

Краткие сообщения

УДК 517.958

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТА ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА КОНФИГУРАЦИЮ РАСПРЕДЕЛЁННОГО УПРАВЛЕНИЯ¹

М.А. Гусева

Самарский государственный технический университет
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Получена структура модального представления объекта, учитывающая влияние конфигурации распределённого управления на временные моды объекта.

Ключевые слова: объект с распределёнными параметрами, модальное управление, аппроксимация распределённого управляющего воздействия.

В работе рассматривается система модального управления температурным полем $T(x, p)$ одномерного объекта (стенки проточного нагревателя) [1] с ограничениями на характер пространственного распределения управляющего воздействия. Передаточная функция объекта управления с распределёнными параметрами представлена выражением

$$W(x, \xi, p) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x) \cdot \varphi_k(\xi) \cdot W_k(p), \quad (1)$$

где $\varphi_k(x)$ – собственные функции объекта управления; $W_k(p)$ – передаточные функции по соответствующим временным модам объекта.

Несколько секций последовательно расположенных нагревательных элементов позволяют получить распределённое управляющее воздействие вида

$$\omega(x, p) = \sum_{j=1}^N q_j(p) \cdot \mathbf{1}(b_j - x) \cdot \mathbf{1}(x - a_j), \quad (2)$$

где a_j, b_j – границы j -го участка нагрева с мощностью, определяемой $q_j(p)$.

Из-за ограничения (2) желаемое распределение управляющего воздействия, рассчитываемое как сумма произведений управляющего сигнала $u_i(p)$ и собственной функции $\varphi_i(x)$ для каждой из M управляемых мод объекта,

$$u(x, p) = \sum_{i=1}^M \varphi_i(x) \cdot u_i(p), \quad (3)$$

в общем случае не может быть реализовано. Таким образом, возникает задача формирования таких управляющих воздействий $q_j(p)$, чтобы получить за счёт конфи-

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ №09-08-00297-а, №10-08-00754-а; АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы», проект №2.1.2/13988.
Мария Александровна Гусева – аспирант.

гурации (2) аппроксимированное представление желаемого управления (3). Если в качестве значения мощности j -той секции нагревателя рассматривать среднеинтегральное значение мощности $u(x, p)$ на участке $[a_j, b_j]$, то получим для $j \in \{1, 2, \dots, N\}$:

$$q_j(p) = \frac{1}{L_c} \int_{a_j}^{b_j} \sum_{i=1}^M \varphi_i(\eta) \cdot u_i(p) d\eta = \frac{1}{L_c} \sum_{i=1}^M u_i(p) \cdot \int_{a_j}^{b_j} \varphi_i(\eta) d\eta = \frac{1}{L_c} \sum_{i=1}^M u_i(p) \cdot I_i^j, \quad (4)$$

где

$$I_i^j = \int_{a_j}^{b_j} \varphi_i(\eta) d\eta. \quad (5)$$

Влияние распределённого управляющего воздействия (2) на температурное распределение $T(x, p)$ определяется выражением [2, 3]

$$\begin{aligned} T(x, p) &= \int_0^L W(x, \xi, p) \cdot \omega(\xi, p) d\xi = \\ &= \int_0^L \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x) \cdot \varphi_k(\xi) \cdot W_k(p) \cdot \sum_{j=1}^N q_j(p) \cdot \mathbf{1}(b_j - \xi) \cdot \mathbf{1}(\xi - a_j) d\xi = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x) \cdot W_k(p) \cdot \sum_{j=1}^N q_j(p) \cdot \int_{a_j}^{b_j} \varphi_k(\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставив в (6) выражение для $q_j(p)$ (4), с учётом принятого обозначения (5) получаем:

$$T(x, p) = \frac{1}{L_c} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x) \cdot W_k(p) \cdot \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M u_i(p) \cdot I_k^j \cdot I_i^j. \quad (7)$$

Введём обозначение:

$$g_{ki} = I_k^j \cdot I_i^j. \quad (8)$$

Температурное распределение $T(x, p)$ может быть представлено в виде

$$T(x, p) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x) \cdot T_k(p). \quad (9)$$

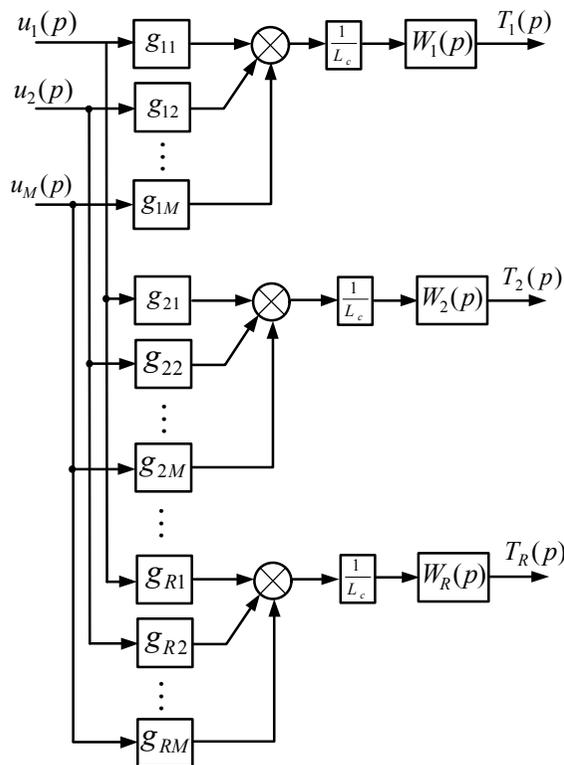
Тогда, для k -той моды температурного распределения $T_k(p)$ зависимость от управляющих сигналов $u_i(p)$ с учётом (7) будет определяться выражением

$$T_k(p) = \frac{1}{L_c} \cdot W_k(p) \cdot \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M u_i(p) \cdot I_k^j \cdot I_i^j, \quad k \in \{1, 2, \dots, \infty\} \quad (10)$$

В практических случаях количество рассматриваемых мод в системе (10) ограничивается конечным числом R , $k \in \{1, 2, \dots, R\}$.

Структурная схема модального представления объекта в виде (10) представлена на рисунке.

Полученное представление объекта управления в виде (10) позволяет оценить влияние управляющих воздействий по отдельным модам объекта друг на друга и воспользоваться аппаратом синтеза регуляторов многосвязных систем [4] для анализа степени связанности и построения компенсатора взаимного влияния регулирующих контуров.



Структурная схема модального представления объекта

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Данилушкин И.А., Гусева М.А. Структура системы модального управления теплообменным аппаратом//Моделирование и оптимизация динамических систем и систем с распредел. параметрами. Тр. восьмой Всерос. науч. конф. с международ. участ. – Самара: СамГТУ, 2011. – С.44 – 47.
2. Бутковский А.Г. Структурная теория распределённых систем. – М., Наука, 1977.
3. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределёнными параметрами: Учеб. Пособие/Э.Я. Рапопорт. – М.: Высш. Шк., 2003. – 299с.:ил.
4. Рэй У. Методы управления технологическими процессами. – М.: Мир, 1983, 368 с.

Статья поступила в редакцию 6 мая 2011 г.

INVESTIGATION OF MODAL REPRESENTATIONS OF OBJECT WITH RESTRICTIONS ON CONFIGURATION OF DISTRIBUTED CONTROL

M.A. Guseva

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The structure of modal representation of the object, considering influence of a configuration of the distributed control on time modes of object is achieved.

Keywords: object with distributed parameters, modal control, approximation of the distributed control action.