

## СТАТИЧЕСКИЙ ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ ОСЕВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДШИПНИКА ПРИ ОДНОСТОРОННЕМ СМЕЩЕНИИ РОТОРА В РАДИАЛЬНОЙ ОПОРЕ

**Ю.А. Макаричев, А.В. Стариков**

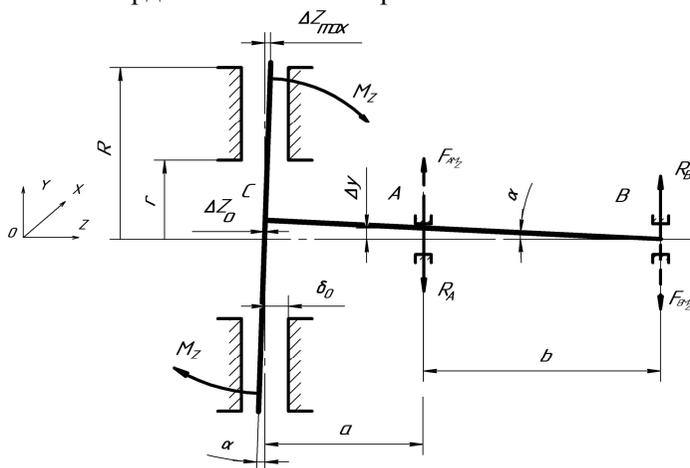
Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*В статье приводится расчет влияния статического изгибающего момента осевого электромагнитного подшипника на работу радиальных опор при одностороннем угловом смещении ротора. Приведены расчетные формулы для определения реакций радиальных опор на изгибающий момент. Даны рекомендации по снижению дестабилизирующего изгибающего момента.*

**Ключевые слова:** активный, электромагнитный, подшипник, ротор, момент, реакция, опора, радиальный, осевой, расчет.

Традиционная схема электромагнитного подвеса (ЭМП) ротора вращающихся машин состоит из двух радиальных и одного двухстороннего осевого подшипников. Практические исследования показывают, что во многих случаях осевые подшипники оказывают дестабилизирующее влияние на радиальный подвес из-за «отрицательной» жесткости при угловых перемещениях диска [1]. В литературе [1-3] приведены лишь качественные оценки этого явления. В настоящей статье ставится задача расчета изгибающего момента и реакций опор на него в общем виде и для конкретного ЭМП.

Рассмотрим взаимодействие осевого и радиальных магнитных подшипников при смещении ротора в радиальном подшипнике  $A$  на величину  $\Delta y$ . Выбранная правосторонняя система координат показана на рис. 1.



Р и с. 1. Схема смещения ротора

Юрий Александрович Макаричев (к.т.н., доц.), доцент, каф. электромеханики и автомобильного электрооборудования.

Александр Владимирович Стариков (к.т.н., доц.), доцент, каф. электропривода и промышленной автоматики.

Радиальное смещение ротора в опоре  $A$  вызовет поворот оси вращения относительно опоры  $B$  на угол  $\alpha$ . На этот же угол повернется диск осевого подшипника, что приведет к смещению верхнего края диска на величину  $+\Delta Z_{\max}$ , а нижнего – на  $-\Delta Z_{\max}$ .

Учитывая, что смещение оси ротора  $\Delta y$  в радиальном направлении и вызванное им смещение краев диска по осевой координате на три порядка меньше линейных и радиальных размеров подшипника ( $a, b$  и  $R$ ), можно записать с достаточной точностью

$$x \approx \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta y}{b}, \quad \Delta Z_{\max} = \Delta y \frac{R}{b}.$$

Очевидно, что при симметричном исходном положении диска осевого подшипника относительно статора аксиального усилия поворот диска не вызовет. Но изменение воздушных зазоров в верхней и нижней частях подшипника создаст изгибающий момент  $M_Z$  по оси  $z$ .

Произведем оценку реакций опор  $R_A$  и  $R_B$  (см. рис. 1) от действия изгибающего момента  $M_Z$ .

Из условия равенства суммы моментов нулю относительно точек  $A$  и  $B$  следует:

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0: \quad -M_Z + R_B \cdot b = 0; \quad R_B &= \frac{M_Z}{b}; \\ \sum M_B = 0: \quad -M_Z + R_A \cdot b = 0; \quad R_A &= \frac{M_Z}{b}. \end{aligned}$$

За положительные направления моментов взяты принятые в теоретической механике направления против часовой стрелки.

Отметим, что  $R_A$  и  $R_B$  – это реакции опор. Они определяют величину и направление действия электромагнитных сил радиальных ЭМП для компенсации изгибающего момента от действия осевого подшипника. Силы  $F_{AMz}$  и  $F_{BMz}$  от действия  $M_Z$  имеют противоположное по отношению к реакциям направление. Так, сила  $F_{AMz}$  направлена в сторону уменьшения радиального зазора, то есть создает положительную обратную связь по перемещению  $\Delta y$ .

Для расчета сил, действующих на радиальные опоры, необходимо определить величину изгибающего момента  $M_Z$ .

Изгибающий момент определяется распределенной электромагнитной силой  $q_z$ , вызванной неравенством зазоров по двум сторонам диска, и плечом  $y$ , на которое она действует (рис. 2).

Дифференциал изгибающего момента, создаваемого элементарной площадкой  $dS$  осевого магнита, равен

$$dM_z = q_z \cdot y \cdot dx \cdot dy,$$

или в полярных координатах

$$dM_z = q_z \cdot \rho \cdot \sin \varphi \cdot d\rho,$$

где  $q_z$  – элементарное значение распределенной силы на единицу площади. Сила  $q_z$  является функцией координаты  $y$  и соотношения зазоров по обеим сторонам диска. Максимальное значение  $q_{z\max}$  будет соответствовать верхней и нижней точкам диска с координатами

$$y = \pm R; \quad x = 0, \quad (\varphi = \pm \frac{\pi}{2}),$$

где  $R$  – внешний радиус диска.

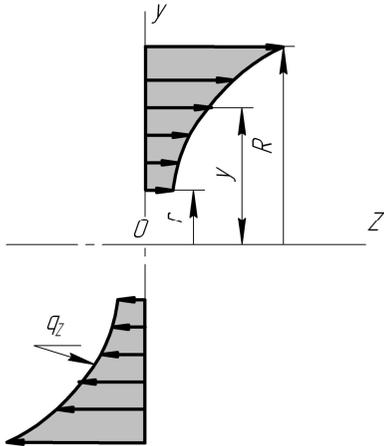


Рис.2 Диаграмма распределенной изгибающей силы

Картина магнитного поля симметрична относительно оси  $x$  и практически симметрична плоскости осей  $xz$ . Смещением  $\Delta Z_0$  поперечной оси диска по координате  $z$  можно пренебречь для большинства практических случаев

$$\Delta Z_0 = \frac{b_d}{2} (\operatorname{tg} \alpha)^2 \approx 0$$

из-за малости величины  $(\operatorname{tg} \alpha)^2$  (см. рис. 1); здесь  $b_d$  – толщина диска ОМП.

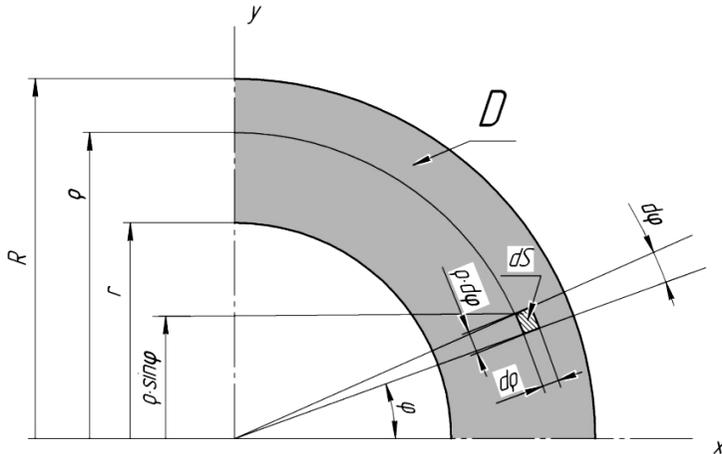
Изгибающий момент от распределенной силы  $q_z$  для области  $D$  определится двойным интегралом

$$M = \iint_D q_z \cdot y \cdot dx \cdot dy = \iint_D q_z \cdot \rho \cdot \sin \varphi \cdot d\rho, \quad (1)$$

где область  $D$  представляет собой четверть кольца, ограниченную дугами наружного и внутреннего радиусов  $R$  и  $r$  рабочего зазора осевого подшипника и углом  $\varphi = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  (рис. 3).

Полное значение изгибающего момента  $M_Z = 4M$ .

Определим закон изменения распределенной силы  $q_z$  от координаты  $y$  (очевидно, что  $q_z$  от координаты  $x$  не зависит).



Р и с. 3. Область интегрирования  $D$

В качестве исходных данных примем значения индукции в обоих зазорах подшипника при центральном положении диска равными  $B_0$ . Магнитная система симметрична, исходные осевые зазоры равны  $\delta_{0Z1} = \delta_{0Z2} = \delta_{0Z}$ . Магнитным сопротивлением стальных участков пренебрегаем, то есть принимаем зависимость индукции в зазоре в виде

$$B_1 = B_0 \cdot \frac{1}{(1 - e_z)}; \quad B_2 = B_0 \cdot \frac{1}{(1 + e_z)},$$

где  $B_1$  и  $B_2$  – индукции в правом и левом от диска воздушном зазоре (верхняя половина диска,  $y > 0$ ), Тл;

$e_Z = \Delta Z / \delta_{0Z}$  – относительное значение смещения диска по оси  $z$ .

Значение распределенной изгибающей силы определится как разность

$$q_Z = q_1 - q_2 = \frac{B_0^2 \delta_0^2}{2\mu_0} \left[ \left( \frac{1}{\delta_1} \right)^2 - \left( \frac{1}{\delta_2} \right)^2 \right].$$

За положительное направление силы принято направление, совпадающее с осью  $z$  и создающее изгибающий момент, направленный по часовой стрелке.

Переходя к относительным смещениям,

$$q_Z = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \left( \frac{1}{(1-e_Z)^2} - \frac{1}{(1+e_Z)^2} \right) = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \cdot \frac{4e_Z}{1-2e_Z^2+e_Z^4}.$$

Без значительной потери точности, с учетом того, что страховочные подшипники, как правило, не допускают смещения более половины воздушного зазора,

$$e_Z < 0,5 \quad \text{и} \quad e_Z^4 \ll e_Z^2, \quad q_Z \approx \frac{B_0^2}{2\mu_0} \cdot \frac{4e_Z}{1-2e_Z^2}. \quad (2)$$

Для представленной на рис. 1 схемы из геометрических соотношений при принятых допущениях

$$\Delta Z = \Delta y \cdot \frac{y}{b}$$

или в относительных единицах

$$e_Z = \frac{\Delta Z}{\delta_{0Z}} = e_y \cdot \frac{\delta_{0y}}{\delta_{0Z}} \cdot \frac{y}{b}. \quad (3)$$

Подставив (3) в уравнение (2), получим зависимость  $q_Z$  от координаты  $y$ .

$$q_Z = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \cdot \frac{4\delta_{0y} e_y y}{\delta_{0Z} b \left( 1 - 2 \left( \frac{\delta_{0y}}{\delta_{0Z}} \cdot \frac{e_y y}{b} \right)^2 \right)}. \quad (4)$$

Приведем последнее выражение к виду, удобному для интегрирования. Для этого введем следующие обозначения:

$$A = \frac{B_0^2}{2\mu_0}; \quad (5)$$

$$B^2 = 2 \left( \frac{\delta_{0y}}{\delta_{0Z}} \cdot \frac{e_y}{b} \right)^2. \quad (6)$$

После подстановок выражение (4) примет вид

$$q_Z = 2\sqrt{2} \cdot A \cdot B \frac{y}{1-B^2 y^2}. \quad (7)$$

Отметим, что изгибающая сила является функцией только координаты  $y$  и не зависит от  $x$ .

Подставим в (1) значение функции  $q_Z$  и проведем интегрирование по области  $D$ :

$$M = \iint_D q_Z \cdot y \cdot dx \cdot dy = \iint_D 2\sqrt{2} \cdot A \cdot B \frac{y^2}{1 - B^2 y^2} dx \cdot dy. \quad (8)$$

Произведение  $2\sqrt{2} \cdot A \cdot B$  является константой. Вынесем постоянные за знак интеграла и перейдем к полярным координатам:

$$\frac{M}{2\sqrt{2} \cdot A \cdot B} = \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_r^R \frac{\rho^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \rho}{1 - B^2 \cdot \rho^2 \cdot \sin^2 \varphi} d\rho = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} d\varphi \int_r^R \frac{\rho^2 \cdot \sin^2 \varphi}{1 - B^2 \cdot \rho^2 \cdot \sin^2 \varphi} d\rho^2. \quad (9)$$

Определение двойного интеграла (9) – задача нетривиальная, но из-за ограничения объема статьи приведем лишь конечный результат:

$$M_Z = 4M = \frac{2\sqrt{2} \cdot \pi \cdot A}{B^3} \cdot \left( B^2 r^2 - B^2 R^2 + 2\sqrt{1 - B^2 r^2} - 2\sqrt{1 - B^2 R^2} \right). \quad (10)$$

Здесь коэффициенты  $A$  и  $B$  определяются выражениями (5) и (6).

Анализ теоретических результатов проведем на конкретном примере системы электромагнитного подвеса ротора турбокомпрессора 6ТК-Э дизеля 16ЧН26/26 тепловоза. Данный ЭМП был разработан на кафедре электромеханики и нетрадиционной энергетики СамГТУ совместно с ОАО «Самараточмаш» для Пензенского СКБ «Турбонагнетатель». ЭМП состоит из двух комплектов радиальных подшипников и одного осевого. Основные параметры системы приведены в таблице.

**Основные параметры ЭМП турбокомпрессора 6ТК-Э**

1	Номинальное радиальное усилие $F_{рад}$ , Н	700
2	Номинальное осевое усилие $F_{ос}$ , Н	4500
3	Номинальная индукция в зазоре осевого подшипника при центральном положении ротора $B_0$ , Тл	0,6
4	Односторонний зазор в осевом подшипнике $\delta_{0Z}$ , м	0,001
5	Односторонний зазор в радиальном подшипнике $\delta_{0y}$ , м	0.0005

Относительное смещение верхнего края диска  $e_Z$  при максимальном допустимом радиальном смещении в опоре  $A$   $e_y=0,5$

$$e_Z = \frac{\Delta Z}{\delta_{0Z}} = e_y \cdot \frac{\delta_{0y}}{\delta_{0Z}} \cdot \frac{R}{b}$$

не должно превышать половины воздушного зазора  $e_Z \leq 0,5$ . Это ограничение накладывается конструкцией страховочных подшипников.

Следовательно, должно выполняться неравенство

$$\frac{\delta_{0y}}{\delta_{0Z}} \cdot \frac{R}{b} \leq 1.$$

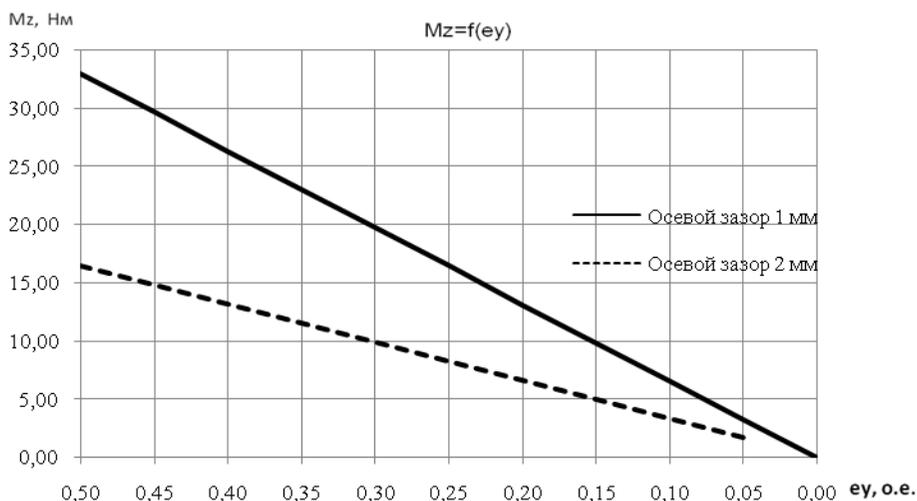
Как правило, отношение радиального зазора к осевому находится в пределах 1:2-1:4. Поэтому расстояние между радиальными опорами должно быть в 2-4 раза больше внешнего радиуса осевого подшипника. Если такое решение конструктивно невыполнимо, то необходимо искусственно увеличивать величину осевого зазора, что, естественно, приведет к увеличению его габаритов и потребляемой мощности.

Для уменьшения влияния радиального смещения на осевой подшипник необходимо по возможности увеличивать межцентровое расстояние между радиальными подшипниками.

На рис. 4 показаны зависимости изгибающего момента от величины относительного радиального смещения в одной из опор для двух номинальных значений осевого зазора, рассчитанные по выражению (10).

Максимальное значение изгибающего момента при осевом зазоре  $\delta_{0z} = 1 \text{ мм}$  составляет  $M_z = 32,99 \text{ Нм}$ .

При увеличении осевого зазора до 2 мм значение момента уменьшается в два раза во всем диапазоне.



Р и с. 4. Диаграммы зависимости изгибающего момента  $M_z$  от относительного смещения оси ротора в одной из радиальных опор

Для рассматриваемого варианта ЭМП турбокомпрессора 6ТК-Э железнодорожного дизеля 16ЧН26/26 максимальное значение реакций радиальных опор при одностороннем смещении оси ротора на половину номинального зазора

$$R_{A \max} = -R_{B \max} = \frac{M_z}{b} = 66 \text{ Н},$$

что составляет 9,4% от номинального расчетного радиального усилия. Этим значением нельзя пренебрегать при расчете статических и динамических характеристик ЭМП. Влияние изгибающего момента на работу подшипника тем заметнее, чем больше усилие и габариты осевого подшипника по сравнению с радиальным. Наиболее актуальна эта проблема для подвесов вертикальных валов [3], где основное усилие – это вес подвешиваемого ротора, а маломощные радиальные подшипники выполняют вспомогательную поддерживающую функцию. В подобных ЭМП номинальное осевое усилие может превышать радиальные более чем на два порядка. В этом случае реакции радиальных опор от изгибающего момента могут превышать номинальные усилия РЭМП, и без учета этого влияния система будет неработоспособна.

**Выводы.** При радиальном смещении оси ротора в ближней к осевому подшипнику радиальной опоре на последнюю действуют изгибающий момент  $M_z$  и соответствующая радиальная сила  $F_{AMz}$ , направленная в сторону смещения ротора (положительная обратная связь по перемещению). Величина этой силы зависит от соотношения радиальных и осевых зазоров в ЭМП, геометрических размеров подшипников и

индукции в зазоре осевого подшипника (10).

Действие положительной обратной связи для опор с мощными ОЭМП существенно и в обязательном порядке должно учитываться при синтезе и настройке системы управления ЭМП.

Для снижения влияния осевых подшипников на радиальные нужно выполнять следующие рекомендации:

- по возможности увеличивать номинальный воздушный зазор в осевом подшипнике до значений, в 2-5 раз превышающих зазор в радиальном подшипнике;
- располагать радиальные опоры на максимальном расстоянии друг от друга (увеличивать размер  $b$ , см. рис. 1);
- наружный диаметр осевого диска  $R$  и расстояние между радиальными опорами  $b$  должны удовлетворять неравенствам

$$\frac{\delta_{0y}}{\delta_{0z}} \cdot \frac{R}{b} \leq 1 \quad \text{или} \quad \frac{R}{b} \leq \frac{\delta_{0y}}{\delta_{0z}},$$

где  $\frac{\delta_{0y}}{\delta_{0z}}$  – отношение номинальных зазоров в осевом и радиальном магнитах.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с.
2. Макаричев Ю.А., Стариков А.В. Статические и динамические характеристики электромагнитного подвеса / Электротехника. – № 8. – 2008. – М.: Знак, 2008. – С. 25-30.
3. Кочетов Д.А., Кравцова Е.В., Позняк Э.Л. Устойчивость и вынужденные колебания вращающегося ротора в электромагнитном подвесе активного типа // Нелинейн. колебания механ. систем: Тез. докл. всесоюз. конф. – Ч.1. – Горький: ГГУ, 1987. – С. 208.

*Статья поступила в редакцию 28 сентября 2011 г.*

## THE STATIC BENDING MOMENT OF THE AXIAL ELECTROMAGNETIC BEARING AT UNILATERAL DISPLACEMENT OF THE ROTOR IN THE RADIAL BEARING

***Yu.A. Makarichev, A.V. Starikov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*In article calculation of influence of the static bending torque of the axial electromagnetic bearing for work of radial bearings at unilateral angular displacement of a rotor is presented. Calculating formulas for definition of reactions of radial bearings for bending torque are presented. Recommendations about decrease in the destabilizing bending torque are made.*

***Keywords:*** active, electromagnetic, bearing, rotor, torque, reaction, radial, axial, calculation.

---

*Yuriy A. Makarichev (Ph.D. (Techn.)), Associate professor.  
Alexander V. Starikov (Ph.D. (Techn.)), Associate professor.*