_+ P_-} \left[\left(\frac{P_+}{P_-} \right)^{\frac{k_1}{4}} + \left(\frac{P_-}{P_+} \right)^{\frac{k_1}{4}} \right] \sum_{i=1}^{k_1-1} \frac{1 - (2\sqrt{P_+ P_-} \cos \frac{\pi i}{k_1})^{N_t}}{1 - 2\sqrt{P_+ P_-} \cos \frac{\pi i}{k_1}} \sin \frac{\pi i}{k_1} \sin \frac{\pi i}{2}, \quad (29)$$

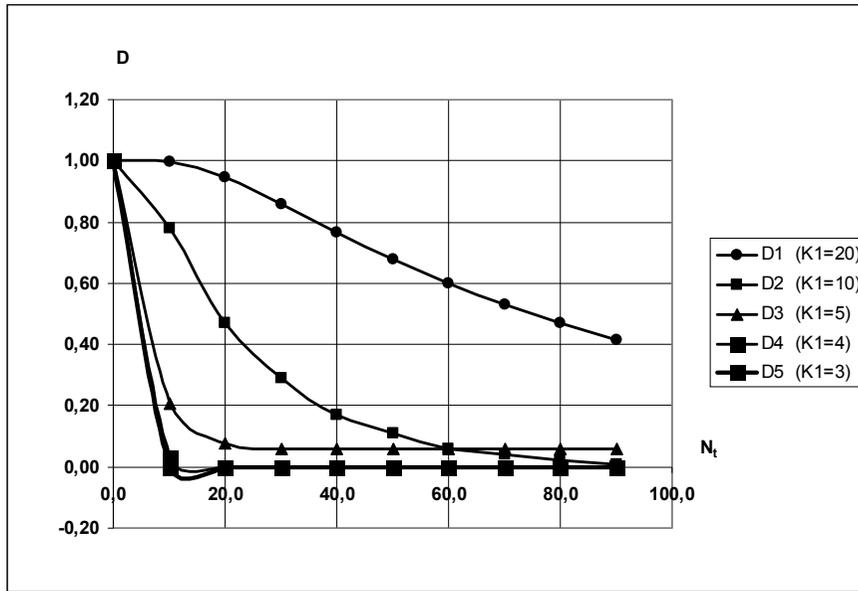
где $N_t = \tau * f$ – интервал сохранения накопленной погрешности в пределах поля допуска $\pm \Delta t_{\text{дон}}$, выраженный через параметр f .

Выражение (29) представляет собой сложную математическую зависимость, в которой показатель достоверности D будет зависеть от четырех переменных:

$$D = f(P_+, P_-, k_1, N_t).$$

Анализ зависимостей показал (рис. 2), что показатель метрологической надежности зависит от k_1 и N_t и соотношения вероятностей P_+ и P_- . С увеличением N_t показатель достоверности убывает по нелинейному закону, а с возрастанием k_1 увеличивается.

Таким образом, задаваясь значениями D , N_t , P_+ , P_- , можно определить величину k_1 и, соответственно, границы $\pm \Delta t_{\text{дон}}$, обеспечивающие заданную доверительную вероятность, т. е. $\Delta t_{\text{дон}} = \frac{k_1 \Delta_1}{2}$.



Р и с. 2. Графики зависимостей $D=f(N_i)$ при $P_+ = P_- = 0,5$

Исходя из полученного значения величины Δt_{don} можно определить соответствующие границы на МХ.

Для линейной модели эволюции погрешности значения $M[\Delta(t)]_{don}$ и $D[\Delta t(t)]_{don}$ можно определить из соотношений:

$$M[\Delta(t)]_{don} = M\left[\frac{k_1}{2} \Delta_1\right] = \frac{k_1}{2} M[\Delta_1] = \frac{k_1}{2} a_1; \quad (30)$$

$$D[\Delta t(t)]_{don} = D\left[\frac{k_1}{2} \Delta_1\right] = \frac{k_1^2}{4} D[\Delta_1] = \frac{k_1^2}{4} c_1. \quad (31)$$

Аналогично можно найти значения $M[\Delta(t)]_{don}$ и $D[\Delta t(t)]_{don}$ и для других моделей эволюции погрешности. Так, для модели, представленной выражениями (15) и (16), получим:

$$M[\Delta(t)]_{don} = M\left[\frac{k_2}{2} \Delta_2\right] = \frac{k_2}{2} M[\Delta_2] = \frac{k_2}{f} a_1 = \frac{k_2}{f^2} a_2; \quad (32)$$

$$D[\Delta t(t)]_{don} = D\left[\frac{k_2}{2} \Delta_2\right] = \frac{k_2^2}{4} D[\Delta_2] = \frac{k_2^2}{4f} 6c_1 = \frac{3k_2^2}{2f} c_1, \quad (33)$$

где $k_2 = \frac{2(\Delta t_{don})}{\Delta_2}$ – величина поля допуска, выраженная в приращениях величины Δ_2 .

Для модели эволюции погрешности, представленной выражениями (19) и (20), значения $M[\Delta(t)]_{don}$ и $D[\Delta t(t)]_{don}$ найдем из выражений:

$$M[\Delta(t)]_{don} = M\left[\frac{k_3}{2} \Delta_3\right] = \frac{k_3}{2} M[\Delta_3] = \frac{k_3}{2f} 6a_1 = \frac{3k_3}{2f} a_1, \quad (34)$$

$$D[\Delta t(t)]_{\text{don}} = D\left[\frac{k_3}{2}\Delta_3\right] = \frac{k_3^2}{4}D[\Delta_3] = \frac{k_3^2}{4f}30c_1 = \frac{15k_3^2}{2f}c_1, \quad (35)$$

где $k_3 = \frac{2(\Delta t_{\text{don}})}{\Delta_3}$ – величина поля допуска, выраженная в приращениях величины Δ_3 .

Таким образом, полученные алгоритмы позволяют определить количество МХ, подлежащих нормированию, и согласно выражениям (30), (31), (32), (33), (34) и (35) установить соответствующие допуски на них, обеспечивающие сохранение погрешности МХ с заданной доверительной вероятностью.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Шполянский В.А.* Хронометрические системы. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1980. – 584 с.
2. *Яшин В.Н.* Адаптивный алгоритм сжатия измерительной информации механических хронометрических систем // Вестн. Самар. тех. ун-та. Сер. Технические науки. 2005. Вып. 33. – С. 283-285.

Статья поступила в редакцию 14 сентября 2011 г.

ALGORITHMIZATION OF NORMALIZATION PROCESS FOR METROLOGICAL CHARACTERISTICS OF TECHNICAL MEANS OF TIMEKEEPING

V.N. Yashin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The problems of algorithmization of normalization process for metrological characteristics of technical means of timekeeping are discussed in this article. An algorithm is presented. The algorithm allows to determine the number of metrological characteristics of technical means of timekeeping to be normalized and to establish appropriate allowances for them to ensure saving of metrological characteristics error settings on a given confidence probability level.

Keywords: *algorithm, process, metrological characteristics, technical means of timekeeping, metrological reliability.*