УДК 681.3

МОДЕЛЬ ЭВОЛЮЦИИ ТРАНСПОРТНОЙ СЕТИ УРБАНИЗИРОВАННОЙ ТЕРРИТОРИИ

Т.И. Михеева, О.В. Сапрыкина

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева
(национальный исследовательский университет)
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

E-mail: ssau@ssau.ru

Приводятся объектно-ориентированные модели, описывающие основные понятия предметной области «Организация дорожного движения и перевозок», такие как улично-дорожная сеть города, транспортный поток, управление транспортным потоком. На данных моделях строится интеллектуальная транспортная система.

Ключевые слова: *объектно ориентированная модель, матрица корреспонденций, вырожденная модель эволюционного развития сети, топологические изменения сети, планограмма.*

Давний интерес к пространственной структуре транспортных сетей основан на значительном воздействии структуры сети на анатомию глобального функционирования всей инфраструктуры урбанизированной территории. Одним из значимых показателей комфорта современного города является наличие системы транспортных сетей, способствующих передвижению населения. На данный момент существуют многочисленные методы моделирования развития транспортных сетей. Однако большинство из них не столь эффективны и не дают существенных результатов. Приводится вырожденная модель эволюционного развития сети урбанизированной территории, позволяющая формировать сеть оптимальной топологии на основе заданного каркаса и матриц корреспонденций путем укрепления более ценных связей и удаления менее значимых. Данная модель представляет собой наблюдаемый на практике процесс роста сети, в которой наиболее используемые связи укрепляются и в конечном итоге преобразуются в магистрали, шоссе или автострады, в то время как менее используемые ослабляются и со временем удаляются из модели.

Вырожденная модель эволюционного развития сети представляет собой итерационный процесс роста сети за дискретное время T. В каждый период t_i осуществляются топологические изменения транспортной сети. Процесс повторятся до получения уравновешенной модели. В качестве входных параметров модели используются матрицы корреспонденций $M^r_{t_k}$, M_{t_k} и заданный вид двухмерной сетки.

На начальном этапе построения модели регулярная двухмерная сетка накладывается на точечную адресную планограмму распределения народонаселения урбанизированной территории и служит каркасом будущей транспортной сети. Линии сетки являются прообразом связей, а их пересечения – узлами. Большинство населенных пунктов имеют сложную конфигурацию поверхностной транспортной инфраструктуры, однако для подавляющего множества транспортных узлов города движение можно осуществить в одном из четырех направлений, то есть поворот от каждо-

---

Татьяна Ивановна Михеева (д.т.н., профессор), профессор кафедры «Организация и управление перевозками на транспорте».

Ольга Валерьевна Сапрыкина, аспирант.

го узла можно сделать либо на 90°, либо на число, кратное 90°. Таким образом, на улично-дорожную сеть урбанизированной территории накладывается прямоугольная сетка (рис. 1, *а*). Однако на подобной сетке не всегда можно смоделировать оптимальную улично-дорожную сеть. Для лучшего приближения по критериям оптимальности к искомой топологии сети резоннее использовать полносвязную (рис. 1, *б*) или шестиугольную (рис. 1, *в*) сетку. При этом стоит заметить, что чем большее число направлений окажется доступным из исходного узла, тем короче будет расстояние между исходным и конечным узлами. Такая сеть становится избыточной и значительно «утяжеляет» модель. В шестиугольной сетке угол пересекающихся в узле связей равен или кратен 30°, полносвязная представляет собой сетку, в которой соединена каждая пара исходных узлов.

Матрицы корреспонденций $M_{t_k}^{r_j}$, M_{t_k} формируются с учетом дня недели и времени суток. Выделим следующие виды матриц.

1. Матрица рабочего дня M_{t_k}, снятая в t_k-период, где t_k определяет рабочий день с понедельника по пятницу ($k=\overline{1,5}$) в промежутках времени вне часов пик $t_k^{r_j}$ ($j=\overline{0,24}$).

2. Матрица рабочего дня $M_{t_k}^{r_j}$, снятая в t_k-период, где t_k определяет рабочий день с понедельника по пятницу ($k=\overline{1,5}$) в промежутках времени в часы пик $t_k^{r_j}$ ($j=\overline{0,24}$).

3. Матрица рабочего дня $M_{t_5}^{r_j}$, снятая в t_k-период, где t_k определяет рабочий день (пятница) ($k=5$) в промежутках времени вечернего часа пик $t_k^{r_j}$ ($j=\overline{17,22}$).

4. Матрица выходного дня M_{t_k}, снятая в t_k-период, где t_k определяет выходной день (суббота или воскресенье) ($k=\overline{6,7}$) в промежутках времени вне часов пик $t_k^{r_j}$ ($j=\overline{0,24}$).

5. Матрица выходного дня $M_{t_k}^{r_j}$, снятая в t_k-период, где t_k определяет выходной день (суббота или воскресенье) ($k=\overline{6,7}$) в промежутках времени в утренний час пик субботы $t_6^{r_j}$ ($j=\overline{7,10}$) или вечерний час пик воскресенье $t_7^{r_j}$ ($j=\overline{17,22}$).

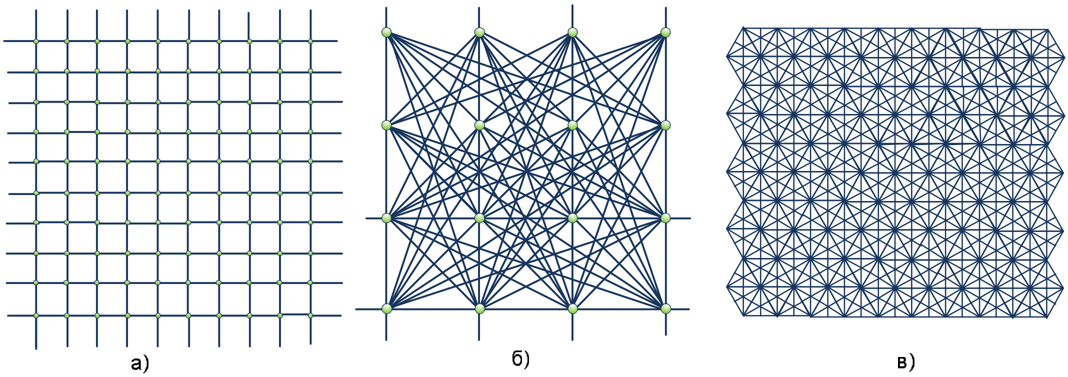

Рис. 1. Прямоугольная (*а*), полносвязная (*б*) и шестиугольная (*в*) сетки

Матрицы корреспонденций $M_{t_k}^{r_j}$, M_{t_k}, подающиеся в качестве входных параметров модели, являются совокупностью вышеописанных типов матриц в следующих пропорциях:

$$M = 5 \cdot (c_1 \cdot M_{t_k} + c_2 \cdot M_{t_k}^{r_j}) + c_3 \cdot M_{t_5}^{r_j} + 2 \cdot (c_4 \cdot M_{t_k} + c_5 \cdot M_{t_k}^{r_j}), \quad (1)$$

где c_i – коэффициент процентного отношения частоты возникновения i-го типа матрицы корреспонденции от общего количества матриц за неделю.

Эволюционный процесс роста транспортной сети основан на модели активного интеллектуального объекта – агента. Агенты распределены по заданной двумерной сетке согласно матрице корреспонденции. Первоначально транспортная сеть представляет собой полностью заданную двумерную сетку – каркас. Передвигаясь по каркасу согласно назначенным правилам (интеллектуальной функции), каждый агент динамически моделирует свою траекторию движения. При запуске итерационного алгоритма вырожденной модели эволюционного роста сети для всех интеллектуальных объектов по количеству заданных матриц корреспонденции на каждой новой итерации происходит укрепление или ослабление связей первоначального каркаса. Когда при очередном временном цикле произведенная модификация топологии сети будет незначительна, то есть модель сети станет устойчивой, процесс формирования топологии сети будет закончен.

Алгоритм движения активного интеллектуального объекта по сети запускается для каждого агента и включает три шага: поиск кратчайшего пути, вычисление обобщенной стоимости связей и оценку стоимости доступа.

Шаг 1. Поиск кратчайшего пути. С помощью алгоритма Дейкстры определяются минимальные расстояния от текущего узла до всех остальных узлов сети. Найденная траектория представляет собой набор последовательных связей a вдоль минимального пути по сетке.

Шаг 2. Для каждой связи a, принадлежащей найденной минимальной траектории, вычисляется обобщенная стоимость s_a^t в период времени t. Обобщенная стоимость вычисляется как линейная комбинация стоимости времени и денежной стоимости:

$$s_a^t = \frac{\eta^{l_a}}{v_a^t} + \tau(l_a)^{\rho_1} (f_a^t)^{\rho_2} (v_a^t)^{\rho_3}, \forall a \in \{A^t\}, \quad (2)$$

где η – значение времени; l_a – длина связи a; f – средний объем потока; v – средняя скорость связи a в периоде времени t. Коэффициенты обозначают: τ – норма потерь, ρ_1, ρ_2, и ρ_3 – коэффициент длины, коэффициент потока и коэффициент скорости соответственно.

Шаг 3. Для оценки стоимости доступа рассмотрим минимальную траекторию от исходного узла R до узла назначения S, которую обозначим как T_{RS}. Предположим, что m ячеек сетки r_1, r_2, r_m присоединены к узлу R и n ячеек сетки s_1, s_2, s_n присоединены к узлу S. Тогда стоимость доступа от исходного узла R к узлу назначения S вдоль самого короткого пути для итерации i может быть вычислена как

$$T_{RS}^{i} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\eta d_{rj}}{v_0}\right) + \sum_{a} t_a^i q_{a,RS}^i + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\eta d_{sk}}{v_0}\right). \quad (3)$$

Первое слагаемое (1) уравнения вычисляет среднюю стоимость доступа, идущую от ячеек, прикрепленных к узлу R. Переменная d_{rj} представляет расстояние от ячейки rj к узлу R. Переменная v_0 является минимальной скоростью, которая может интерпретироваться как скорость шага для того, чтобы получить доступ к самым близким узлам сетки. Точно так же третье слагаемое (1) вычисляет среднюю стоимость доступа от узла S к ячейкам, привязанным к нему. Вторая часть суммирует обобщенную стоимость связей в T_{RS}, где $q_{a,RS}^i$ – фиктивная переменная, которая равна 1, если связь принадлежит T_{RS}, и 0 иначе. Общая схема вырожденной модели эволюционного развития улично-дорожной сети урбанизированной территории представлена на рис. 2.

Для определения эффективности полученной транспортной сети используются пространственные величины, среди которых – соединяемость, разнородность, плотность и геометрические шаблоны связи.

Критерий соединяемости транспортной сети был введен в 1960-х гг. для графоаналитических измерений анализа сети. Критерий включает четыре элементарных графоаналитических индекса – *альфа-индекс, бета-индекс, гамма-индекс и цикломатическое число*. Цикломатическое число указывает число кругооборотов в сети. Альфа-индекс – отношение между фактическим числом кругооборотов в сети и максимальным числом кругооборотов. Бета-индекс – отношение между числом связей и числом узлов. Гамма-индекс сравнивает фактическое число связей с максимальным числом возможных связей в сети.

Три индекса используются для оценки связей в сети, их значения колеблются в диапазоне от 0 до 1, причем более высокое значение указывает на большую связь сети. Гамма-индекс вычисляется следующим образом:

$$\gamma = \frac{e}{3(\nu - 2)}, \quad (4)$$

где e – число дуг (направленные связи), ν – число вершин (узлы).

Еще одной графоаналитической величиной является плотность сети D, которая измеряет длину связей на единицу поверхности. Величина D прямо пропорциональна развитию сети. Плотность сети измеряется длиной связей L к области территории B:

$$D = \frac{L}{B}. \quad (5)$$

В последние годы в исследовании сетей используются крупномасштабные статистические свойства сложных сетей, такие как иерархия и степень узлов. Степень узла предопределяет его значимость. Не всегда эти величины могут использоваться для транспортных сетей, поэтому вводится понятие энтропии как указателя на иерархический атрибут связи в транспортной сети. Связи транспортной сети могут быть сгруппированы в подмножества, основанные на различных атрибутах связи, таких как скорость, функциональный тип, объем перевозок или срок службы. Пропорция каждого подмножества вычислена как частота связей в этом подмножестве к общему количеству связей. Затем пропорции собраны вместе по величине энтропии.

Например, величина по энтропии H относительно скоростей связи определена как

$$\gamma = -\sum_{k=1}^{\infty} p_k \log_2(p_k), \qquad (6)$$

где p_k – пропорция связей на k-уровне относительно общего количества существующих связей. Связи упорядочены в гистограмму по скоростям. Связи, скорость которых попадает в диапазон $[k-1, k]$, отнесены к k-уровню.

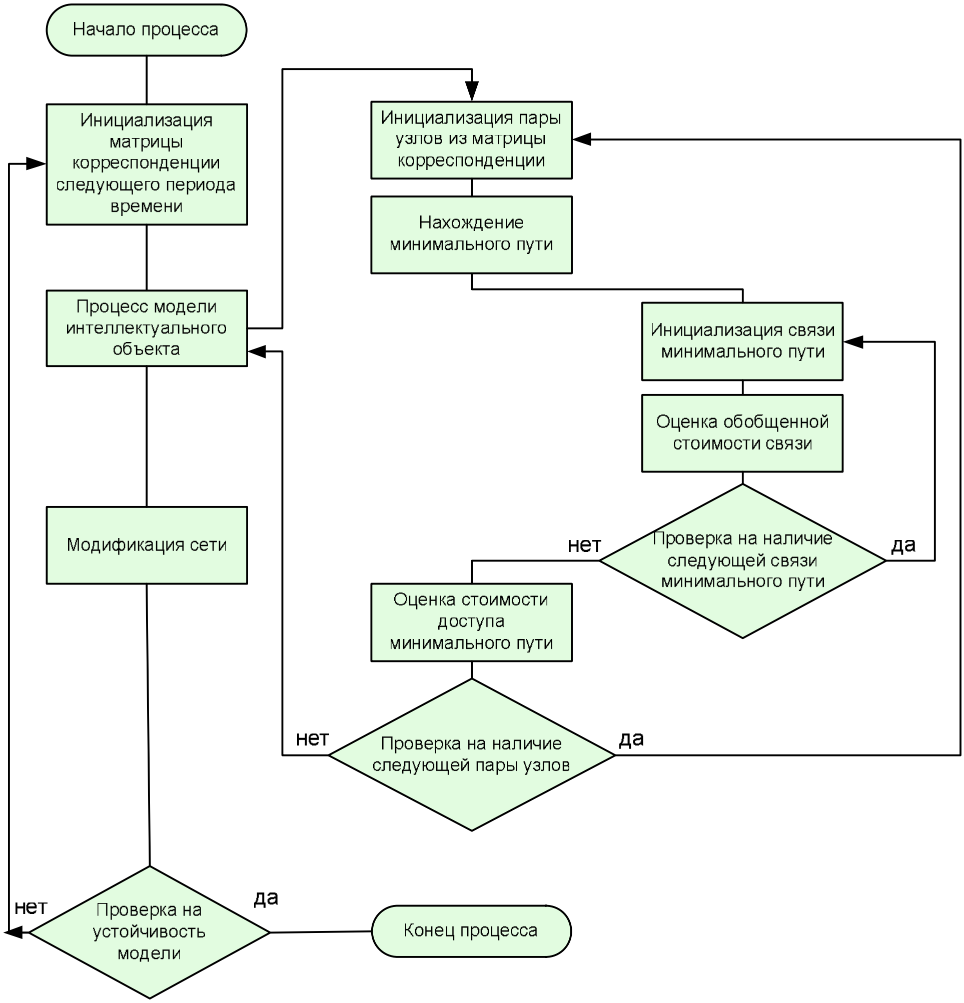

Рис. 2. Схема алгоритма моделирования эволюционного роста улично-дорожной сети

Еще одним важным индикатором транспортной системы является так называемый индекс *Gini* (*G*), используемый для определения плотности транспортных потоков вдоль связей в сети. Важность связей может быть охарактеризована числом транспортных средств или пассажиров, которые проходят через нее в пределах некоторого временного интервала. Связь измеряется в километрах, и ее фактическое использование определяется ежедневными поездками транспортного средства q_v или пассажирскими поездками q_p. Индекс G для q_v или G для q_p распределения на сети в дискретной форме определяется следующим образом:

$$G = 1 - \sum_{k=1}^{K} (x_k - x_{k-1})(y_k + y_{k+1}), \quad (7)$$

где x_k представляет собой суммарную часть связей для $k = 0,1,...,K$, в то время как y_k представляет суммарную часть общего q_v или q_p. Связи отсортированы в порядке возрастания согласно q_v или q_p, которые получены на связях.

Для отображения использования городской территории и транспортной инфраструктуры на основе пространственных паттернов кластеризации значимыми являются величины момента инерции распределения рабочих мест I и эквивалентный радиус r. Момент инерции распределения рабочих мест в городской области вычисляется как

$$I = \sum_{k=1}^{n} j_k d_k^2, \quad (8)$$

где j_k представляет занятость зоны k, d_k – расстояние между центром тяготения k-*й* зоны и центром городской территории.

Эквивалентный радиус вычисляется как

$$r = \sqrt{\frac{I}{\sum_k j_k}} \quad (9)$$

и по сути отображает, насколько далеко распространена «занятость населения» от центра городской территории. Нулевое значение радиуса указывает, что все население занято в центре области, в то время как большой радиус указывает, что занятость расположена далеко от центра.

Для определения и идентификации типичных геометрических паттернов, присущих транспортным сетям, разработан теоретический графовый алгоритм и предложены количественные меры для оценки относительного значения каждого типа связи. Значение предопределенных структурных элементов транспортной сети, таких как кольцо, сеть, цикл и ветвь, определено и оценено следующими уравнениями:

$$\phi_{ring} = \frac{\sum_i (l_i \delta_i^{ring})}{\sum_i l_i}, \quad (10)$$

где l_i – длина индивидуальной связи i; δ_i^{ring} равно 1, когда связь принадлежит кольцу; аналогично

$$\phi_{web} = \frac{\sum_i (l_i \delta_i^{web})}{\sum_i l_i}. \quad (11)$$

Отметим, что если связь принадлежит одному и только одному циклу, то она принадлежит кольцу; если она расположена более чем в одном цикле, то она принадлежит сети. Если связь принадлежит сети или кольцу, она определена как связь цикла, в противном случае она определяется как связь ветки, следовательно

$$\phi_{circuit} = \phi_{ring} + \phi_{web}; \quad (12)$$

$$\phi_{tree} = 1 - \phi_{ring} - \phi_{web}\,. \qquad (13)$$

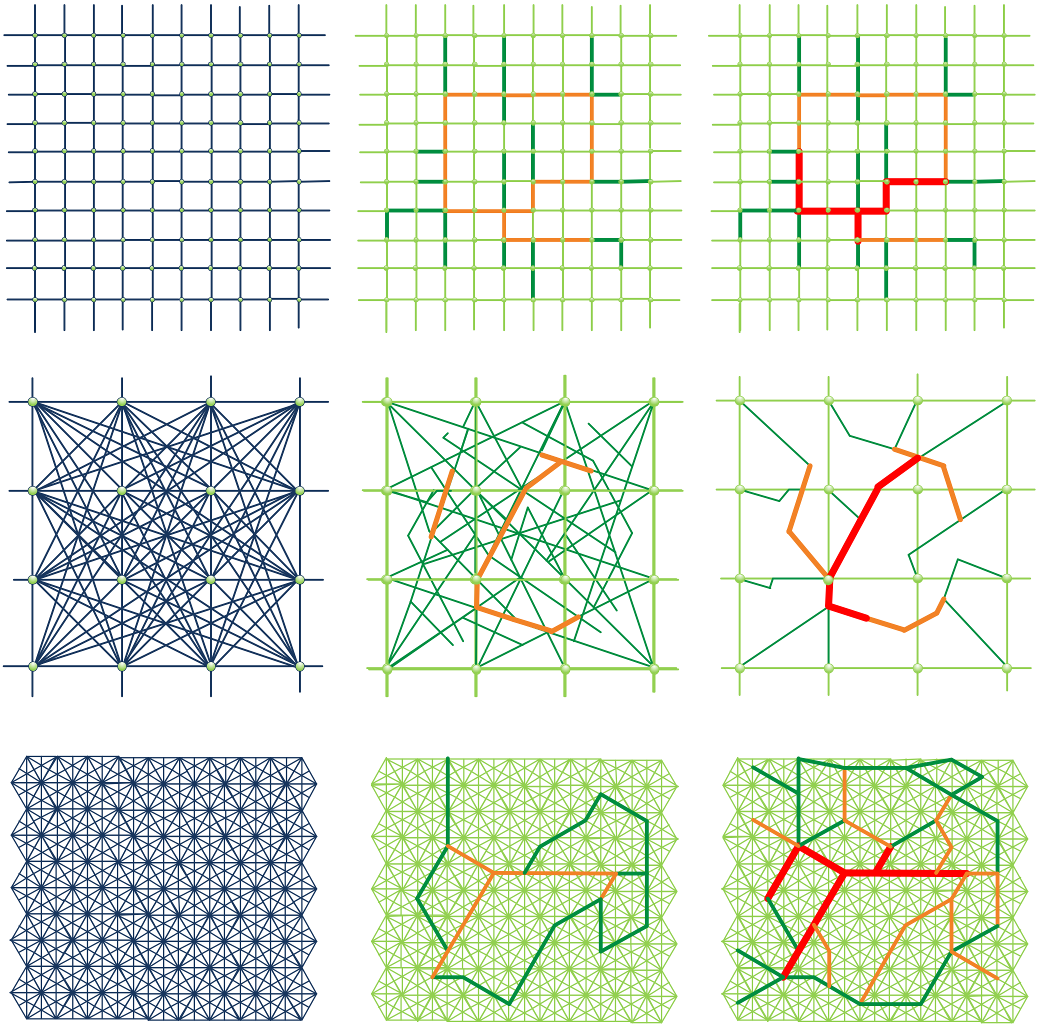

Рис. 3. Вырожденная модель эволюционного роста сети на различных каркасах

На рис. 3 приведены примеры работы предложенной вырожденной модели эволюционного роста сети. На основе прямоугольной, полносвязной и шестиугольной сеток малого масштаба проводится динамическое моделирование топологии транспортной сети. Получившиеся итоговые связи классифицируются в пять уровней согласно трафику. Для оценки эффективности полученной топологии сети используются описанные критерии оценки – плотность сети, гамма-индекс, энтропия сети, индекс *G*, величина иерархии. Для уменьшения вычислительной сложности алгоритма рекомендуется вычислять данные критерии через каждые пять итераций.

Внедрение описанной модели в разработку интеллектуальной транспортной системы г. Самары в качестве одного из возможных вариантов решения задачи оптимизации улично-дорожной сети будет способствовать более рациональной организации дорожного движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Black W.* An Iterative Model for Generating Transportation Networks / Geographical Analysis. V. 3, 1971. P. 283–288.
2. *Levinson D., Yerra B.* Self-Organization of Surface Transportation Networks / Transportation Science. V. 40, 2006. P. 179–188.
3. *Михеева Т.И.* Построение математических моделей объектов улично-дорожной сети города с использованием геоинформационных технологий // Информационные технологии. – 2006. – №1. – С. 69-75.
4. *Михеева Т.И., Демьяненко Р.В., Большаков А.С.* Обобщенный метод проектирования модели улично-дорожной сети // Математика. Компьютер. Образование: Тезисы докладов XIII международной конф. – М.-Ижевск: МГУ, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. – С. 78.
5. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: построение и анализ. – М.: МЦНМО, 2001. – 960 с.
6. *Михеева Т.И., Петряшина Ю.В.* Алгоритмы триангуляции плоских областей по нерегулярным сетям точек // Перспективные информационные технологии в научных исследованиях, проектировании и обучении (ПИТ-2006): Труды научно-техн. конф. с межд. участ. Т. 2. – Самара, 2006. – С. 48-54.

Статья поступила в редакцию 6 июня 2012 г.

TRANSPORT NETWORK EVOLUTION MODEL OF THE URBAN AREA

T.I. Micheeva, O.V. Saprykina

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University)
34, Moskovskoye sh., Samara, 443086

The object-oriented models describing basic concepts of a subject domain «Organization of road traffic», such as a street-road network of city, transport stream, control of a transport stream are introduced. The above taxonomic models are used to set up a computer aided traffic control system.

Keywords: *object-oriented model, the matrix of correspondence, the degenerate model of the evolutionary development of the network, topological changes in the network, planogram.*

Tatiana I. Micheeva (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Olga V. Saprykina, Postgraduate Student.