

ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ УПРАВЛЯЕМОГО ПРОЦЕССА КОСВЕННОГО ПОДОГРЕВА НЕФТЕПРОДУКТОВ В ГАЗОВОЙ ПЕЧИ

Д.О. Сазонов

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
Email: sazonovdo@mail.ru

Путем применения интегрального преобразования Лапласа к уравнениям в частных производных, описывающих температурное поле нефтепродукта, получены в замкнутой форме соотношения для передаточных функций объекта управления.

Ключевые слова: газовая печь, технологический трубопровод, передаточная функция.

Процесс нагрева нефти в установке косвенного нагрева потока нефтепродукта можно в первом приближении можно описать системой дифференциальных уравнений в частных производных вида [1]

$$\frac{\partial \theta_c(y,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta_c(y,t)}{\partial y^2}, y \in [0, R], t > 0, \quad (1)$$

$$\theta_c(y,0) = \theta_{0c}(y), \theta_{0c}(y) = 0, \quad (2)$$

$$b \frac{\partial \theta_H(x,t)}{\partial t} + bV \frac{\partial \theta_H(x,t)}{\partial x} + \theta_H(x,t) = \theta_c(0,t), x \in [0, L], t > 0 \quad (3)$$

с граничными условиями, учитывающими конвективный характер внешнего теплообмена в печи и теплопередачи между стенкой трубопровода и движущимся потоком нефтепродуктов

$$\lambda \left. \frac{\partial \theta_c(y,t)}{\partial y} \right|_{y=R} = \alpha_g (\theta_g(t) - \theta_c(R,t)), \quad (4)$$

$$\lambda \left. \frac{\partial \theta_c(y,t)}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha_H (\theta_H(L,t) - \theta_c(0,t)), \quad (5)$$

$$\theta_H(0,t) = \theta_{0H}(t). \quad (6)$$

Здесь $\theta_c(y,t)$ – распределение температуры по толщине стенки трубопровода; $\theta_H(x,t)$ – распределение температуры нефти по длине трубопровода; $\theta_g(t)$ – температура газовой среды в рабочем пространстве печи, которая считается равномерно распределенной по объему теплообменной камеры за счет интенсивной рециркуляции продуктов сгорания; V – скорость перемещения нефтепродуктов по трубопроводу; $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$ – коэффициент температуропроводности; λ – коэффициент теплопроводности; c, γ – удельная теплоемкость и плотность материала стенки трубопровода; b – коэффициент, определяемый геометрическими и теплофизическими характери-

стиками процесса нагрева нефтепродукта; R, L – толщина стенки и длина трубопровода; α_g, α_H – коэффициенты конвективной теплопередачи.

Модель (1)-(5) процесса косвенного подогрева нефти в газовой печи пренебрегает: неравномерностью распределения температуры стенки по длине трубопровода ввиду высокой степени равномерности температуры газовой среды на его поверхности; цилиндрической формой поперечного сечения трубопровода ввиду малой толщины стенки по сравнению с его диаметром; неравномерностью радиального распределения температуры по сечению движущегося потока нефтепродуктов ввиду турбулентного характера их перемещения через трубопровод, выполненный в форме продуктового змеевика [1].

Ввиду малого перепада температур потока нефти по длине трубопровода по сравнению с температурой газовой среды в первом приближении принимается, что в граничном условии (5) фигурирует $\theta_H(L, t)$.

При структурном моделировании объекта с распределенными параметрами можно использовать различные методы. Одним из таких методов является применение операционного исчисления [2]. Данный метод позволяет найти передаточные функции объекта в замкнутой форме, не требующей вычисления сумм бесконечных рядов по собственным функциям при моделировании объекта управления с помощью представимых в таком виде функций Грина рассматриваемой краевой задачи [1].

Запишем граничные условия (4) и (5) в следующем виде:

$$\lambda \left. \frac{\partial \theta_c(y, t)}{\partial y} \right|_{y=R} = q_g(t); \quad (7)$$

$$\lambda \left. \frac{\partial \theta_c(y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = q_H(t), \quad (8)$$

где

$$q_g(p) = \alpha_g(\theta_g(t) - \theta_c(R, t)); \quad (9)$$

$$q_H(p) = \alpha_H(\theta_H(L, t) - \theta_c(0, t)). \quad (10)$$

В изображениях по Лапласу уравнения (1), (7) и (8) записываются следующим образом:

$$a \frac{d^2 \theta_c(y, p)}{dy^2} - p \theta_c(y, p) = 0, y \in [0, R], \quad (11)$$

$$\lambda \left. \frac{d \theta_c(y, p)}{dy} \right|_{y=R} = q_g(p); \quad (12)$$

$$\lambda \left. \frac{d \theta_c(y, p)}{dy} \right|_{y=0} = q_H(p). \quad (13)$$

Однородное уравнение второго порядка (11) имеет известное решение в виде суммы гиперболических функций [2]:

$$\theta_c(y, p) = D_1(p) \operatorname{sh}(\sqrt{\frac{p}{a}} y) + D_2(p) \operatorname{ch}(\sqrt{\frac{p}{a}} y), y \in [0, R], \quad (14)$$

где $D_1(p)$, $D_2(p)$ – произвольные интегрирования.

Найдем первую производную выражения (14) для подстановки в граничные условия:

$$\frac{d\theta_c(y,p)}{dy} = D_1(p) \sqrt{\frac{p}{a}} \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} y\right) + D_2(p) \sqrt{\frac{p}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} y\right), y \in [0, R]. \quad (15)$$

Подставляя выражение (15) в граничное условие (13) при $y = 0$, приводим его к следующему виду:

$$\left. \frac{d\theta_{c2}(y,p)}{dy} \right|_{y=0} = D_1(p) \sqrt{\frac{p}{a}} = \frac{q_H(p)}{\lambda}. \quad (16)$$

Отсюда получаем следующую формулу для определения $D_1(p)$:

$$D_1(p) = \frac{q_H(p)}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}}. \quad (17)$$

Аналогичным образом, подставляя выражение (15) в граничное условие (12) при $y = R$ с учетом найденного коэффициента $D_1(p)$ в (17), будем иметь вместо (12)

$$\left. \frac{d\theta_c(y,p)}{dy} \right|_{y=R} = \frac{q_H(p)}{\lambda} \cdot \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R\right) + D_2(p) \sqrt{\frac{p}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R\right) = \frac{q_g(p)}{\lambda}, \quad (18)$$

что позволяет вычислить $D_2(p)$:

$$D_2(p) = \frac{\frac{q_g(p)}{\lambda} - \frac{q_H(p)}{\lambda} \cdot \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R\right)}{\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R\right)}. \quad (19)$$

Полученные выражения в (17), (19) подставим в общее выражение для температурного поля стенки (14):

$$\begin{aligned} \theta_c(y,p) &= \frac{q_H(p)}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{p}{a}}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} y\right) + \\ &+ \frac{\frac{q_g(p)}{\lambda} - \frac{q_H(p)}{\lambda} \cdot \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R\right)}{\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R\right)} \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} y\right), y \in [0, R]. \end{aligned} \quad (20)$$

Выражение (20) можно записать в виде

$$\theta_c(y,p) = \frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} y\right)}{\lambda \sqrt{\frac{p}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R\right)} q_g(p) + \frac{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} (R-y)\right)}{\lambda \sqrt{\frac{p}{a}} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R\right)} q_H(p), y \in [0, R]. \quad (21)$$

Множители при $q_g(p)$, $q_H(p)$ являются заданными в замкнутой форме переда- точными функциями объекта (21) по соответствующим тепловым потокам, влияю- щим на тепловое поле стенки:

$$W_1(y,p) = \frac{\theta_c(y,p)}{q_g(p)} = \frac{ch(\sqrt{\frac{p}{a}}y)}{\lambda\sqrt{\frac{p}{a}}sh(\sqrt{\frac{p}{a}}R)}, y \in [0,R], \quad (22)$$

$$W_2(y,p) = \frac{\theta_c(y,p)}{q_H(p)} = \frac{ch(\sqrt{\frac{p}{a}}(R-y))}{\lambda\sqrt{\frac{p}{a}}sh(\sqrt{\frac{p}{a}}R)} q_H(p), y \in [0,R]. \quad (23)$$

С учетом соотношений (9), (10) получим структурную схему исследуемого объ- екта управления от входных воздействий по $\theta_g(p)$ и $\theta_H(L,p)$ к выходу $\theta_c(y,p)$ в следующем виде (рис. 1).

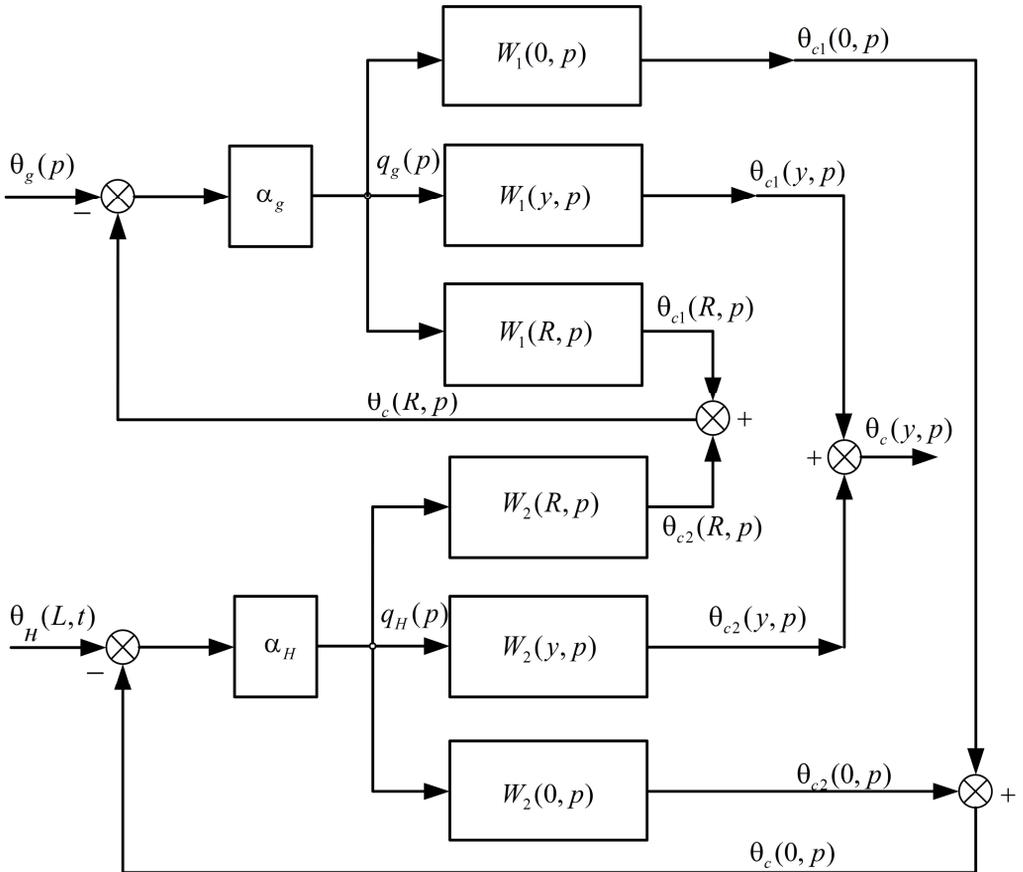


Рис. 1. Структурная схема стенки трубопровода

Исходя из уравнения (3) найдем далее функцию Грина, моделирующую соответственно температурное поле движущегося потока нефтепродуктов [2]:

$$G_H(x, \xi, t) = 1(x - \xi) \frac{1}{bV} \exp\left(-\frac{1}{bV}(x - \xi)\right) \delta\left(t - \frac{x - \xi}{V}\right), \quad (24)$$

здесь $\delta\left(t - \frac{x - \xi}{V}\right)$ – дельта-функция временного аргумента, сосредоточенная в точке

$$\tau = \frac{x - \xi}{V}.$$

Передаточная функция $W_H(x, p)$ рассматриваемого объекта управления определяется интегрированием функции Грина по длине трубопровода [2]:

$$\begin{aligned} W_H(x, p) &= \frac{\tilde{\theta}_H(x, p)}{\tilde{\theta}_c(0, p)} \int_0^L W_H(x, \xi, p) d\xi = \int_0^L \tilde{G}_H(x, \xi, p) d\xi = \\ &= \int_0^x \frac{1}{bV} \exp\left(-\frac{1 + bp}{bV}(x - \xi)\right) d\xi = \frac{1}{1 + bp} \left(1 - e^{-\frac{x}{bV}} \cdot e^{-\frac{px}{V}}\right). \end{aligned} \quad (25)$$

Структурная схема, соответствующая выражению (23), для $x = L$ приведена на рис. 2.

Объединяя структуры на рис. 1 и 2, получаем общую структурную схему исследуемого объекта управления (рис. 3).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Рапопорт Э.Я., Сазонов Д.О.* Структурное моделирование процесса технологического нагрева нефтепродукта как объекта управления с распределенными параметрами // Вестник Самарского государственного технического ун-та. Сер. Технические науки. – Самара: СамГТУ, 2012. – Вып. 2 (34). – С. 178-182.
2. *Рапопорт Э.Я.* Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высш. шк., 2003.

Статья поступила в редакцию 4 июня 2012 г.

TRANSFER FUNCTIONS FOR OPERATED INDIRECT HEATING OF PETROLEUM PRODUCTS IN A GAS FURNACE

D.O. Sazonov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

By application of Laplas's method of integration to the equations in the partial derivatives describing the temperature field of a petroleum product, the ratios for the transfer functions of the operated object having been obtained.

Keywords: gas stove, pipe technology, the transfer function.