

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПОРЫ КАЧЕНИЯ ПРИ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОМ АНАЛИЗЕ ШПИНДЕЛЬНЫХ УЗЛОВ МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ

А.Ф. Денисенко, М.В. Якимов

Самарский государственный технический университет
443 100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

E-mail: ask@samgtu.ru

Представлена методика моделирования опоры качения в виде сплошного кольца с упругими свойствами, идентичными упругим свойствам реального подшипника. Рассматривается последовательность выбора свойств материала сплошного кольца для моделирования упругих характеристик на примере роликового двухрядного конического подшипника 4-697713Л.

Ключевые слова: динамический анализ, шпиндельный узел, опора качения, упругие характеристики, полный факторный эксперимент, полином, ортотропный материал.

Определение динамических характеристик шпиндельных узлов металлорежущих станков является важным аспектом при проектировании новых конструкций шпиндельных узлов. На этапе проектирования одним из вариантов оценки собственных частот и форм колебаний шпиндельного узла является использование пакета Ansys Workbench, основанного на методе конечных элементов. Но при этом возникает проблема моделирования упругих свойств опор качения.

Как известно, упругие свойства опоры качения определяются податливостью следующих соединений: наружное кольцо – корпус, тела качения – наружное кольцо, внутреннее кольцо – тела качения, вал – внутреннее кольцо; податливостью наружного и внутреннего колец и тел качения. Моделирование опоры качения на основе вышеперечисленных податливостей при динамическом анализе в Ansys Workbench в этом случае не представляется возможным, т. к. контактные взаимодействия не учитываются. Это приводит к необходимости искать другие подходы при моделировании упругих свойств опоры качения. Одним из таких подходов является моделирование подшипника в виде сплошного кольца, обладающего упругими свойствами, идентичными упругим свойствам реального подшипника.

Таким образом, цель данной работы – разработка методики моделирования опоры качения посредством целого сплошного кольца, упругие свойства которого совпадают с упругими свойствами опоры качения.

Поскольку в опоре необходимо учитывать одновременно радиальную и осевую жесткость, которые, как правило, существенно отличаются, то для сплошного кольца это возможно только путем использования в модели материала с ортотропными свойствами. При использовании такого материала при конечно-элементном моделировании необходимо задавать шесть независимых характеристик: три модуля Юнга и три модуля сдвига, подбор которых методом простого перебора требует существенных затрат времени.

Александр Федорович Денисенко (д.т.н., профессор), заведующий кафедрой «Автомобили и станочные комплексы».

Михаил Владимирович Якимов, ассистент кафедры «Автомобили и станочные комплексы».

В связи с этим на первом этапе выбора свойств материала сплошного кольца необходимо разработать модель, определяющую упругие перемещения в материале кольца в зависимости от указанных выше шести независимых характеристик. В качестве такой модели может быть использован полином, полученный при полном факторном эксперименте. Был выбран двухуровневый полный шестифакторный эксперимент с одинаковыми диапазонами варьирования факторов. Диапазоны, верхний и нижний уровни принимались одинаковыми для всех факторов и определялись в ходе предварительных численных экспериментов по минимальному значению при сходимости матрицы жесткости. Проведение полного факторного эксперимента дает возможность получить полиномы перемещений в кольце для радиального и осевого направления. Общий вид полинома:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_5x_5 + b_6x_6 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{15}x_1x_5 + b_{16}x_1x_6 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{25}x_2x_5 + b_{26}x_2x_6 + b_{34}x_3x_4 + b_{35}x_3x_5 + b_{36}x_3x_6 + b_{45}x_4x_5 + b_{46}x_4x_6 + b_{56}x_5x_6 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{145}x_1x_4x_5 + b_{156}x_1x_5x_6 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{125}x_1x_2x_5 + b_{126}x_1x_2x_6 + b_{135}x_1x_3x_5 + b_{136}x_1x_3x_6 + b_{146}x_1x_4x_6 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{245}x_2x_4x_5 + b_{236}x_2x_3x_6 + b_{246}x_2x_4x_6 + b_{256}x_2x_5x_6 + b_{345}x_3x_4x_5 + b_{346}x_3x_4x_6 + b_{456}x_4x_5x_6 + b_{523}x_5x_2x_3 + b_{653}x_6x_5x_3 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4 + b_{2345}x_2x_3x_4x_5 + b_{3456}x_3x_4x_5x_6 + b_{1345}x_1x_3x_4x_5 + b_{1346}x_1x_3x_4x_6 + b_{1456}x_1x_4x_5x_6 + b_{2456}x_2x_4x_5x_6 + b_{2356}x_2x_3x_5x_6 + b_{2346}x_2x_3x_4x_6 + b_{3156}x_3x_1x_5x_6 + b_{1235}x_1x_2x_3x_5 + b_{1236}x_1x_2x_3x_6 + b_{2156}x_2x_1x_5x_6 + b_{1246}x_1x_2x_4x_6 + b_{1245}x_1x_2x_4x_5 + b_{12345}x_1x_2x_3x_4x_5 + b_{23456}x_2x_3x_4x_5x_6 + b_{34561}x_3x_4x_5x_6x_1 + b_{12456}x_1x_2x_4x_5x_6 + b_{12356}x_1x_2x_3x_5x_6 + b_{12346}x_1x_2x_3x_4x_6 + b_{123456}x_1x_2x_3x_4x_5x_6$$

Окончательный выбор упругих характеристик материала кольца производится путем сравнения значений упругих перемещений подшипника, рассчитанных по литературным источникам или полученных экспериментально, со значениями, определенными по полиному. Производится корректировка факторов в пределах диапазона варьирования с целью совпадения (с требуемой точностью) расчетных и полиномиальных значений перемещений.

Покажем на примере роликового двухрядного конического подшипника с буртом на наружном кольце 4-697713Л, нагруженного последовательно силой 100 Н в радиальном и осевом направлении, методику выбора характеристик математической модели (табл. 1).

Таблица 1

Исходные данные полного факторного эксперимента

Варьируемые факторы		Нулевой уровень	Интервал варьирования	Верхний уровень	Нижний уровень
Модуль Юнга $E_x(x_1)$	Натуральное значение, Па	$1,3 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1
Модуль Юнга $E_y(x_2)$	Натуральное значение, Па	$1,3 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1
Модуль Юнга $E_z(x_3)$	Натуральное значение, Па	$1,3 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1
Модуль сдвига $G_{xy}(x_4)$	Натуральное значение, Па	$1,3 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1
Модуль	Натуральное значение, Па	$1,3 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$

сдвига $G_{yz} (x_5)$	Кодированное значение	0	1	1	-1
Модуль сдвига $G_{xz} (x_6)$	Натуральное значение, Па	$1,3 \cdot 10^9$	$7 \cdot 10^8$	$2 \cdot 10^9$	$6 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1

Данный тип подшипника используется в передней опоре шпиндельных узлов станков модели 16Б16П и 16Б16Т1 Средневолжского станкозавода.

На рис. 1 представлены чертеж и объемная геометрическая модель сплошного кольца и вала. Геометрические размеры кольца соответствуют габаритным размерам реальной подшипниковой опоры данного типоразмера. Материал вала – изотропный, $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu = 0,3$, материал кольца – ортотропный, $\mu = 0,3$, модули Юнга E_x , E_y , E_z и модули сдвига G_{xy} , G_{yz} , G_{xz} – варьируемые в пределах указанных в табл. 1 диапазонов.

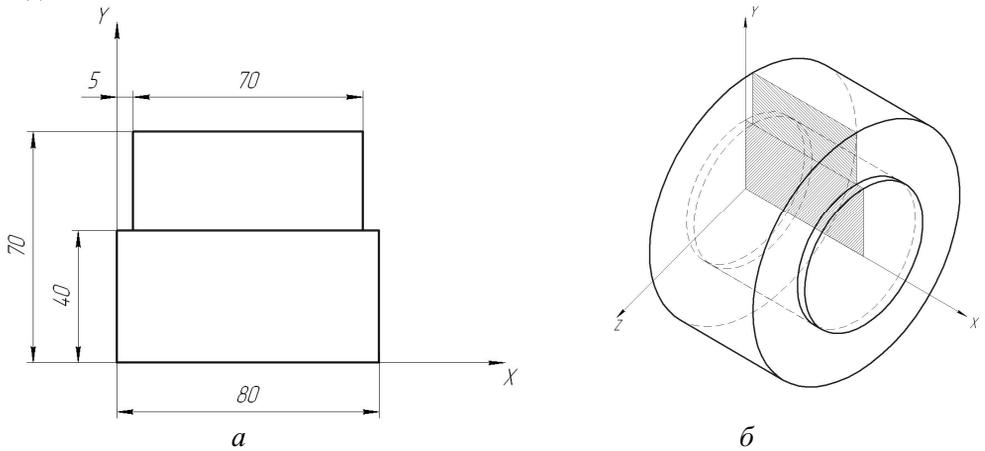


Рис. 1. Геометрическая модель

Геометрическая модель разбивалась на конечные элементы размером 0,008 м (рис. 2).

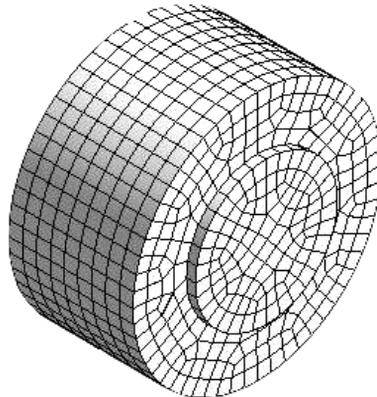


Рис. 2. Конечно-элементная модель опоры качения

Наружной поверхности кольца запрещались перемещения по всем трем координатам. Нагрузка величиной 100 Н прикладывалась симметрично к обоим торцам вала сначала в радиальном (рис. 3, а), потом в осевом (рис. 3, б) направлении.

Упругие свойства кольца оценивались по максимальным перемещениям в радиальном и осевом направлениях.

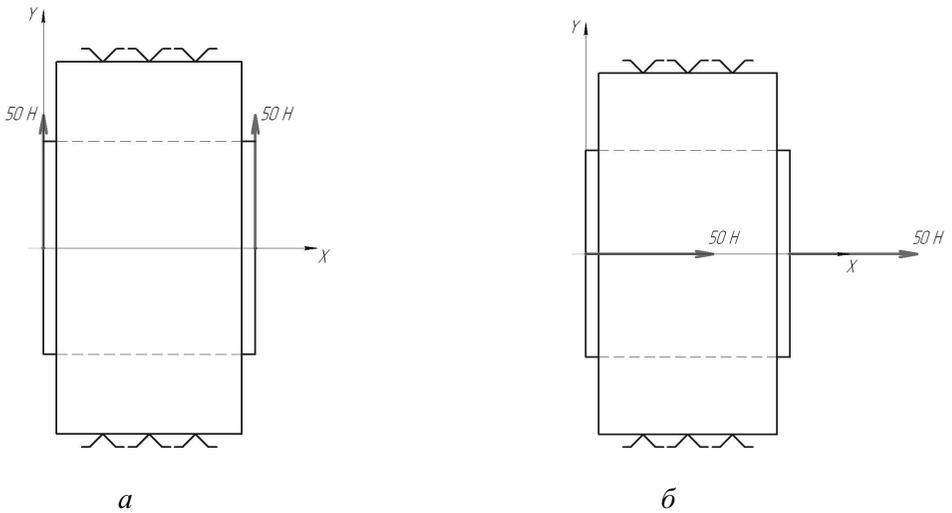


Рис. 3. Расчетные схемы для оценки радиальной (а) и осевой (б) деформаций опоры качения

По результатам численного эксперимента построены полиномы, позволяющие вычислить перемещения вала относительно закрепленной наружной поверхности кольца при действии нагрузки как в радиальном, так и в осевом направлении (т. е. упругие деформации кольца).

Анализ полученных полиномов показал, что значимость учитываемых факторов существенно отличается. Для проведения ранжирования факторов в полином подставлялись кодированные значения шести факторов. Причем значения одного из факторов варьировались во всем диапазоне, а величины пяти других факторов принимались равными нулевому уровню. По результатам проведенных расчетов построены следующие графики (рис. 4).

Из графиков можно сделать следующие выводы. На радиальную податливость упругого кольца оказывают влияние четыре фактора: E_x , E_y , E_z , G_{yz} , причем для фактора E_x зависимость прямая, т. е. при возрастании величины E_x перемещения в направлении оси Y также увеличиваются, для остальных трех факторов зависимость обратная – увеличение E_y , E_z , G_{yz} приводит к снижению величины перемещений. Также следует отметить, что наибольшее влияние из всех факторов оказывает E_y , а наименьшее E_z . В результате получена следующая последовательность факторов, влияющих на радиальную податливость, в порядке убывания их значимости: E_y , G_{yz} , E_z , E_x .

На осевую податливость упругого кольца в основном влияют два фактора: G_{xy} и G_{xz} , остальные факторы имеют слабое воздействие на перемещения в направлении оси X. Причем значимость обоих факторов одинакова.

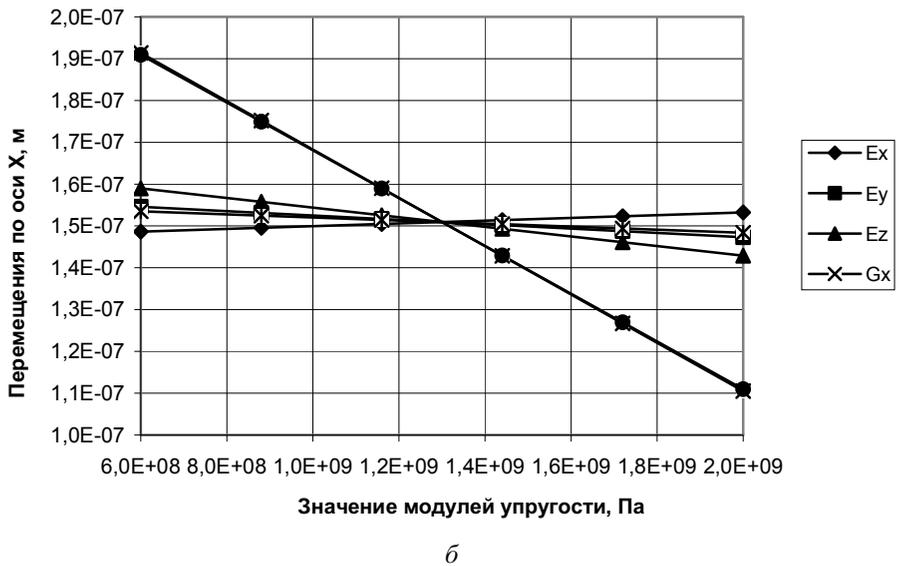
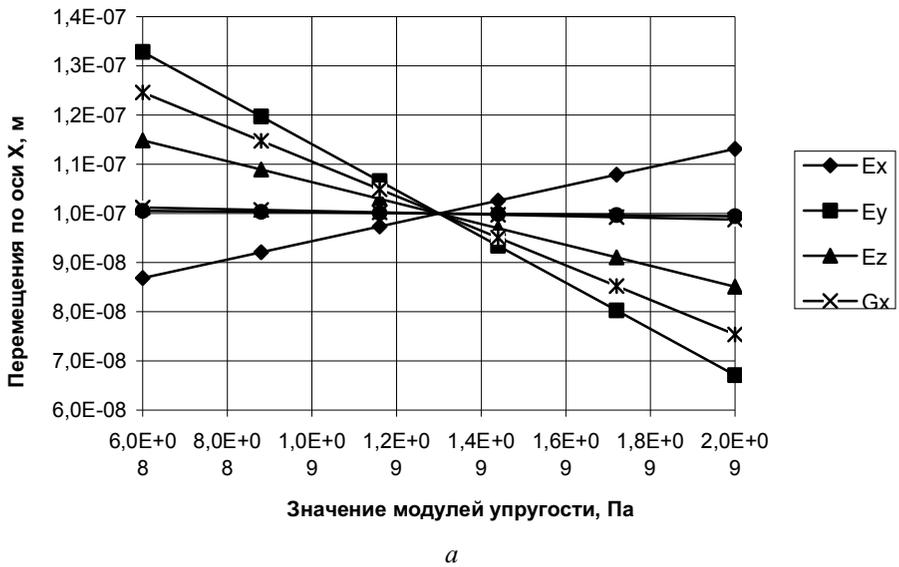


Рис. 4. Графики, используемые для ранжирования факторов

Таким образом, можно сделать вывод, что на упругие свойства в радиальном и осевом направлениях влияют различные модули Юнга и модули сдвига. Это позволяет, варьируя те или иные модули Юнга и модули сдвига, добиваться независимых значений податливости в радиальном и осевом направлениях.

На основании сделанных выводов построены упрощенные полиномы для задания упругих свойств ортотропного материала кольца для каждого из направлений.

Перемещения по оси Y:

$$\begin{aligned}
 Y = & 1,00E-07 + (1,31E-08 \cdot x_1) + (-3,28E-08 \cdot x_2) + (-1,48E-08 \cdot x_3) + \\
 & + (-2,45E-08 \cdot x_5) + (-6,34E-10 \cdot x_1x_2) + (7,39E-09 \cdot x_1x_3) + (-4,83E-09 \cdot x_1x_5) + \\
 & + (6,83E-09 \cdot x_2x_3) + (1,4E-08 \cdot x_2x_5) + (5,87E-09 \cdot x_3x_5) + (-1,33E-09 \cdot x_1x_2x_3) + \\
 & + (2,42E-09 \cdot x_1x_2x_5) + (-1,662E-09 \cdot x_1x_3x_5) + (-4E-09 \cdot x_3x_2x_3) + (1,51E-09 \cdot x_1x_2x_3x_5)
 \end{aligned}$$

Перемещения по оси X:

$$X = 1,51E-07 + (-4,04E-08 \cdot x_4) + (-3,99E-08 \cdot x_6) + (1,7E-08 \cdot x_4 \cdot x_6)$$

По аналитическим зависимостям [1] для подшипника 4-697713Л под действием радиальной и осевой нагрузок в 100 Н получены следующие значения упругих характеристик: радиальные перемещения – $1,1473 \cdot 10^{-7}$ м, осевые перемещения – $3,5259 \cdot 10^{-7}$ м.

Анализ матрицы эксперимента выявил, что значения перемещений в радиальном направлении, полученные по аналитическим зависимостям, лежат внутри диапазона значений аналогичных перемещений, выявленных в ходе моделирования в Ansys. Таким образом, по сокращенному полиному для упругих перемещений по оси Y можно подобрать материал с такими же упругими свойствами, как и передняя опора шпиндельного узла токарного станка 16Б16П.

В то же время значения осевых перемещений лежат выше диапазона значений, полученных при численном эксперименте (максимальное значение составляет $2,67 \cdot 10^{-7}$ м). Поэтому для получения необходимой величины осевой податливости следует снизить верхний и нижний уровни факторов, влияющих на осевую податливость (модулей сдвига G_{xy} и G_{xz}), с одновременным сужением диапазонов их варьирования (табл. 2).

Таблица 2

Натуральные и действительные значения модулей сдвига G_{xy} и G_{xz}

Варьируемые факторы		Нулевой уровень	Интервал варьирования	Верхний уровень	Нижний уровень
Модуль сдвига $G_{xy}(x_4)$	Натуральное значение, Па	$3,5 \cdot 10^8$	$2,5 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1
Модуль сдвига $G_{xz}(x_6)$	Натуральное значение, Па	$3,5 \cdot 10^8$	$2,5 \cdot 10^8$	$6 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^8$
	Кодированное значение	0	1	1	-1

Сделанные уточнения верхних, нижних уровней и величины диапазона варьирования модулей сдвига G_{xy} и G_{xz} позволили получить сокращенные полиномы определения осевых и радиальных перемещений в следующем виде.

Перемещения по оси Y:

$$Y = 1,05E-07 + (9,54E-09 \cdot x_1) + (-3,31E-08 \cdot x_2) + (-1,17E-08 \cdot x_3) + (-2,64E-08 \cdot x_5) + (-2,7E-10 \cdot x_1 \cdot x_2) + (4,95E-09 \cdot x_1 \cdot x_3) + (-3,7E-09 \cdot x_1 \cdot x_5) + (5,82E-09 \cdot x_2 \cdot x_3) + (1,41E-08 \cdot x_2 \cdot x_5) + (4,87E-09 \cdot x_3 \cdot x_5) + (-1,63E-09 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (9,2E-10 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_5) + (-1,79E-09 \cdot x_1 \cdot x_3 \cdot x_5) + (-3,31E-09 \cdot x_5 \cdot x_2 \cdot x_3) + (1,04E-09 \cdot x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_5)$$

Перемещения по оси X:

$$X = 6,19E-07 + (-2,75E-07 \cdot x_4) + (-2,74E-07 \cdot x_6) + (1,78E-07 \cdot x_4 \cdot x_6)$$

Так как полином расчета радиальных перемещений содержит четыре неизвестных, необходимо приравнять к нулю три из них, т. е. принять значение трех факторов на нулевом уровне. Четвертый фактор, оставшийся свободным, должен быть наиболее значимым. Далее методом подбора, используя лишь одну неизвестную, находим значение перемещений, наиболее близкое к значению, найденному по ана-

литическим зависимостям. В итоге мы получим величину наиболее значимого фактора при определенном значении радиальных перемещений. Если при этом не удалось добиться приемлемой сходимости между значением перемещений, полученным с использованием аналитических зависимостей и при расчете полинома, то необходимо перейти к варьированию второго значимого фактора. При этом в полином подставляется уже найденное ранее предельное значение первого значимого фактора, второй фактор варьируется, два остальных остаются на нулевом уровне, т. е. равны нулю. Полученные по полиному значения сравниваются с рассчитанными по формулам. Используя описанный выше алгоритм, добиваются максимального совпадения значений, при необходимости варьируя оставшиеся два фактора.

По данной методике подобраны следующие свойства материала, моделирующего подшипник 4-697713Л: $E_x = 1,3 \cdot 10^9$ Па, $E_y = 1,05 \cdot 10^9$ Па, $E_z = 1,3 \cdot 10^9$ Па, $G_{xy} = 5,95 \cdot 10^8$ Па, $G_{yz} = 1,3 \cdot 10^9$ Па и $G_{xz} = 3,5 \cdot 10^8$ Па

Таким образом, получены упругие характеристики материала модели опоры качения в виде сплошного кольца, которые могут быть использованы при оценке динамических характеристик шпиндельного узла.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бейзельман Р.Д., Перель Л.Я. Подшипники качения: Справочник. Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1975. – 572 с.

Статья поступила в редакцию 5 марта 2012 г.

SIMULATION OF ROLLING BEARINGS FOR THE USE OF FINITE ELEMENT ANALYSIS OF MACHINE TOOL SPINDLES

A.F. Denisenko, M.V. Yakimov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

This paper presents a methodology of modeling of rolling bearings as a solid ring with elastic properties identical elastic properties of the real bearing. A sequence of selection of the material properties of a solid ring to simulate the elastic characteristics of the roller bearing double-row tapered 4-697713L.

Keywords: *dynamic analysis, spindle assembly, the support bearings, the elastic characteristics of the full factorial experiment, a polynomial, orthotropic material.*