

## ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АСИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ АППАРАТОВ ВОЗДУШНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ МАСЛА

*В.А. Кузнецов<sup>1</sup>, А.В. Мигачев<sup>1</sup>, А.В. Стариков<sup>1</sup>, А.Р. Титов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

<sup>2</sup> ДООАО «Центрэнергогаз»

*Рассмотрена математическая модель асинхронного электродвигателя с учетом особенностей аппаратов воздушного охлаждения масла для двух различных законов регулирования напряжения. Найдены передаточные функции двигателя на различных пределах диапазона регулирования скорости посредством идентификации соответствующих переходных процессов. Проанализировано изменение инерционности асинхронного электродвигателя в зависимости от частоты и закона регулирования питающего напряжения.*

**Ключевые слова:** математическая модель, асинхронный электродвигатель, аппарат воздушного охлаждения масла, передаточная функция, идентификация.

Особенностью построения систем управления аппаратов воздушного охлаждения (АВО) масла, применяемых на газоперекачивающих станциях, является тот факт, что от одного частотного преобразователя, как правило, управляют скоростью нескольких асинхронных электродвигателей. В этом случае невозможно использовать системы векторного управления [1] и соответствующие им известные математические модели асинхронного электродвигателя. Наиболее точно отражают процессы, протекающие в двигателе, модели, разработанные для различных видов совместного регулирования амплитуды  $U_1$  и частоты  $f_1$  напряжения, подводимого к статору [2, 3]. В соответствии с этими моделями движение асинхронного электродвигателя при частотном управлении описывается системой уравнений [2]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi_{1X}}{dt} &= U_{1X} - \frac{R_1 L_2'}{\Delta} \psi_{1X} + \frac{R_1 L_0}{\Delta} \psi_{2X} + \omega_0 \psi_{1Y}; \\ \frac{d\psi_{1Y}}{dt} &= U_{1Y} - \frac{R_1 L_2'}{\Delta} \psi_{1Y} + \frac{R_1 L_0}{\Delta} \psi_{2Y} - \omega_0 \psi_{1X}; \\ \frac{d\psi_{2X}}{dt} &= -\frac{R_2' L_1}{\Delta} \psi_{2X} + \frac{R_2' L_0}{\Delta} \psi_{1X} + (\omega_0 - \omega) \psi_{2Y}; \\ \frac{d\psi_{2Y}}{dt} &= -\frac{R_2' L_1}{\Delta} \psi_{2Y} + \frac{R_2' L_0}{\Delta} \psi_{1Y} - (\omega_0 - \omega) \psi_{2X}; \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{m_1 Z_n L_0}{2J\Delta} (\psi_{1Y} \psi_{2X} - \psi_{1X} \psi_{2Y}) - \frac{1}{J} M_c \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Валерий Александрович Кузнецов – к.т.н., доцент.

Алексей Викторович Мигачев – аспирант.

Александр Владимирович Стариков – к.т.н., докторант.

Андрей Римович Титов – зам. генерального директора.

где  $\psi_{1X}$  и  $\psi_{1Y}$  – проекции вектора потокосцепления статора в ортогональной системе координат  $0xu$ , вращающейся со скоростью магнитного поля;

$U_{1X}$  и  $U_{1Y}$  – проекции изображающего вектора напряжения в той же системе координат;

$\psi_{2X}$  и  $\psi_{2Y}$  – соответствующие проекции вектора потокосцепления ротора;

$L_1$  и  $R_1$  – индуктивность и активное сопротивление цепи статора;

$L_2'$  и  $R_2'$  – приведенные индуктивность и активное сопротивление цепи ротора;

$L_0$  – взаимная индуктивность;

$\omega_0$  – угловая скорость вращения магнитного поля;

$\omega$  – угловая частота вращения ротора;

$J$  – приведенный момент инерции ротора;

$m_1$  – число фаз электродвигателя;

$Z_n$  – число пар полюсов;

$M_c$  – момент сопротивления на валу электродвигателя;

$$\Delta = L_1 L_2' - L_0^2.$$

При управлении скоростью асинхронного электродвигателя с помощью частотного преобразователя используют различные законы совместного регулирования амплитудой  $U_1$  и частотой  $f_1$  напряжения. Наиболее распространенным является линейный закон изменения напряжения в функции частоты [2]. Располагая вращающуюся систему координат  $0xu$  так, что проекции вектора напряжения на оси  $x$  и  $y$  равны между собой, можно записать зависимость между напряжением и частотой при линейном законе регулирования следующим образом:

$$U_{1X} = U_{1Y} = k_{U1} f_1 + U_{np}, \quad (2)$$

где  $k_{U1}$  – коэффициент пропорциональности,  $U_{np}$  – начальное превышение напряжения, необходимое, например, для компенсации падения напряжения на активном сопротивлении статора.

Скорость  $\omega_0$  вращения магнитного поля асинхронного электродвигателя связана частотой  $f_1$  питающего напряжения соотношением

$$\omega_0 = \frac{2\pi f_1}{Z_n}. \quad (3)$$

При составлении математической модели АВО масла необходимо учесть, что в этом случае асинхронный электродвигатель имеет вентиляторную нагрузку. Для такого типа нагрузки в частотном преобразователе можно применять вместо линейного квадратичный закон изменения амплитуды напряжения  $U_1$  в функции частоты  $f_1$

$$U_{1X} = U_{1Y} = k_{U2} f_1^2 + U_{np}, \quad (4)$$

где  $k_{U2}$  – коэффициент параболы.

Такой способ регулирования напряжения в функции частоты необходим для минимизации потерь в обмотках электродвигателя и обеспечения наибольшей экономии электрической энергии при частотном управлении и наличии

вентиляторной нагрузки.

В математической модели двигателя за входную координату принята частота  $f_1$  питающего напряжения. Основным возмущающим воздействием является момент  $M_c$  сил сопротивления, а выходной координатой – скорость  $\omega$  вращения ротора электродвигателя.

Анализ системы уравнений (1) показывает, что асинхронный электродвигатель в системе частотного управления представляет собой нелинейный объект. Последнее обстоятельство объясняется наличием операций умножения переменных.

При синтезе системы управления АВО масла необходимо иметь линеаризованное представление асинхронного электродвигателя. Поэтому найдем линейную математическую модель двигателя и проанализируем влияние закона регулирования напряжения и величины управляющего воздействия  $f_1$  на инерционность объекта управления.

Математическую модель асинхронного электродвигателя на разных пределах диапазона регулирования будем искать в виде линейного дифференциального уравнения второго порядка

$$a_0 \frac{d^2 \omega}{dt^2} + a_1 \frac{d\omega}{dt} + \omega = k_{\text{дв}} f_1 \quad \text{или} \quad a_0 p^2 \omega + a_1 p \omega + \omega = k_{\text{дв}} f_1,$$

где  $p$  – оператор дифференцирования.

Коэффициенты  $a_0$ ,  $a_1$  и  $k_{\text{дв}}$  могут быть определены методом моделирования нелинейных систем уравнений (1), (2), (3) или (1), (3), (4) в программной среде Matlab Simulink с последующей идентификацией переходных процессов при разных начальных значениях  $f_{10}$  частоты.

Идентификацию асинхронного электродвигателя АВО масла проведем для конкретной установки газоперекачивающего агрегата ГПА-Ц-16, применяемого на Ново-Ивдельской компрессорной станции.

В состав рассматриваемого АВО масла входит асинхронный электродвигатель 2В112М4У25 со следующими техническими характеристиками: номинальная мощность  $P_n = 5,5$  кВт; номинальное линейное напряжение  $U_n = 380$  В; момент инерции ротора  $J_\delta = 0,017$  кгм<sup>2</sup>;  $Z_p = 2$ ;  $R_1 = 1,2096$  Ом;  $L_1 = 0,1778$  Гн;  $R_2' = 0,7959$  Ом;  $L_2' = 0,1811$  Гн;  $L_0 = 0,1731$  Гн.

Отличительной особенностью работы асинхронного электродвигателя в АВО масла является также то, что момент инерции рабочего колеса вентилятора во много раз превосходит аналогичный параметр ротора двигателя. Например, колесо ГАЦ-0,8-6 обладает моментом инерции  $J_g = 1,28$  кгм<sup>2</sup>. Это приводит к значительному увеличению приведенного момента инерции ротора электродвигателя, для рассматриваемого случая  $J = 1,297$  кгм<sup>2</sup>.

Моделирование уравнений (1), (2) и (3) для электродвигателя 2В112М4У25 при линейном законе регулирования напряжения позволяет получить график переходного процесса «в малом» для начальной частоты  $f_{10} = 50$  Гц (рис. 1). Идентификацию передаточной функции двигателя будем производить методом нахождения из

графика переходного процесса текущих значений скорости  $\omega$ , ее производных  $\frac{d\omega}{dt}$  и

$\frac{d^2\omega}{dt^2}$  и определения коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  из решения системы уравнений [4]

$$\left. \begin{aligned} a_0 \frac{d^2 \omega}{dt^2}(t_1) + a_1 \frac{d\omega}{dt}(t_1) + \omega(t_1) &= \omega(\infty) \\ a_0 \frac{d^2 \omega}{dt^2}(t_2) + a_1 \frac{d\omega}{dt}(t_2) + \omega(t_2) &= \omega(\infty) \end{aligned} \right\},$$

где  $t_1$  и  $t_2$  – два значения времени,  $\omega(\infty)$  – установившееся значение скорости электродвигателя.

Коэффициент передачи двигателя по управляющему воздействию рассчитывается из соотношения

$$k_{\text{дв}} = \frac{\omega(\infty) - \omega_{00}}{\Delta f_1},$$

где  $\omega_{00}$  – начальное значение скорости,  $\Delta f_1$  – заданное малое приращение задающего воздействия.

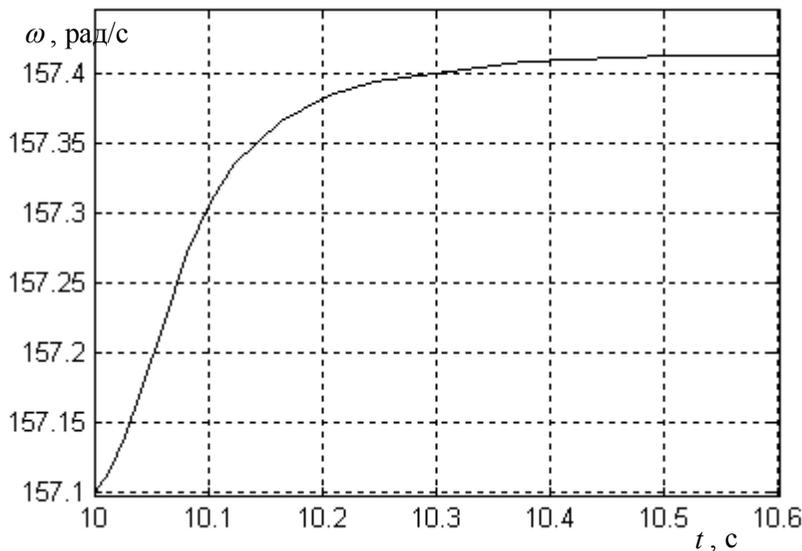


Рис. 1. График переходного процесса «в малом» в асинхронном электродвигателе 2В112М4У25 при линейном законе,  $f_{10} = 50$  Гц

Значения скорости  $\omega$  и ее производных  $\frac{d\omega}{dt}$  и  $\frac{d^2\omega}{dt^2}$  для различных моментов времени, полученные из графика (рис. 1), сведены в табл. 1

Время переходного процесса (время входа 2% зону) в этом случае составляет  $t_{\text{нп}} = 0,368$  с, перегулирование  $\sigma = 0\%$ . Из решения системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} -24,5a_0 + 1,655a_1 &= 0,1093; \\ -4,75a_0 + 0,715a_1 &= 0,0581, \end{aligned} \right\}$$

составленной для двух значений времени:  $t_1 = 0,1$  с и  $t_{12} = 0,15$  с, следует, что  $a_0 = 0,0018647$  с<sup>2</sup>,  $a_1 = 0,093647$  с. Коэффициент передачи объекта управления определяется следующим образом:

$$k_{oy} = \frac{\omega(\infty) - \omega_{00}}{\Delta f_1} = \frac{157,4142 - 157,1}{0,1} = 3,142 \text{ рад.} \quad (5)$$

Отсюда вытекает, что передаточную функцию асинхронного двигателя рассматриваемого АВО масла на частоте 50 Гц при линейном законе регулирования напряжения можно аппроксимировать динамическим звеном

$$W_{oy}(p) = \frac{k_{oy}}{a_0 p^2 + a_1 p + 1} = \frac{3,142}{0,001865 p^2 + 0,093647 p + 1}. \quad (6)$$

Таблица 1

**Исходные данные для идентификации математической модели электродвигателя 2В112М4У25 на частоте 50 Гц при линейном законе регулирования напряжения**

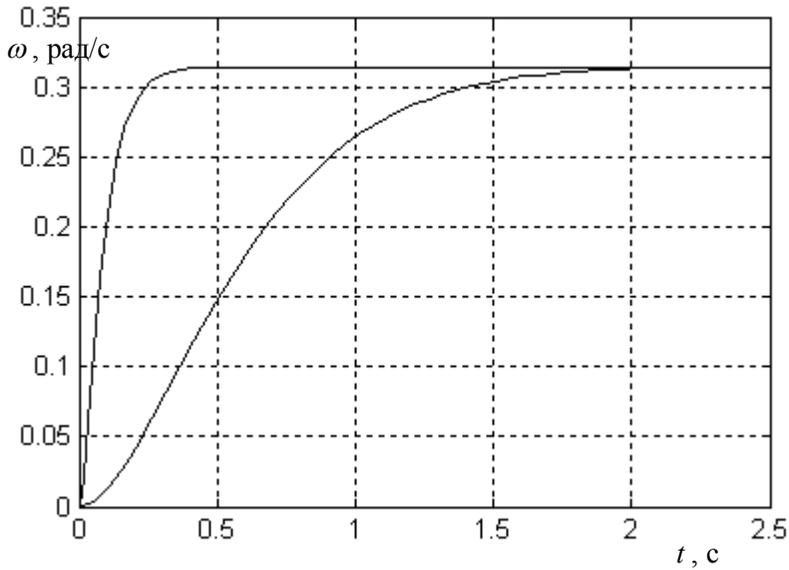
$t, \text{с}$	$\omega, \text{рад/с}$	$\frac{d\omega}{dt}, \text{рад/с}^2$	$\frac{d^2\omega}{dt^2}, \text{рад/с}^3$	$\omega_{an}, \text{рад/с}$	$\Delta\omega = \omega_{an} - \omega, \text{рад/с}$	$\frac{\Delta\omega}{\omega} \times 100\%$
0	0	0	0	0	0	0
0,01	0,0111	–	–	0,0095	-0,0016	-0,51
0,02	0,0273	1,825	–	0,025	-0,0023	-0,73
0,03	0,0476	2,19	29,25	0,0477	0,0001	0,03
0,04	0,0711	2,41	14,5	0,0719	0,0008	0,25
0,05	0,0958	2,48	-0,25	0,097	0,0012	0,38
0,06	0,1207	2,405	-8,25	0,121	0,0003	0,1
0,07	0,1439	2,315	-14,25	0,1438	-0,0001	-0,03
0,08	0,167	2,12	-21,25	0,165	-0,002	-0,64
0,09	0,1863	1,89	-23,5	0,1835	-0,0028	-0,89
0,1	0,2049	1,655	-24,5	0,2008	-0,004	-1,27
0,11	0,2193	1,395	-26,5	0,2157	-0,0036	-1,15
0,12	0,2327	1,12	-29	0,2288	-0,0039	-1,24
0,13	0,2417	0,815	-19,75	0,2408	-0,0009	-0,27
0,14	0,249	0,725	-4,75	0,2505	0,0015	0,48
0,15	0,2561	0,715	-4,75	0,2594	0,0032	1,02

Моделирование передаточной функции (6) показывает хорошее совпадение с исходным графиком переходного процесса (рис. 2, кривая 1). Значения скорости  $\omega_{an}$  с графика, представленного на рис. 2, и полученная погрешность также представлены в табл. 1.

Аналогичным образом получены значения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$  и  $k_{oy}$ . Передаточная функция двигателя 2В112М4У25 на частоте 1 Гц при линейном законе регулирования напряжения

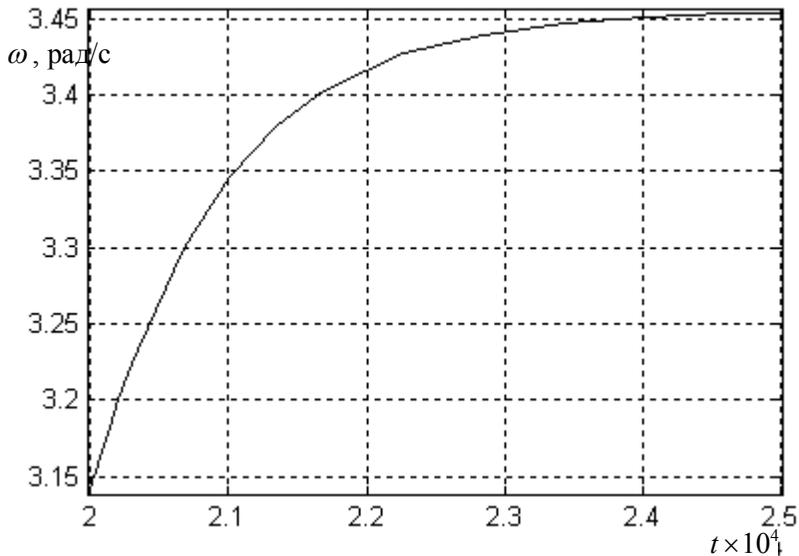
$$W_{oy}(p) = \frac{k_{oy}}{a_0 p^2 + a_1 p + 1} = \frac{3,142}{0,108444 p^2 + 0,609259 p + 1}. \quad (7)$$

По передаточной функции (7) также построен график переходного процесса (рис. 2, кривая 2). Время переходного процесса равно  $t_m = 1,639$  с, перерегулирование –  $\sigma = 0,04\%$ . Быстродействие электродвигателя, если судить по времени переходного процесса, при изменении входного воздействия в 50 раз уменьшилось приблизительно в 4 раза.



Р и с . 2 . Графики переходных процессов, построенных по результатам идентификации при линейном законе: кривая 1 –  $f_{10} = 50$  Гц; кривая 2 –  $f_{10} = 1$  Гц

Моделирование уравнений (1), (3) и (4) позволяет исследовать динамические свойства электродвигателя 2В112М4У25 при квадратичном законе регулирования напряжения. График переходного процесса «в малом» для начальной частоты  $f_{10} = 1$  Гц (рис. 3) показывает, что инерционность двигателя существенно увеличилась и время вхождения в 2% зону составило  $t_m = 3535$  с.



Р и с . 3 . График переходного процесса «в малом» в асинхронном электродвигателе 2В112М4У25 при квадратичном законе,  $f_{10} = 1$  Гц

Применяя тот же метод идентификации графика переходного процесса, приведенного на рис. 3, получим передаточную функцию двигателя при квадратичном законе регулирования напряжения на частоте 1 Гц:

$$W_{oy}(p) = \frac{k_{oy}}{a_0 p^2 + a_1 p + 1} = \frac{3,142}{1147,541 p^2 + 981,967 p + 1}$$

Как видно из полученных результатов, применение квадратичного закона регулирования существенно снижает быстродействие электродвигателя при обработке управляющих воздействий в зоне низких скоростей. В то же время на частоте 50 Гц динамические показатели электродвигателя при квадратичном и линейном законах регулирования напряжения практически совпадают. Этот эффект объясняется, прежде всего, особенностями конструкции АВО масла, заключающимися в значительном превышении момента инерции колеса вентилятора относительно аналогичного параметра ротора двигателя (в 75 раз для рассматриваемого агрегата). Кроме того, квадратичный закон регулирования напряжения подразумевает снижение электромагнитного момента двигателя пропорционально квадрату скорости при ее уменьшении относительно номинального значения. Это приводит к значительному уменьшению динамического момента, обеспечивающего разгон двигателя.

Значительное увеличение инерционности электродвигателя на низких скоростях при квадратичном законе регулирования необходимо учитывать при разработке системы управления АВО масла. Снижение быстродействия можно существенно уменьшить с помощью дополнительных функций современных частотных преобразователей, в частности за счет начального превышения напряжения  $U_n$  при нулевой частоте.

Проанализируем влияние величины  $U_n$  на инерционность асинхронного электродвигателя. Моделирование переходных процессов и их последующая идентификация позволяют получить зависимость времени переходного процесса  $t_m$  и коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  передаточной функции двигателя от значений  $U_n$ ,  $f_{10}$  и закона регулирования напряжения (табл. 2).

Таблица 2

**Зависимость времени переходного процесса  $t_m$  и коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  от значений  $U_n$ ,  $f_{10}$  и закона регулирования напряжения**

Закон регулирования напряжения	$f_{10}$ , Гц	$U_n$ , В	$t_m$ , с	$a_0$ , с <sup>2</sup>	$a_1$ , с
Линейный	1	0	1,455	0,108444	0,609259
		2	1,499	0,057108	0,384941
		4	1,177	0,035377	0,285131
	50	0	0,368	0,001865	0,093647
		2	0,364	0,001892	0,087128
		4	0,362	0,001645	0,087027
Квадратичный	1	0	3535	1147,541	981,961
		2	8,966	0,616321	2,502246
		4	1,818	0,221472	0,716765
	50	0	0,373	0,001861	0,099417
		2	0,385	0,001933	0,099761
		4	0,38	0,001902	0,101103

Проведенные исследования показывают зависимость инерционности асинхронного электродвигателя от частоты  $f_1$  питающего напряжения. Причем при квадратичном законе совместного регулирования амплитуды напряжения и частоты эта зависимость проявляется сильнее, чем при линейном.

Если за меру инерционности асинхронного электродвигателя принять коэффициент  $a_1$  и считать, что процедура идентификации проведена с удовлетворительной точностью, то изменение  $a_1$  в функции частоты  $f_1$  можно представить семейством графиков (рис. 4). Зависимости 1 и 2 характеризуют инерционность двигателя при линейном законе регулирования и начальном превышении напряжении 2 и 4 В соответственно. Графики 3 и 4 построены для квадратичного закона и тех же значений  $U_n$ . Во всех случаях в первом приближении предполагалась линейная зависимость  $a_1$  от  $f_1$ .

Подводя итог сказанному, необходимо отметить, что создание энергоэффективной системы управления АВО масла требует учета динамики асинхронного электродвигателя и дополнительных потерь, связанных с форсированием переходных процессов.

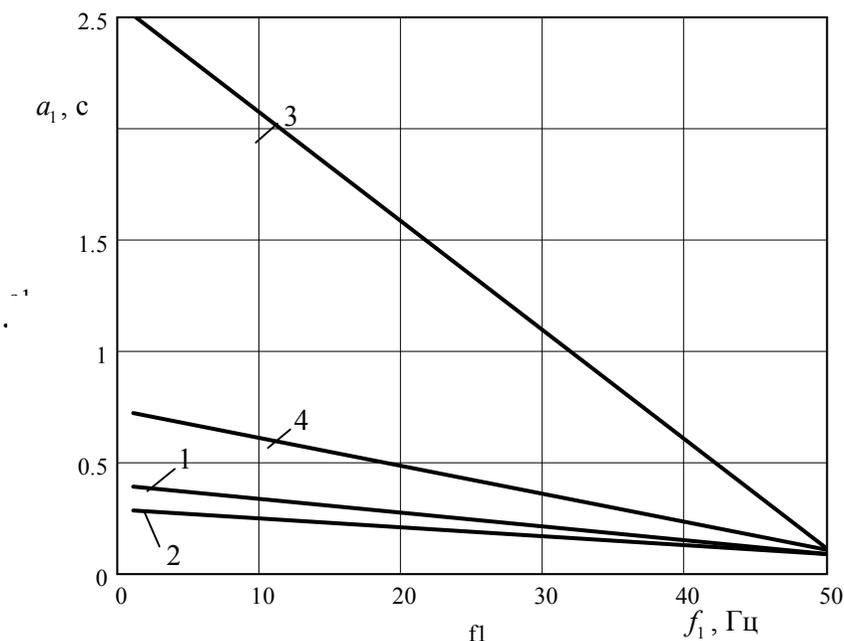


Рис. 4. Графики изменения коэффициента  $a_1$  в зависимости от частоты  $f_1$  для двух значений  $U_n$  и различных законов регулирования напряжения

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Терехов В.М. Системы управления электроприводом: Учебник для студ. высш. учеб. заведений / В.М. Терехов, О.И. Осипов; Под ред. В.М. Терехова. – М.: Академия, 2005. – 304 с.
2. Михайлов О.П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов. – М.: Машиностроение, 1990. – 304 с.
3. Стариков А.В. Линеаризованная математическая модель асинхронного электродвигателя как объекта системы частотного управления // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Вып. 16. Сер. Физико-математические науки. – Самара: СамГТУ, 2002. – С. 175-180.

4. *Стариков А.В.* Параметрическая идентификация линейных статических объектов управления // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Вып. 27. Сер. Физико-математические науки. – Самара: СамГТУ, 2004. – С. 74-77.

*Статья поступила в редакцию 10 июня 2011 г.*

## **FEATURES OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE ASYNCHRONOUS MOTOR OF AIR-COOLING UNIT OF OIL**

***V.A. Kuznetsov, A.V. Migachev, A.V. Starikov, A.R. Titov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The mathematical model of the asynchronous motor taking into account features of air-cooling unit of oil for two various laws of voltage regulation is considered. Transfer functions of the motor on various limits of a range of regulation of speed by means of identification of corresponding transients are found. Change of inertia of the asynchronous motor in depending of frequency and the law of regulation of feeding voltage is analyzed.*

***Keywords:*** *mathematical model, the asynchronous motor, air-cooling unit of oil, transfer function, identification.*

---

*Valeriy A. Kuznetsov – Candidate of Technical Sciences, Associate professor.  
Aleksey V. Migachev – Posgraduate student.  
Alexander V. Starikov – Candidate of Technical Sciences, Associate professor.  
Aydrey R. Titov – Deputy General Director.*