

ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИЕ АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА¹

Ю.Э. Плешивцева, О.Ю. Шарапова

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Сформулированы и решены задачи оптимального по критерию минимума расхода энергии управления процессами индукционного нагрева металла в установках периодического и непрерывного действия с применением двумерных численных нелинейных моделей взаимосвязанных электромагнитных и тепловых полей.

Ключевые слова: оптимальное управление, численные модели, альтернативный метод, индукционные установки, периодический и проходной нагрев, минимальные энергозатраты.

Энергоемкие индукционные нагревательные установки (ИНУ), предназначенные для сквозного нагрева металлических полуфабрикатов перед последующими операциями пластической деформации, обладают рядом технико-экономических преимуществ по сравнению с конкурентоспособными технологиями, что обуславливает их широкое и непрерывно возрастающее применение в различных отраслях промышленности. При этом основную статью себестоимости продукции в электро-технологических комплексах обработки металлов давлением составляют затраты на электроэнергию.

Поскольку ближайшие перспективы развития производства определяются ориентацией на промышленное внедрение высокопроизводительных энергоемких ИНУ, проблема оптимизации их режимов работы по критерию минимального расхода энергии становится особенно актуальной.

Статья посвящена решению задач оптимизации энергозатрат в процессах индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок в проходных и периодических ИНУ, которые описываются двумерными электромагнитно-тепловыми моделями, разработанными в программном пакете FLUX.

Математические модели процессов индукционного нагрева металла. Процесс периодического индукционного нагрева заготовки цилиндрической формы описывается взаимосвязанной нелинейной системой уравнений для электромагнитного и температурного полей [1]:

$$\frac{\partial(\mu_d(H(l, y, \tau), T)H(l, y, \tau))}{\partial \tau} - \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial l} \left(l \frac{1}{\sigma(T)} \frac{\partial H(l, y, \tau)}{\partial l} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sigma(T)} \frac{\partial H(l, y, \tau)}{\partial y} \right) = 0; \quad (1)$$

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-08-00622) и Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009-2013 гг.» (проект №14.740.11.1282).

Юлия Эдгаровна Плешивцева (д.т.н., доц.), профессор, каф. управления и системного анализа в теплоэнергетике..

Ольга Юрьевна Шарапова, аспирант, каф. управления и системного анализа в теплоэнергетике.

$$c(T)\gamma(T)\frac{\partial T(l, y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}\left(\lambda(T)l\frac{\partial T(l, y, \tau)}{\partial l}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T)\frac{\partial T(l, y, \tau)}{\partial y}\right) + \frac{1}{\sigma(T)}\left(\frac{\partial H(l, y, \tau)}{\partial l}\right)^2, \quad (2)$$

$$0 < l < R; 0 < y < L; 0 < \tau \leq \tau^0$$

дополняемой граничными условиями:

$$\frac{\partial H(0, y, \tau)}{\partial l} = 0; H(R, y, \tau) = H_L; H(l, 0, \tau) = H_{R1}; H(l, L, \tau) = H_{R2}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0, y, \tau)}{\partial l} = 0; \lambda(T)\frac{\partial T(R, y, \tau)}{\partial l} = -\alpha(T)(T(R, y, \tau) - T_a);$$

$$\lambda(T)\frac{\partial T(l, 0, \tau)}{\partial y} = \alpha(T)(T(l, 0, \tau) - T_a); \lambda(T)\frac{\partial T(l, L, \tau)}{\partial y} = -\alpha(T)(T(l, L, \tau) - T_a), \quad (4)$$

где l, y – радиальная и осевая пространственные координаты соответственно; L – длина цилиндра; R – радиус; $H(l, y, \tau)$ – напряженность магнитного поля; $\mu_a(H, T)$ – абсолютная магнитная проницаемость; $T(l, y, \tau)$ – пространственно-временное распределение температуры по объему заготовки; $\sigma(T), c(T), \gamma(T), \lambda(T)$ – соответственно удельные значения электропроводности, теплоемкости, плотности и коэффициент теплопроводности нагреваемого металла; $\alpha(T)$ – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду; T_a – температура окружающей среды.

Температурное поле в процессе непрерывного индукционного нагрева столба заготовок цилиндрической формы описывается следующим нелинейным уравнением стационарной теплопроводности [1]:

$$c(y)\gamma(y)V\frac{\partial T(l, y)}{\partial y} = \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}\left(\lambda(y)l\frac{\partial T(l, y)}{\partial l}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(y)\frac{\partial T(l, y)}{\partial y}\right) + W_1(y)W_D(l, y) \quad (5)$$

$$0 < l < R; 0 < y < L$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial T(R, y)}{\partial l} = -\alpha(y)(T(R, y) - T_a); \frac{\partial T(0, y)}{\partial l} = 0;$$

$$\frac{\partial T(l, L)}{\partial y} = -\alpha(y)(T(l, L) - T_a); \frac{\partial T(l, 0)}{\partial y} = 0. \quad (6)$$

В целях упрощения модели в (5) принимается пренебрежимо малым эффект передачи тепла теплопроводностью вдоль оси заготовки. Действительный характер зависимостей удельной теплоемкости, плотности и коэффициента теплопроводности нагреваемого металла, а также радиального распределения источников тепла от температуры $W_D(l, y)$ учитывается эквивалентными их зависимостями от продольной координаты y .

Решение сложных систем взаимосвязанных нелинейных, многомерных уравнений Максвелла и Фурье (1)-(4), (5)-(6) можно реализовать только численными методами. Для численного моделирования ИНУ используется конечно-элементный специализированный программный пакет Cedrat FLUX, предназначенный для многопараметрического электромагнитного и теплового анализа. Алгоритм совместного решения электромагнитной и тепловой задачи представляет собой последовательную

итерационную процедуру, включающую гармонический электромагнитный анализ и переходный тепловой анализ [2].

Постановка и решение задачи оптимального по энергозатратам управления ИНУ периодического действия. Для решения задачи оптимального управления (ЗОУ) нагревом металлических цилиндрических заготовок периодический процесс индукционного нагрева металла (ПИНМ), описываемый уравнениями (1)-(2) с крайними условиями (3)-(4), рассматривается в качестве объекта управления с распределенными параметрами, состояние которого определяется пространственно-временным распределением температуры $T(l, y, \tau)$ по объему нагреваемого тела [1, 3]. В качестве сосредоточенного управляющего воздействия выступает напряжение индуктора $u(\tau)$, которое связано нелинейной функцией $f(H(l, y, \tau), T(l, y, \tau))$ с напряженностью магнитного поля на поверхности нагреваемого тела и подчинено ограничению

$$0 \leq u(\tau) \leq u_{\max}, \tau \in (0; \tau^0). \quad (7)$$

В качестве критерия оптимальности рассматривается минимальный расход энергии на нагрев заготовки

$$J = \int_0^{\tau^0} P(\tau) d\tau \rightarrow \min, \quad (8)$$

где $P(\tau)$ – закон изменения во времени потребляемой ИНУ мощности, связанной квадратичной зависимостью с напряжением на индукторе $u(\tau)$, что позволяет записать критерий (8) в виде

$$J_{\mathcal{E}} = \int_0^{\tau^0} u^2(\tau) d\tau \rightarrow \min. \quad (9)$$

Начальное условие записывается в виде

$$T(l, y, \tau) = T(l, y, 0) = T_0(l, y), \quad l \in [0, R]; y \in [0, L]. \quad (10)$$

Точность приближения результирующего температурного распределения к требуемому оценивается по максимальной величине ε_0 абсолютного температурного отклонения в пределах пространственной области, занимаемой объектом, т. е. в равномерной чебышевской метрике:

$$\max_{\substack{l \in [0; R] \\ y \in [0; L]}} |T(l, y, \tau^0) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (11)$$

Задача оптимального по энергозатратам управления ИНУ периодического действия сводится к задаче поиска такого переменного во времени управляющего воздействия $u(\tau) = u_{opt}(\tau)$, стесненного ограничением (7), которое обеспечивает перевод объекта (1)-(4) из начального состояния (10) в заданное целевое множество (11) при минимальном значении критерия оптимальности (9) [3].

Для рассматриваемых нелинейных двумерных моделей ПИНМ справедлив вывод о релейном характере изменения во времени оптимального по критерию (9) управления $u_{opt}(\tau)$, что позволяет записать его $\Lambda^{(N)}$ – параметризованное представление в виде кусочно-постоянной функции времени [4]:

$$u_{onm}(\tau) = \frac{u_{\max}}{2} \left[1 + (-1)^{j+1} \right] \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < \tau < \sum_{i=1}^j \Delta_i, j = \overline{1, N}, \quad (12)$$

попеременно принимающей свои предельно допустимые, согласно (7), значения и однозначно задаваемой с точностью до числа N и длительностей $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ интервалов своего постоянства, выступающих в роли искоемых параметров, зависящих только от требуемой точности нагрева ε_0 в (11).

Поскольку при управлении по напряжению вида (12) энергопотребление происходит только на интервалах с максимально допустимым значением управляющего воздействия $u_{onm}(\tau) = u_{\max}$, величина энергозатрат, описываемых критерием (9), может быть оценена эквивалентным критерием, представляющим собой сумму длительностей нечетных интервалов управляющего воздействия вида (12). Это позволяет произвести редукцию исходной ЗОУ к следующей задаче полубесконечной оптимизации (ЗПО):

$$J_{\mathcal{Z}}(\Delta) = \sum_{i=1,3,5,\dots,N_1}^{N_1} \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}, \Phi(\Delta) = \max_{\substack{l \in \{0; R\} \\ y \in \{0; L\}}} |T(l, y, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0; \Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N), \quad (13)$$

$N_1 = N$ для нечетных N , $N_1 = N - 1$ для четных N ,

на минимум функции $J_{\mathcal{Z}}$ конечного числа N переменных $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ с бесконечным числом ограничений, записываемых в (13) в форме требования, предъявляемого к конечному состоянию объекта.

Решение ЗПО (13) проводится по общей схеме альтернансного метода [1] с учетом установленных качественных характеристик температурных полей $T(l, y, \Delta)$, рассчитываемых по численной двумерной электротепловой модели, разработанной в программном пакете FLUX при управлении вида (12) [3].

Применение альтернансного метода в задаче на минимум расхода энергии в процессе нагрева отличается существенной спецификой [5]. В данной задаче остаются справедливыми базовые свойства результирующего температурного распределения в конце оптимального процесса, характеризуемого вектором $\Delta^0 = (\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0)$ оптимальных решений ЗПО (13). Согласно этим свойствам, температура в конце оптимального процесса отличается от требуемой на предельно допустимую величину ε_0 в некоторых K точках $x_j^0 = (l_j^0, y_j^0), j = \overline{1, K}$ по объему заготовки, где $K \in \{N, N + 1\}$, общее число которых оказывается равным числу всех искоемых неизвестных, что приводит к замкнутой системе соотношений

$$\begin{cases} |T(l_j^0, y_j^0, \Delta^0) - T^*| = \varepsilon_0, j = 1, 2, \dots, K; 0 \leq l_1^0 < l_2^0 < \dots < l_K^0 \leq R; \\ K = \begin{cases} N, & \text{если } \varepsilon_{\min}^{(N)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(N-1)}; \\ N + 1, & \text{если } \varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(N)}. \end{cases} \end{cases} \quad (14)$$

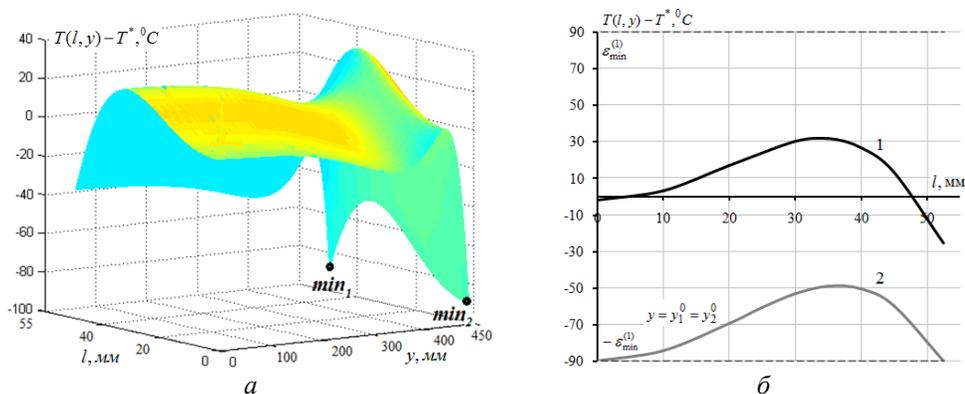
Здесь $\varepsilon_{\min}^{(N)}$ – предельно достижимые отклонения результирующей температуры от заданной в классе управляющих воздействий с N интервалами постоянства, составляющие убывающий ряд неравенств

$$\varepsilon_{\min}^{(1)} > \varepsilon_{\min}^{(2)} > \dots > \varepsilon_{\min}^{(N)} > \varepsilon_{\min}^{(N+1)} > \dots > \varepsilon_{\min}^{(N^*)} = \varepsilon_{\inf} \geq 0, \quad (15)$$

где ε_{inf} – предельно достижимая точность нагрева в классе кусочно-постоянных управлений вида (12) с любым числом интервалов постоянства.

Однако в задаче на минимум расхода энергии уже не имеет место альтернансное свойство результирующего температурного распределения в конце оптимального процесса и установленное в альтернансом методе правило выбора числа N интервалов постоянства оптимального управления. Кроме того, известные выводы о пространственной конфигурации температурного распределения в конце оптимального по быстродействию управления и следующие из них обоснования для конструирования расчетных систем уравнений нельзя распространить на энергосберегающие алгоритмы управления.

В частности, при решении ЗОУ по критерию минимума расхода энергии необходимо учитывать, что при точности нагрева $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{min}}^{(1)}$ алгоритм оптимального управления значительно отличается от оптимальных по быстродействию алгоритмов управления [1]. Вместо одноинтервального алгоритма в задаче быстродействия оптимальное по энергозатратам управление является двухинтервальным и представляет собой интервал нагрева длительностью Δ_1^0 при $u_{\text{onm}}(\tau) = u_{\text{max}}$ и интервал выравнивания температуры длительностью Δ_2^0 при $u_{\text{onm}}(\tau) = 0$. Можно показать, что в данном случае результирующее температурное распределение в конце процесса, оптимального по расходу энергии (рис. 1, а), характеризуется предельно допустимым недогревом в центре нагреваемой заготовки и на ее поверхности в одном из поперечных сечений (рис. 1, б, кривая 2). При этом максимальная конечная температура, которая достигается в другом поперечном сечении заготовки, не достигает своего предельно допустимого значения (рис. 1, б, кривая 1) [3].



Р и с. 1. Результирующие распределения температур при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{min}}^{(1)}$:

а – по объему заготовки; б – в поперечных сечениях с максимальными температурными отклонениями: 1 – $y = 32 \text{ мм}$; 2 – $y = y_1^0 = y_2^0 = 450 \text{ мм}$

Алгоритмы, оптимальные по быстродействию и энергозатратам, совпадают лишь при точности нагрева $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\text{min}}^{(2)}$, которой соответствует единственно возможная пространственная конфигурация результирующего температурного распределения, по-прежнему характеризуемая предельно допустимым недогревом в центре нагреваемой заготовки и на ее поверхности в одном из поперечных сечений (рис. 2, б, кривая 2). Однако при этом максимальная конечная температура, которая достигает-

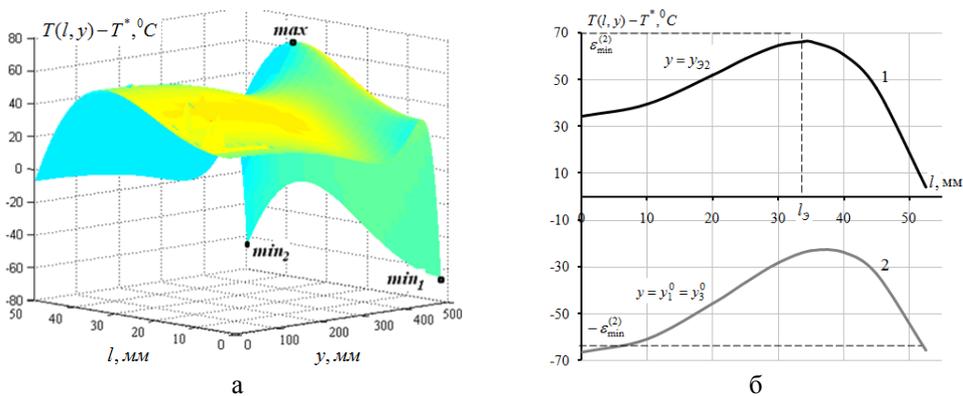
ся в другом поперечном сечении заготовки, достигает предельно допустимого значения (рис. 2, б, кривая 1).

Решение ЗОУ процессом периодического индукционного нагрева проводилось для следующих исходных данных: радиус заготовки – 52,5 мм; длина заготовки – 900 мм; начальная температура – 20 °С; заданная температура заготовки – 1200 °С; длина индуктора – 1046 мм. В качестве материала заготовки выбрана конструкционная углеродистая качественная сталь марки 40.

Температурные распределения по объему заготовки в конце оптимальных по энергозатратам процессов нагрева для $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ и $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ представлены на рис. 1, а и 2, а соответственно.

При максимальном значении напряжения источника питания $u_{\max} = 470В$ и заданной точности $\varepsilon_{\min}^{(1)} = 90,15^0С$ время нагрева составило $\Delta_1^0 = 530$ с, время выравнивания температур $\Delta_2^0 = 15,1$ с, расход энергии на нагрев одной заготовки – 9,175 Вт/ч, поверхностные тепловые потери – 2,317 кВт/ч.

При максимальной точности нагрева $\varepsilon_{\min}^{(2)} = 66,4^0С$ длительность интервала нагрева при максимальном напряжении источника питания $u_{\max} = 470В$ составляет $\Delta_1^0 = 563,85$ с, продолжительность интервала выравнивания температур $\Delta_2^0 = 13,3$ с. Расход энергии, необходимый для индукционного нагрева одной заготовки, равен 9,682 кВт/ч, при этом потери с ее поверхности составляют 2,637 кВт/ч.



Р и с. 2. Результирующее распределение температур при $\varepsilon_{\min}^{(2)}$:

а – по объему заготовки; б – в поперечных сечениях с максимальными температурными отклонениями: 1 – $y = y_{32} = 415$ мм ; 2 – $y = y_1^0 = y_3^0 = 450$ мм

Постановка и решение задачи оптимального по энергозатратам управления двумерной численной моделью ИНУ непрерывного действия. Рассмотрим стационарный процесс непрерывного индукционного нагрева в качестве объекта управления с распределенными параметрами, описываемого уравнениями (1), (5) с граничными условиями (2), (6) [1, 3].

В качестве управляющего воздействия выступает распределение удельной мощности источников тепла $W_1(y)$ по длине индуктора L , определяющей расход энергии на нагрев заготовок и подчиненной ограничению

$$0 \leq W_1(y) \leq W_{1\max}, 0 < y \leq L. \quad (16)$$

Начальное условие:

$$T(l, y) = T(l, 0) = T_0(l). \quad (17)$$

Точность приближения радиального температурного распределения в поперечном сечении заготовки на выходе индуктора $T(l, L)$ к требуемой температуре T^* оценивается по максимальной величине ε_0 абсолютного отклонения:

$$\max_{l \in [0, R]} |T(l, L) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (18)$$

Для объекта, описываемого уравнениями (1), (5) с краевыми условиями (2), (6), (17), необходимо определить такое оптимальное управление $W_1(y) = W_{1\text{onm}}(y)$, при котором требование (18) выполняется при минимально возможном в условиях (16) значении критерия оптимальности (8).

Аналогично ЗОУ периодическим процессом нагрева для рассматриваемого класса моделей оптимальное управление $W_{1\text{onm}}(y)$ также есть релейная функция в данном случае пространственной координаты, которая в условиях ограничения (16) может быть записана в виде [4]

$$W_{1\text{onm}}(y) = \frac{W_{1\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], y_{j-1} < y < y_j, j = \overline{1, N}, y_N = L. \quad (19)$$

Таким образом, оптимальное распределение мощности представляет собой чередующиеся по длине нагревателя участки с максимальной мощностью источников тепла и ее отсутствием протяженностью $\Delta_j = y_j - y_{j-1}, j = \overline{1, N}$.

Поскольку входным параметром численной модели ИНУ непрерывного действия является ток источника питания, которым однозначно определяется мощность внутренних источников тепла, можно перейти от управления $W_1(y)$ к алгоритму оптимального управления по току индуктора $I(y)$, аналогичному (19),

$$I_{\text{onm}}(y) = \frac{I_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < y < \sum_{i=1}^j \Delta_i, j = \overline{1, N} \quad (20)$$

при ограничении на $I(y)$ вида

$$0 \leq I(y) \leq I_{\max}, 0 < y \leq L. \quad (21)$$

Тогда в рассматриваемом случае исходная ЗОУ вновь сводится к задаче определения числа N и длительностей $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ интервалов постоянства релейного оптимального управления. При этом величина энергозатрат, описываемых критерием (8), может быть оценена эквивалентным критерием, представляющим собой сумму длительностей нечетных интервалов управляющего воздействия. Сказанное вновь позволяет произвести редукцию исходной ЗОУ к ЗПО вида [1, 3]

$$J(\Delta^{(N)}) = \sum_{i=1, 3, 5, \dots, N_1}^{N_1} \Delta_i \rightarrow \min; \max_{l \in [0, R]} |T(l, L, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0; \Delta = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N), \quad (22)$$

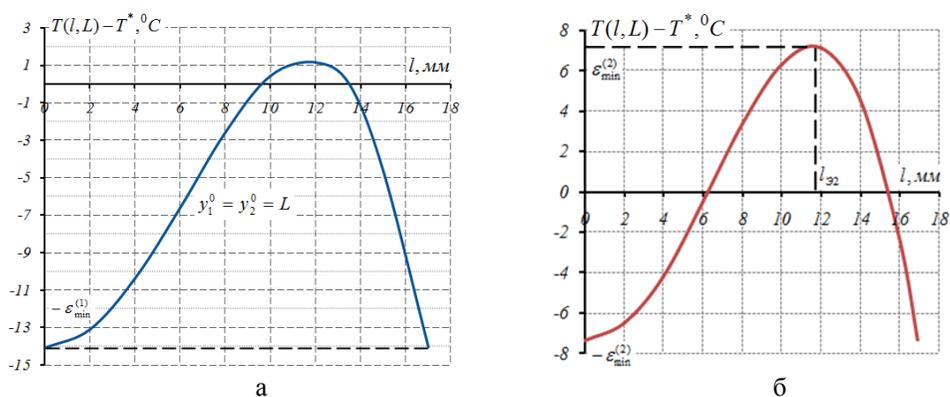
$N_1 = N$ для нечётных N , $N_1 = N - 1$ для чётных N ,

которая решается по общей схеме альтернансного метода.

Решение задачи оптимального по энергозатратам управления процессом непрерывного индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок проводилось для следующих исходных данных: радиус заготовки – 17 мм, скорость движения – 35,2 мм/с, начальная температура заготовок – 20 °С, требуемая температура на выходе из печи – 1200 °С.

При максимальном значении тока источника питания $I_{\max} = 5096 \text{ А}$ и заданной точности $\varepsilon_{\min}^{(1)} = 14,5^{\circ}\text{С}$ длина активной секции составляет 1307 мм, пассивной секции – 63,36 мм. Расход энергии на нагрев заготовок в оптимальном по энергопотреблению процессе составляет 2,7045 кВт/ч, тепловые потери – 0,1797 кВт/ч.

При максимальной точности нагрева $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)} = 7,6^{\circ}\text{С}$ длина активной секции индуктора составляет 1396 мм, пассивной секции – 39,4 мм, расход энергии на нагрев заготовок в оптимальном по энергопотреблению процессе управления составляет 2,857 кВт/ч, тепловые потери – 0,1968 кВт/ч.



Р и с. 3. Результирующие температурные распределения на выходе из двухсекционного нагревателя: *a* – при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$; *б* – при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$

Радиальные температурные распределения на выходе двухсекционного нагревателя для рассмотренных случаев представлены на рис. 3.

Заключение. В работе сформулированы и решены задачи оптимального по энергопотреблению управления процессами сквозного индукционного нагрева стальных цилиндрических заготовок. Применение энергосберегающих алгоритмов приводит к повышению энергоэффективности процесса периодического индукционного нагрева на 5 % по сравнению с типовым режимом работы нагревательной установки, которому соответствует напряжение источника питания, равное 440 В. Выигрыш по расходу энергии для непрерывной ИНУ по сравнению с типовым режимом работы нагревателя при токе источника питания, равном 5100 А, составляет 15 % [1, 3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Рапопорт Э.Я.* Оптимизация процессов индукционного нагрева металла. – М.: Металлургия, 1993. – 279 с.
2. *Шарапова О.Ю.* Численное моделирование процесса периодического индукционного нагрева на базе конечно-элементного программного пакета FLUX // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. – 2011. – №7 (28). – С. 180-185.

3. *Rapoport E., Pleshivtseva Y.* Optimal Control of Induction Heating Processes, CRC Press, London, New York, 2007.
4. *Ранопорт Э.Я.* Оптимальное по быстродействию управление нелинейными объектами технологической теплофизики // Элементы и системы опт. идент. и упр. технолог. процессами. – Тула, 1996. – С. 81-91.

Статья поступила в редакцию 5 октября 2011 г.

ENERGY-SAVING ALGORITHMS OF OPTIMAL CONTROL OF INDUCTION HEATING PROCESSES

Yu.E. Pleshivtseva, O.Yu. Sharapova

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The problems of optimal control by processes of metal induction heating in batch and continuous installations have been formulated and solved regarding to criterion of minimum energy consumption. The solution is based on two-dimensional numerical nonlinear models of interrelated electromagnetic and thermal fields that have been developed in FLUX software.

Keywords: *optimal control, numerical simulation, alternance method, induction heating, batch and continuous heating, minimum of energy consumption.*

*Yulia E. Pleshivtseva (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Olga Yu. Sharapova, Postgraduate student.*