

## Краткие сообщения

УДК 618.3

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В КОНТАКТНОЙ СИСТЕМЕ ВЫКЛЮЧАТЕЛЯ

*А.А. Базаров, П.А. Кулаков*

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассмотрен упрощенный способ решения тепловой задачи нагрева контактной системы выключателя с учетом фазового перехода.*

**Ключевые слова:** моделирование, тепловой процесс, плавление, кристаллизация, энтропия.

Выключатели во время своей эксплуатации подвергаются различным нагрузкам, в том числе и тепловым. В зависимости от уровня напряжения сегмента сети, где установлен выключатель, применяются различные выдержки времени срабатывания защиты. Но даже на стороне 0,4 кВ для реализации селективной защиты наблюдается значительный разброс уставок времени срабатывания. Это приводит к тому, что контакты подвергаются длительному (от десятых долей до единиц секунд) воздействию тепловых нагрузок, что особенно тяжело при воздействии токов короткого замыкания. В некоторых случаях возможно автоматическое повторное включение выключателя через определенное время, задаваемое релейной защитой. Комбинация таких режимов, сопровождающаяся существенным динамическим воздействием на контакты со стороны механизма включения, обуславливает опасность деформации контактов, их повышенной окисляемости и увеличению переходного сопротивления. Для увеличения срока службы необходимо более четкое представление о характере и параметрах протекающих процессов. Для решения этой задачи возможно использование математического моделирования электромагнитных и тепловых процессов. Более точное решение достижимо в условиях связанной формулировки электротепловой задачи.

Рассмотрим тепловую составляющую задачи нагрева, которая имеет значительную сложность, вызванную необходимостью учета расплавления материала контактов в случае их перегрева.

В настоящее время в задачах моделирования процессов расплавления или кристаллизации различных сплавов в литейном производстве используется подход, учитывающий процессы в двух фазах. В отличие от классической формулировки уравнение теплопроводности кроме температуры содержит еще одну переменную.

---

*Александр Александрович Базаров (д.т.н., доц.), доцент, каф. электроснабжения промышленных предприятий.*

*Павел Алексеевич Кулаков (д.т.н., проф.), профессор, каф. электрических станций.*

$$\rho_S(T)c_S(T)\frac{\partial T}{\partial t} + \rho_L(T)c_L(T)\frac{\partial T}{\partial t} - q\rho_S(T)\frac{\partial f_S}{\partial t} = \text{div}(\lambda(T)\nabla T); \quad (1)$$

где  $c_s(T)$ ,  $c_l(T)$  - теплоемкость твердой и жидкой фаз;  $\rho_s(T)$ ,  $\rho_l(T)$ , - плотность твердой и жидкой фаз;  $\lambda$ - коэффициент теплопроводности сплава;  $q$  – теплота кристаллизации сплава;  $f_s$  – функция выделения твердой фазы;  $t$  – время.

Решение задачи расплавления (или затвердевания) может быть получено, если для сплава известна зависимость твердой фазы, выделяющейся при кристаллизации, от температуры и/или времени. Такие расчеты являются основой получения адекватной компьютерной модели затвердевания литых изделий и реализуются в системах компьютерного моделирования литейных процессов. Совершенно очевидно, что от точности и достоверности вычисления функции выделения твердой фракции в интервале кристаллизации зависит то, насколько адекватными будут результаты компьютерного моделирования процесса затвердевания.

В настоящее время для таких вычислений применяются расчетные методы с использованием равновесных фазовых диаграмм бинарных сплавов, например, известное «правило рычага»:

$$f_S = \frac{C_L - C_0}{C_L - C_S}, \quad (2)$$

где  $C_0$ ,  $C_L$ ,  $C_S$  – концентрации компонента в исходном сплаве, в жидкой и твердой фазах, соответственно, и так называемое уравнение Шейла [1, 2]:

$$f_S = \left( \frac{1}{1-k} \right) \left( \frac{C_S - kC_0}{C_S} \right). \quad (3)$$

Однако уравнения (2), (3), связывающих количество твердой фазы с равновесными диаграммами состояния, в действительности не отражают реальный характер затвердевания сплавов для неравновесных условий. Помимо этого, важнейшей проблемой, требующей адекватного решения, является расчет функции выделения твердой фазы в многокомпонентных системах. Использование для этих целей так называемых «модифицированных базовых диаграмм», получаемых различными подгонными методами, малоэффективно и не позволяет получить адекватные компьютерные модели затвердевания. Для повышения точности расчетов используются различные подходы, использующие экспериментальную часть. Проблема заключается в том, что процессы кристаллизации очень сильно зависят от наличия различных примесей. Для расчета процессов разработан ряд специализированных программ ProCAST, ПОЛИГОН, LVMFlow и др. Повышение точности расчетов требует использования компьютерного термического анализа пробы расплава [3].

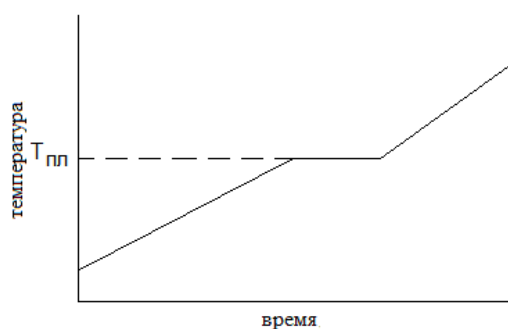
Рассмотренный подход себя оправдывает при решении сложных задач моделирования, но является весьма обременительным в других случаях. В случае использования многосвязных электротепловых моделей, особенно с описанием электрической дуги, для процессов, протекающих в электрических контактах, требуется более простое решение тепловой задачи.

Задача расчета теплового состояния контактной системы выключателя может быть решена более простым, хотя и менее точным способом.

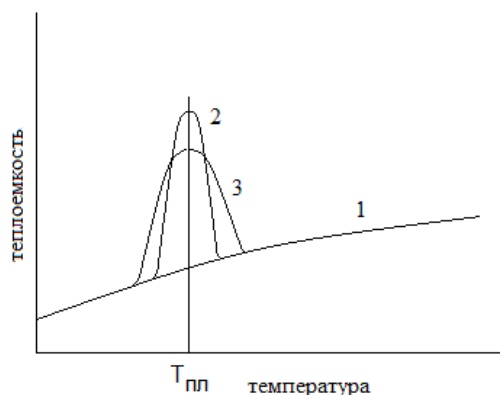
Математическая модель теплопроводности для рассматриваемой задачи нагрева сопряженной системы тел может быть представлена системой дифференциальных уравнений в частных производных вида:

$$\rho_1(T)c_1(T)\frac{\partial T_1}{\partial t} = \text{div}(\lambda_1(T)\nabla T_1) + w_1; \quad \rho_2(T)c_2(T)\frac{\partial T_2}{\partial t} = \text{div}(\lambda_2(T)\nabla T_2) + w_2; \quad (4)$$

с граничными условиями четвертого рода на границе сопряжения двух тел (контактов). Моделирование тепловых процессов характеризуется наличием нелинейности. Как уже отмечалось, такое явление, как изменение агрегатного состояния среды обычно учитывается с помощью специальных процедур, использующих не только температуру, но и энтальпию. Такой подход используется как при аналитическом решении [4], так и при численном [5]. В программах ELCUT, COMSOL на данный момент такой возможности нет, поэтому предлагается упрощенная процедура учета изменения теплосодержания среды и агрегатного состояния путем введения сложной зависимости коэффициента теплоемкости от температуры. Изменение средней температуры материала при нагреве с учетом расплавления имеет вид, как показано на рис. 1. Ось абсцисс может быть проградуирована как во временных единицах, так и в единицах энергии.



Р и с . 1. Зависимость температуры материала от времени с учетом фазового перехода



Р и с . 2. Зависимость удельной теплоемкости от температуры:

1 – удельная теплоемкость материала без учета фазового перехода; 2, 3 – участок кривой удельной теплоемкости, учитывающий энергию фазового перехода

Выражение энергетического баланса при нагреве материала имеет вид:

$$mc(T_{\text{кон}} + T_{\text{нач}}) + mL = Pt . \quad (5)$$

Здесь  $L$  – удельная теплота плавления металла,  $m$  – масса металла,  $P$  – мощность нагрева,  $t$  – время нагрева.

Из выражения (5) с учетом экспериментальных кривых изменения температуры во времени (рис.1) можно получить эффективную функцию теплоемкости от температуры с учетом фазового перехода (рис.2). Особенностью такой аппроксимации является возможность построения множества кривых вида 2, 3, так как критериями выбора являются соблюдение баланса энергии (площадь, ограничиваемая участком), ограничение перепада температуры, соответствующего переходу (это уже не горизонтальный участок на рис.1, а наклонный), точность расчета. Кроме того, форма участка кривых 2, 3 влияет на степень нелинейности и на устойчивость вычислительного процесса. Чем ближе рассматриваемый участок к прямоугольной форме, тем неустойчивее процесс, и требуется более мелкая сетка конечных элементов, что сопровождается возрастанием потребляемых вычислительных ресурсов.

Особенностью программного пакета ELCUT является возможность использования табличного ввода зависимостей, что освобождает от сложных процедур аппроксимации. Применение предлагаемого подхода к решению поставленной задачи мо-

делирования тепловых процессов в многокомпонентной среде позволило существенно упростить процедуру решения связанной электротепловой задачи при обеспечении приемлемой точности расчетов.

Для аппроксимации такой сложной функции теплоемкости от температуры были использованы ступенчатые функции (функции Хевисайда), точнее, их математические аппроксимации

$$c(T) = A \left[ 2^{-\exp(-b(T-k_1 \cdot T_{пл}))} - 2^{-\exp(-b(T-k_2 \cdot T_{пл}))} \right]; \quad (6)$$

Здесь коэффициенты  $b$ , увеличение которых делает функцию более близкой к прямоугольной, необходимо принимать небольшими, примерно равными двум, чтобы уменьшить градиент теплоемкости по температуре. Коэффициенты  $k_1, k_2$  принимались такими, чтобы обеспечить зону перехода в расплавленное состояние от 20 до 60 градусов. Коэффициент  $A$  связан с коэффициентами  $k_1, k_2$  через площадь кривых 2, 3 на рис.2.

Проведенные вычисления с помощью предлагаемого упрощенного способа расчета температурных полей показали возможность моделирования как процессов плавления, так и кристаллизации. К достоинствам такого подхода можно отнести простоту реализации при использовании стандартных вычислительных алгоритмов. К недостаткам (относительным) можно причислить необходимость использования более мелкой сетки и уменьшения шагов по времени. Эти параметры напрямую сказываются на устойчивости вычислительного процесса и увеличении общего времени счета.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Stefanescu D.M.* Science and Engineering of Casting Solidification. Springer, 2002. – 342 p.
2. *Saunders N., Li X., Miodownik A.P., Schillé J.-P.* Modelling of the thermo-physical and physical properties for solidification of Al-alloys / Light Metals, 2003.
3. *Рафальский И.В., Киселев С.В., Довнар Г.В.* Термический анализ модельных силуминов с различными модификаторами эвтектики // Литейное производство. – 2006. – № 3. – С. 21-22.
4. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
5. Решение задач теплообмена. ANSYS 5.7 Thermal analysis guide / Пер. В.П. Югов. – М.: 2001. CAD-FEM.

*Статья поступила в редакцию 7 октября 2011 г.*

## **SIMULATION OPERATION OF THERMAL PROCESSES IN CONTACT SYSTEM OF A CUTOUT**

***A.A. Bazarov, P.A. Kulakov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The simplified way of solving of a thermal problem of heating of contact system of the switch taking into account phase transition is considered*

***Keywords:*** simulation, thermal process, fusion, crystallisation, an enthalpy.

---

*Alexander A. Bazarov (Dr. Sc. (Techn.)), Associate Professor.*

*Pavel A. Kulakov (Dr. Sc. (Techn.)), Professor.*