

ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ ИНЕРТНО-ЕМКОСТНЫЕ УСТРОЙСТВА

И.П. Попов

Правительство Курганской области
Департамент экономического развития, торговли и труда
Управление стратегического планирования и прогнозирования
640024, г. Курган, ул. Гоголя, 56

Рассматриваются инертно-емкостные устройства, выполненные на основе электро-механических преобразователей вращательного действия. К ним относятся зарядно-разрядное устройство на основе электрической машины постоянного тока, инертно-емкостное устройство с емкостными свойствами в отношении несущей частоты в виде машины пульсирующего тока и устройство с емкостными свойствами в отношении огибающей частоты модулированного напряжения на основе коллекторной машины переменного тока.

Ключевые слова: зарядно-разрядное устройство, несущая частота, модулированное напряжение.

Введение. В [1] рассмотрены инертно-емкостные устройства, выполненные на основе линейных электро-механических преобразователей, представленных в [2, 3]. Известным вращательным аналогом таких устройств является синхронный компенсатор. Однако влияние инертности его ротора на емкостные свойства в литературе не установлены. Электрические индуктивные машины вращательного действия других типов, например, коллекторная машина постоянного тока, вентильная, униполярная и др. машины, тоже могут выступать в качестве инертно-емкостных устройств. Важной особенностью вращательных машин является то, что они могут проявлять емкостные качества как в отношении несущей частоты электрического сигнала, так и в отношении его огибающей. Наиболее просто и наглядно емкостные свойства проявляются в машине постоянного тока, которая ведет себя аналогично конденсатору при его зарядке и разрядке.

Зарядно-разрядное инертно-емкостное устройство. При подключении этого устройства (машины постоянного тока независимого возбуждения) к источнику постоянного напряжения U условия электрического и механического равновесия в соответствии с аналогом второго закона Ньютона для вращательного движения и вторым правилом Кирхгофа имеют вид:

$$\begin{cases} J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} = B2lw \frac{D}{2} i; \\ B2lw \frac{D}{2} \frac{d\varphi}{dt} + Ri = U. \end{cases}$$

Здесь J – момент инерции ротора, k – обобщенный коэффициент механических потерь, B – значение магнитной индукции в рабочем зазоре, $2l$ – длина активной части витка якорной обмотки (под двумя полюсами), w – число витков якорной обмотки, D – диаметр якоря, R – активное сопротивление якорной обмотки. Пусть

$$Bl \omega D = Y, \quad (1)$$

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \frac{d\varphi}{dt}(0) = \omega_0. \quad (2)$$

Из второго уравнения системы

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dt} &= -\frac{R}{Y}i + \frac{U}{Y}, \\ \frac{d^2\varphi}{dt^2} &= -\frac{R}{Y} \frac{di}{dt}. \end{aligned} \quad (3)$$

При подстановке в первое

$$\begin{aligned} -\frac{JR}{Y} \frac{di}{dt} - \frac{kR}{Y}i + \frac{kU}{Y} &= Yi; & \frac{di}{dt} + \left(\frac{Y^2}{JR} + \frac{k}{J} \right)i &= \frac{k}{J} \frac{U}{R}; \\ \frac{Y^2}{JR} + \frac{k}{J} &= A; & \frac{k}{J} \frac{U}{R} &= B; \\ \frac{di}{dt} + Ai &= B. \end{aligned} \quad (4)$$

Общее решение однородного уравнения (без правой части)

$$i_1 = C_1 e^{-At}.$$

Частное решение

$$i_2 = C_2.$$

При подстановке в (4)

$$0 + AC_2 = B; \quad C_2 = \frac{B}{A}.$$

Общее решение

$$i = i_1 + i_2 = C_1 e^{-At} + \frac{B}{A}. \quad (5)$$

Из (2) и (3)

$$i(0) = \frac{U}{R} - \frac{Y\omega_0}{R}.$$

Из (5)

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{U}{R} - \frac{Y\omega_0}{R} - \frac{B}{A}; \\ i &= \left(\frac{U}{R} - \frac{Y\omega_0}{R} - \frac{B}{A} \right) e^{-At} + \frac{B}{A}; \\ i &= \left(\frac{U - Y\omega_0}{R} - \frac{U}{Y^2/k + R} \right) e^{-t/\tau} + \frac{U}{Y^2/k + R} = \left(\frac{U - E_0}{R} - \frac{U}{R_k + R} \right) e^{-t/\tau} + \frac{U}{R_k + R}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $E_0 = Y\omega_0$ – ЭДС, индуцированная в якорной обмотке в момент $t = 0$,

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{R J/Y^2} + \frac{1}{J/k} = \frac{1}{R J/Y^2} + \frac{1}{(J/Y^2)(Y^2/k)} = \frac{1}{R C_J} + \frac{1}{R_k C_J} = \frac{1}{\tau_e} + \frac{1}{\tau_m}. \quad (7)$$

При $k = 0$ $R_k = \infty$ и решение принимает вид

$$i = \frac{U - E_0}{R} e^{-t/\tau}, \quad \tau = R J/Y^2 = R C_J, \quad (8)$$

что идентично процессу зарядки конденсатора [4, с. 451, (14-16)].

При закорачивании зажимов зарядно-разрядного инертно-емкостного устройства

$$i = \frac{-E_0}{R} e^{-t/\tau},$$

что идентично процессу разряда конденсатора [4, с. 452].

В соответствии с (6), (7) и (8) машина постоянного тока имеет емкостной характер и может рассматриваться в качестве вращательного инертно-емкостного устройства. Его емкость

$$C_J = J/Y^2. \quad (9)$$

Из последнего соотношения следует, что для увеличения емкости следует увеличивать момент инерции, например путем оснащения инертно-емкостного устройства маховиком.

Сопrotивление «механико-резистивного» элемента

$$R_k = Y^2/k.$$

Инертно-емкостное устройство с емкостными свойствами в отношении несущей частоты. В качестве такого устройства можно рассматривать, например, машину пульсирующего тока независимого возбуждения. При подключении ее к источнику синусоидального напряжения условия механического и электрического равновесия без учета механических потерь запишутся в виде:

$$\begin{cases} J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = Y i; \\ Y \frac{d\varphi}{dt} + R i = U_m \sin \omega t. \end{cases} \quad (10)$$

Из второго уравнения

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{U_m}{Y} \sin \omega t - \frac{R}{Y} i; \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{U_m \omega}{Y} \cos \omega t - \frac{R}{Y} \frac{di}{dt}.$$

При подстановке в первое

$$\begin{aligned} \frac{J U_m \omega}{Y} \cos \omega t - \frac{J R}{Y} \frac{di}{dt} &= Y i; & \frac{di}{dt} + \frac{Y^2}{J R} i &= \frac{U_m \omega}{R} \cos \omega t; \\ \frac{Y^2}{J R} &= A; & \frac{U_m \omega}{R} &= B; \\ \frac{di}{dt} + A i &= B \cos \omega t; & & \\ i &= i_1 + i_2; & & \end{aligned} \quad (11)$$

$$i_1 = C_1 e^{-At};$$

$$i_2 = C_2 \cos \omega t + C_3 \sin \omega t.$$

При подстановке i_2 в (11)

$$-C_2 \omega \sin \omega t + C_3 \omega \cos \omega t + AC_2 \cos \omega t + AC_3 \sin \omega t = B \cos \omega t;$$

$$\begin{cases} C_3 \omega + AC_2 = B \\ -C_2 \omega + AC_3 = 0 \end{cases}; \quad C_2 = \frac{AB}{\omega^2 + A^2}; \quad C_3 = \frac{\omega B}{\omega^2 + A^2}.$$

В установившемся режиме i_1 становится равным нулю и $i = i_2$:

$$\begin{aligned} i &= \frac{B}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \left(\frac{A}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \cos \omega t + \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + A^2}} \sin \omega t \right) = \\ &= \frac{U_m \omega}{R \sqrt{\omega^2 + \frac{Y^4}{J^2 R^2}}} \left(\frac{Y^2}{JR \sqrt{\omega^2 + \frac{Y^4}{J^2 R^2}}} \cos \omega t + \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \frac{Y^4}{J^2 R^2}}} \sin \omega t \right) = \\ &= \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \frac{Y^4}{J^2 \omega^2}}} \left(\frac{Y^2}{JR \sqrt{R^2 + \frac{Y^4}{J^2 \omega^2}}} \cos \omega t + \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \frac{Y^4}{J^2 \omega^2}}} \sin \omega t \right) = \\ &= \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C_J^2 \omega^2}}} \left(\frac{Y^2}{JR \sqrt{R^2 + \frac{1}{C_J^2 \omega^2}}} \cos \omega t + \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C_J^2 \omega^2}}} \sin \omega t \right) = \\ &= \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X_J^2}} \left(\frac{Y^2}{JR \sqrt{R^2 + X_J^2}} \cos \omega t + \frac{\omega}{\sqrt{R^2 + X_J^2}} \sin \omega t \right). \end{aligned}$$

Окончательно

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha);$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X_J^2}}; \quad X_J = \frac{1}{\omega C_J}; \quad C_J = \frac{J}{Y^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{X_J}{R}.$$

При $R \rightarrow 0$ $\operatorname{tg} \alpha \rightarrow \infty$, $\alpha \rightarrow \pi/2$, ток опережает приложенное напряжение на $\pi/2$, т. е. реактивное сопротивление X_J имеет емкостной характер. При этом выражение для емкости идентично (9).

Инертно-емкостное устройство с емкостными свойствами в отношении огибающей частоты модулированного напряжения. Таким устройством может быть, например, коллекторная машина переменного тока независимого стабилизированного возбуждения. При подключении якорной обмотки к источнику

модулированного переменного напряжения уравнения механического и электрического равновесия без учета механических потерь и при условии $\cos\varphi = 0$ запишутся в виде:

$$\begin{cases} J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 2l w \frac{D}{2} B_M \sin(\omega t) i_m \sin(\omega t); \\ 2l w \frac{D}{2} B_M \sin(\omega t) \frac{d\varphi}{dt} + R i_m \sin(\omega t) = U_{Mm} \sin(\Omega t) \sin(\omega t). \end{cases}$$

Здесь Ω – циклическая частота модулирующего сигнала, причем, $\Omega < \omega$, i_m – амплитудное значение тока в течение периода частоты ω (i_m меняется в течение периода частоты Ω), U_{Mm} – амплитудное значение изменяющейся амплитуды напряжения, т. е. амплитуда огибающей, B_M , не изменяется.

При достаточно массивном роторе пульсации вращающего момента нивелируются, и поэтому уравнение механического равновесия можно записать

$$J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = l w D B I,$$

где B, i – действующие значения в течение периода частоты ω . При делении членов второго уравнения системы на $\sin\omega t$ и умножении на 0,707 оно также приводится к действующим значениям. Исходная система с учетом (1) приобретает вид

$$\begin{cases} J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = Y i; \\ Y \frac{d\varphi}{dt} + R i = U_M \sin \Omega t. \end{cases}$$

Здесь U_M – амплитудное значение изменяющегося действующего значения напряжения, т. е. амплитуда огибающей действующего значения.

Данная система уравнений аналогична системе (10) с той разницей, что здесь рассматривается не мгновенное значение тока, а мгновенная величина действующего значения тока в течение периода частоты ω . Ее решение:

$$i = I_M \sin(\Omega t + \alpha);$$

$$I_M = \frac{U_M}{\sqrt{R^2 + X_{J\Omega}^2}}; \quad X_{J\Omega} = \frac{1}{\Omega C_{J\Omega}}; \quad C_{J\Omega} = \frac{J}{Y^2}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{X_{J\Omega}}{R}.$$

I_M – амплитудное значение изменяющегося действующего значения тока, т. е. амплитуда огибающей действующего значения.

Изменяющаяся (синусоидальная) огибающая тока опережает изменяющуюся (синусоидальную) огибающую приложенного напряжения, следовательно, машина имеет емкостной характер в отношении огибающей.

При подключении якорной обмотки этой машины к источнику синусоидального напряжения неизменной амплитуды, а также при разряде на резистор произойдут процессы, аналогичные описанным выше для зарядно-разрядного инертно-емкостного устройства, выполненного на основе машины постоянного тока, с той разницей, что ток будет синусоидальным. Его огибающая повторит форму знакопостоянного тока, протекающего в якорной обмотке машины постоянного тока.

Заключение. Инертно-емкостные устройства, выполненные на основе электромеханических преобразователей вращательного действия, при включении их

в электрические цепи оказывают на них такое же воздействие, как и конденсаторы. При этом инертно-емкостное устройство запасает кинетическую энергию вращения ротора и маховика и поэтому по определению не является электрическим емкостным устройством, которое запасает энергию электрического поля.

Возможность использования инертно-емкостных устройств вместо конденсаторов обусловлена тем, что конденсаторы дороже электрических машин, имеют большие габариты и меньшую надежность, хотя и являются статическими устройствами [5].

Рассмотренные положения позволяют установить влияние момента инерции ротора синхронного компенсатора на его емкостные свойства. Вместе с тем использование синхронной машины в качестве конденсатора ограничено в силу того, что она спроектирована лишь на одну частоту и не может быть использована, например, в цепях постоянного или пульсирующего тока. Рассмотренные инертно-емкостные устройства свободны от подобных ограничений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов И.П. Реактивные элементы электрических цепей с «неэлектрическими» параметрами // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. – 2010. – №4(27). – С. 166-173.
2. Патент 2038680 RU, МПК⁶ Н 02 К 41/035. Электрическая машина / И.П. Попов, Д.П. Попов (Россия). – № 93015412/07; заявл. 24.03.93; опубл. 27.06.95, Бюл. №18. – 1 с.
3. Попов И.П. Реактивные элементы цепей, выполненные на основе линейных электродинамических машин // Состояние и перспективы развития научно-технического потенциала Южно-Уральского региона: Тр. Межгосударств. науч.-техн. конф. – Магнитогорск: МГМИ, 1994. – С. 26-28.
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники, Ч. 1. Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1970. – 592 с.
5. Копылов И.П. Электрические машины. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 360 с.

Статья поступила в редакцию 27 января 2011 г.

ROTATIONAL INERT-CAPACITIVE DEVICES

I.P. Popov

Kurgan region Government
Department of economic development, trade and labor
Strategic planning and prognostication administration
56, Gogol st., Kurgan, 640024

Considered inert capacitive devices, made on the basis of electro-mechanical rotary converters. These include the charge-discharge device, based on an electric direct current machine, inert-capacitance device with capacitive properties with respect to the carrier frequency in the form of pulsating current machine and a device with capacitive properties with respect to the envelope frequency modulated voltage on the collector alternating current machine.

Keywords: *charge-discharge device, the carrier frequency, modulated voltage.*

Igor P. Popov – Department Head.