

СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ¹

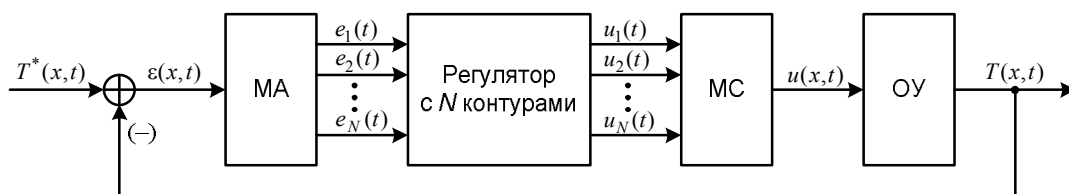
И.А. Данилушкин

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Предлагается подход к синтезу систем модального управления объектами с распределенными параметрами, учитывающий фиксированный характер пространственного распределения управляющих воздействий.

Ключевые слова: объект с распределенными параметрами, система модального управления, распределенное управляющее воздействие.

Структура системы модального управления типовым линейным объектом с распределенными параметрами, описываемым одномерным параболическим уравнением, имеет вид, представленный на рисунке [1, 2].



Структурная схема системы модального управления:

МА – модальный анализатор; МС – модальный синтезатор; ОУ – объект управления

Традиционное решение предполагает, что распределенный сигнал ошибки $\varepsilon(x,t)$ раскладывается с помощью модального анализатора в ряд по первым N собственным функциям объекта управления $\varphi_i(x)$:

$$e_i(t) = \int_D \varepsilon(x,t) \cdot \varphi_i(x) \cdot dx, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad x \in D.$$

Полученные временные моды ошибки $e_i(t)$ благодаря ортонормированности собственных функций объекта $\varphi_i(x)$ используются для выработки независимых управляющих воздействий $u_i(t)$. Модальный синтезатор формирует распределенный управляющий сигнал

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(x) \cdot u_i(t), \quad (1)$$

который поступает на вход объекта управления с распределенными параметрами. В [2, 3] показано, что с помощью пропорциональных обратных связей по N модам

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №10-08-00754-а, АВЦП «Развитие научного потенциала высшей школы (2009-2011 годы)» №2.1.2/13988.

Иван Александрович Данилушкин (к.т.н.), докторант, каф. автоматике и управления в технических системах.

управляемой величины можно обеспечить требуемые динамические свойства замкнутой системы управления. При этом возможно применение квазимодалного разложения по системе базисных функций $\hat{\phi}_i(x)$, отличных от базиса собственных функций $\phi_i(x)$ объекта управления.

Применение квазимодалного разложения целесообразно при упрощении исходной задачи [4]. Кроме того, аналитическое описание объекта управления с распределенными параметрами является в известной степени упрощением физического процесса за счет применения канонических форм границ, редукции размерности задачи, линеаризации коэффициентов и т. п.

В большинстве практических случаев пространственное распределение управляющего воздействия не может быть реализовано произвольным образом. В [2] рассматриваются случаи, когда управляющее воздействие формируется с помощью линейной комбинации сосредоточенных воздействий $q_i(t)$ с фиксированным характером распределения $\phi_i(x)$, определяемым конструкцией технологической установки:

$$u_{apr}(x, t) = \sum_{i=1}^M \phi_i(x) \cdot q_i(t). \quad (2)$$

В работах [2, 3] приведен анализ поведения системы модалного управления с фиксированным характером распределения (2), показано, что структурная схема системы управления для типовых линейных объектов, описываемых одномерным параболическим уравнением, по-прежнему представляет собой совокупность M независимых контуров управления первыми N модами объекта управления при условии, что $N=M$.

Все вышесказанное позволяет подойти к выбору базиса квазимодалного разложения исходя из удобства организации вычислительных процедур при формировании сосредоточенных управляющих воздействий $q_i(t)$. В самом деле, при использовании некоторого квазимодалного разложения $\hat{\phi}_i(x)$ сигнал распределенного управления по аналогии с (1) будет формироваться как сумма произведений временных мод управляющих воздействий и собственных функций квазимодалного разложения

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i(x) \cdot \hat{u}_i(t). \quad (3)$$

При этом его реализация в виде (2) потребует вычисления сосредоточенных управляющих воздействий $q_i(t)$, например путем решения задачи минимизации

$$\int_D |u(x, t) - u_{apr}(x, t)| dx \rightarrow \min_{\mathbf{q}(t)}, \quad \mathbf{q}(t) = [q_i(t)]_{M \times 1}. \quad (4)$$

Реализуемая функция пространственного распределения управляющих воздействий $u_{apr}(x, t)$ может быть также представлена в виде разложения в ряд по собственным функциям квазимодалного разложения:

$$u_{apr}(x, t) = \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i(x) \cdot \hat{q}_i(t). \quad (5)$$

Здесь $\hat{q}_i(t)$ – коэффициенты квазимодалного разложения функции $u_{apr}(x, t)$,

$$\hat{q}_i(t) = \int_D \hat{\phi}_i(\xi) \cdot \sum_{j=1}^M \phi_j(\xi) \cdot q_j(t) \cdot d\xi = \sum_{j=1}^M q_j(t) \cdot \int_D \hat{\phi}_i(\xi) \cdot \phi_j(\xi) \cdot d\xi, \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}. \quad (6)$$

Подставив (3), (5), (6) в (4), получим

$$\int_D \left| \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i(x) \cdot \hat{u}_i(t) - \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i(x) \cdot \sum_{j=1}^M q_j(t) \cdot \int_D \hat{\phi}_i(\xi) \cdot \phi_j(\xi) \cdot d\xi \right| dx \rightarrow \min_{\mathbf{q}(t)}$$

или, после группировки слагаемых,

$$\int_D \left| \sum_{i=1}^N \hat{\phi}_i(x) \cdot \left(\hat{u}_i(t) - \sum_{j=1}^M q_j(t) \cdot \int_D \hat{\phi}_i(\xi) \cdot \phi_j(\xi) \cdot d\xi \right) \right| dx \rightarrow \min_{\mathbf{q}(t)}. \quad (7)$$

Анализ выражения (7) позволяет сделать вывод, что при определенной конфигурации фиксированного распределения управляющего воздействия квазимодальное разложение $\hat{\phi}_i(x)$ можно выбрать таким образом, чтобы обеспечить формирование сосредоточенных управляющих воздействий $q_i(t)$ непосредственно отдельными регуляторами контуров многоконтурного регулятора системы модального управления (см. рисунок). Такая ситуация возможна в том случае, когда

$$\int_D \hat{\phi}_i(\xi) \cdot \phi_j(\xi) \cdot d\xi = \begin{cases} Const, & \text{при } i = j, \\ 0, & \text{при } i \neq j, \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad j \in \{1, 2, \dots, M\}, \quad N=M.$$

В результате структура системы модального управления будет упрощена за счёт исключения из неё модального синтезатора.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рэй У. Методы управления технологическими процессами / Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 368 с.
2. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2005. – 292 с.
3. Рапопорт Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высш. шк., 2009. – 680 с.
4. Рапопорт Э.Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2003. – 299 с.

Статья поступила в редакцию 5 октября 2011 г.

SYNTHESIS OF CONTROL SYSTEMS WITH ORTHOGONAL REPRESENTATIONS OF DISTRIBUTED CONTROL

I.A. Danilushkin

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

An approach to the synthesis of modal control systems of objects with distributed parameters which takes into account the fixed nature of the spatial distribution of the control is suggested.

Keywords: *object with distributed parameters, modal control system, distributed control.*