УДК 519.874

УПРАВЛЕНИЕ РАЗМЕЩЕНИЕМ СЫРЬЯ НА ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩЕМ ПРЕДПРИЯТИИ

А.И. Пугачев

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрены проблемы обеспечения максимальной переработки сырья, связанные с его предварительным размещением на этапе заготовки. Теоретически обоснована стратегия рационального размещения поступающих партий сырья в системе хранения предприятия. Предложена основанная на этой стратегии методика оптимального выбора звеньев хранения для размещения каждой поступающей партии.

Ключевые слова*: партия сырья, показатели качества, звенья хранения, распределение ресурсов.*

Определяющая роль сырья и его качественных показателей является главной специфической чертой перерабатывающих предприятий. В условиях, когда параметры качества поступающих партий сырья отличаются друг от друга, сырье базисного качества, требуемого для производства, получают путем смешивания сырья из разных партий [1, 2]. С этой целью в процессе заготовки сырье с разными показателями качества размещают в разных звеньях системы хранения. Число звеньев всегда ограничено, что заставляет размещать в каждом звене сырье из нескольких исходных партий с разным составом показателей качества. Это приводит к естественному смешиванию сырья с усреднением его показателей качества. Если в процессе заготовки размещение сырья не контролировать, то в дальнейшем возможности получения производственных партий сырья базисного качества в виде смесей из нескольких звеньев хранения могут оказаться сильно ограниченными [3]. Критерием же рационального размещения поступающей партии является возможность получения из имеющихся запасов максимума сырьевой смеси базисного качества.

В данной статье теоретически обосновывается стратегия размещения поступающих партий сырья в соответствии с данным критерием в системе хранения предприятия, а также предлагается методика оптимального выбора звеньев хранения для размещения каждой поступающей партии.

Решение указанной проблемы актуально даже при переработке однопараметрического сырья. Поэтому сначала исследуем влияние размещения партий на данный критерий на примере сырья с одним показателем качества. В этом случае всякая партия r характеризуется количеством b сырья и показателем p качества. Пусть в системе хранения имеется n элементов хранения, в которых размещены n партий сырья одного вида. Обозначим общие запасы сырья как $R=(r_i)$, $i=1,\dots,n$, где $r_i=(b_i,p_i)$. При этом $b_s=\sum_{i=1}^{n} b_i$ – суммарное количество сырья, а $p_c=\frac{1}{b_s}\sum_{i=1}^{n} p_i b_i$ – среднее значение показателя качества в системе.

Не снижая общности исследования множество $\{(b_i,p_i)\mid i=1,\dots,n\}$ для удобства анализа всегда можно упорядочить по возрастанию p_i, т. е.

Анатолий Иванович Пугачев (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Вычислительная техника».

$$\{(b_i, p_i) \mid p_{i+1} \geq p_i, i = 1,\ldots,n\}. \tag{1}$$

В качестве распределяемого ресурса, характеризующего количество и качество запасов, рассмотрим величину $p_c b_s = \sum_{i=1}^{n} p_i b_i$.

Исследуем влияние закона изменения показателя $p(x)$ качества на максимальный объем сырья с базисным качеством в идеальной системе хранения, в которой ресурс $p_c b_s$, на интервале $\overline{0, b_s}$ распределен непрерывно. Для начала рассмотрим простейший линейный закон

$$p(x) = p_l + kx\,, \tag{2}$$

где p_l – наименьшее из возможных значений p. Функция $r(x)$, характеризующая изменение распределяемого ресурса на $\overline{0, b_s}$, в этом случае будет иметь вид

$$r(x) = \int_0^{b_s} p(x)dx = \int_0^{b_s} (p_l + kx)dx = p_l b_s + \frac{1}{2} k b_s^{\,2}. \tag{3}$$

Поскольку $r(b_s) = p_c b_s$, то

$$p_l b_s + \frac{1}{2} k b_s^{\,2} = p_c b_s\,. \tag{4}$$

Отсюда $k = \dfrac{2(p_c - p_l)}{b_s}$, а функция $r(x)$ будет иметь вид

$$r(x) = p_l x + \frac{p_c - p_l}{b_s} x^2\,. \tag{5}$$

Обозначим через b_e максимальное количество смеси с базисным (требуемым для переработки) значением e показателя качества, которое можно получить из имеющихся запасов. Приравнивая $r(b_e) = e b_e$, получим

$$p_l b_e + \frac{p_c - p_l}{b_s} b_e^{\,2} = e b_e\,. \tag{6}$$

Решением данного уравнения, удовлетворяющим условиям задачи, будет

$$b_e = \frac{b_s(e - p_l)}{(p_c - p_l)}, \text{ при } 0 < b_e \leq b_s. \tag{7}$$

Решение (7) иллюстрирует график на рис. 1.

Подставив b_e из (7) в условие $b_e \leq b_s$, получим $\dfrac{e - p_l}{p_c - p_l} \leq 1$, откуда следует, что для рассматриваемых исходных данных необходимым условием возможности формирования смеси с показателем качества e будет $p_c \geq e$. В противном случае из имеющихся запасов получить смесь с показателем качества e невозможно.

Последний вывод связан не только с качеством запасов сырья, но и с выбранным линейно-возрастающим законом его изменения, при котором в смесь включаются ресурсы начиная с наименьшего показателя качества. Поэтому рассмотрим второй вариант решения задачи, выбрав в качестве $p(x)$ вместо (2) линейно-убывающую функцию

$$p(x) = p_h - kx\,, \tag{8}$$

где p_h – наибольшее из возможных значений p. Тогда

$$r(x) = \int_0^{b_s} p(x)dx = \int_0^{b_s} (p_h - kx)dx = p_h b_s - \frac{1}{2} k b_s^{\ 2}\,. \tag{9}$$

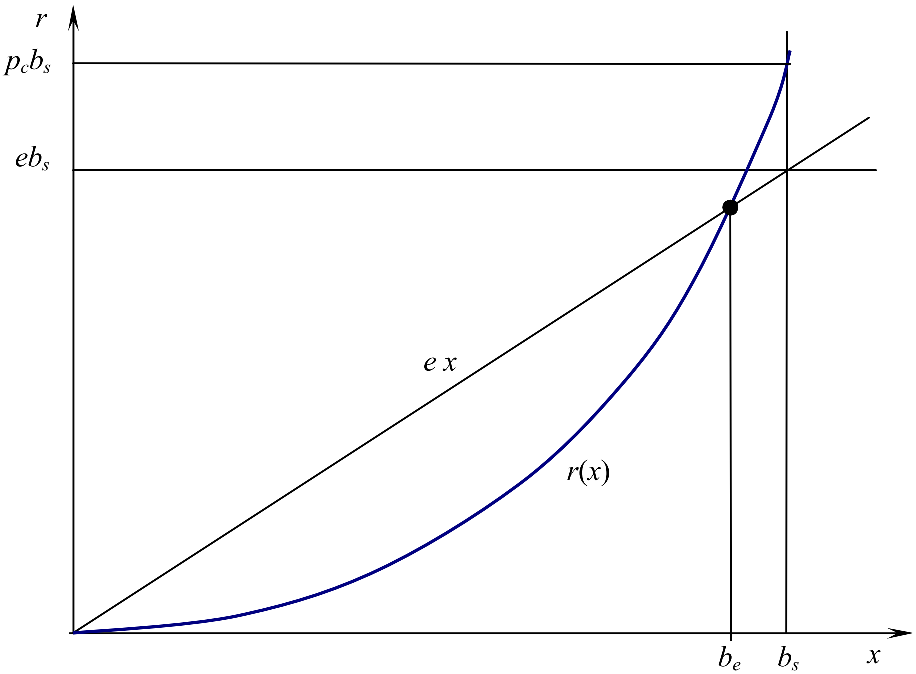

Рис. 1. Непрерывное распределение ресурса $r(x)$ при линейно возрастающей функции $p(x)$

Из условия $r(b_s) = p_c b_s$ имеем $k = \dfrac{2(p_h - p_c)}{b_s}$. Тогда

$$r(x) = p_h + \frac{p_c - p_h}{b_s} x^2\,. \tag{10}$$

Приравнивая $r(b_e) = eb_e$, получим

$$b_e = \frac{b_s(p_h - e)}{(p_h - p_c)} \text{ при } 0 < x \le b_s. \tag{11}$$

Решение (9) иллюстрирует график на рис. 2.

Аналогично вышеизложенному необходимым условием существования допустимого решения (11) будет неравенство $\dfrac{p_h - e}{p_h - p_c} \le 1$ или $p_c \le e$. Таким образом, при $p_c \le e$ для решения задачи следует использовать убывающую функцию $p(x)$.

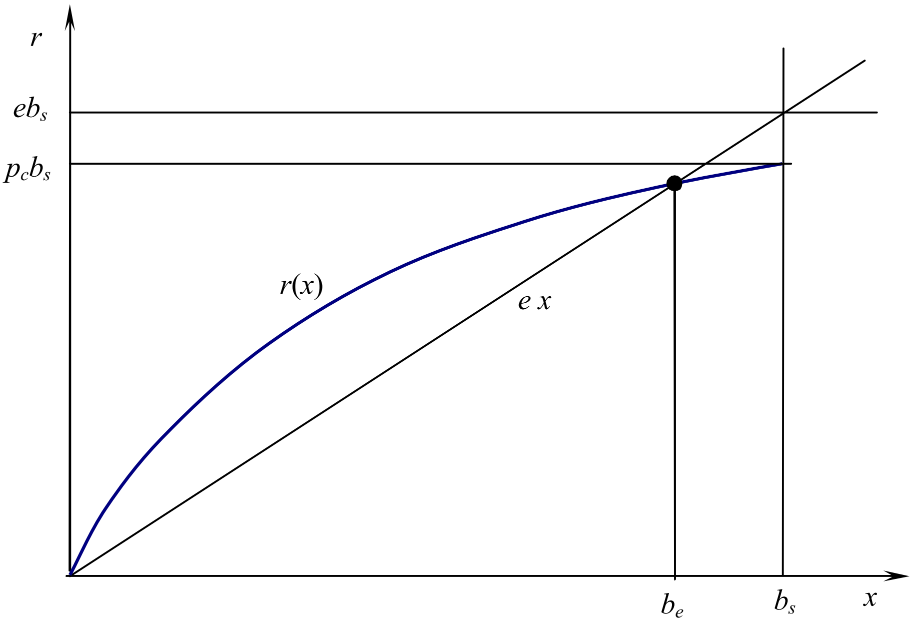

Рис. 2. Непрерывное распределение ресурса $r(x)$ при линейно убывающей функции $p(x)$

Чтобы исследовать влияние характера распределения показателя качества в системе хранения, рассмотрим нелинейные законы $p(x)$. Пусть $p(x)$ – монотонно-возрастающая функция

$$p(x) = p_l + kx^v, \tag{12}$$

где p_l – минимальное значение p.

Тогда на том же интервале $\overline{0, b_s}$

$$r(x) = \int_0^{b_s} p(x)dx = \int_0^{b_s} \left(p_l + kx^v\right)dx = p_l b_s + \frac{1}{v+1} k b_s^{\ v+1}. \tag{13}$$

Из условия $r(b_s) = p_c b_s$ находим $k = \dfrac{(v+1)(p_c - p_l)}{b_s^v}$. При этом

$$r(x) = p_l x + \frac{p_c - p_l}{b_s^n} x^{v+1}. \tag{14}$$

Приравнивая $r(b_e) = eb_e$, получим

$$b_e = b_s \sqrt[v]{\frac{e - p_l}{p_c - p_l}}, \text{ при } 0 < b_e \le b_s. \tag{15}$$

Как и для (7), необходимым условием существования решения для возрастающей функции $p(x)$ будет неравенство $p_c \ge e$.

Очевидно, что при $p_c \le e$ функция $p(x)$ должна быть убывающей:

$$p(x) = p_h - kx^v, \qquad (16)$$

где p_h – максимальное значение p. При этом

$$r(x) = p_h x + \frac{p_h - p_c}{b_s^v} x^{v+1}. \qquad (17)$$

Решением при $r(b_e) = eb_e$ будет

$$b_e = b_s \sqrt[v]{\frac{p_h - e}{p_h - p_c}}, \text{ при } 0 < x \le b_s. \qquad (18)$$

Исследуем влияние степени нелинейности функций (12), (16) на величину b_e. Для (12), учитывая, что $p_c \ge e$, вычислим

$$\lim_{v\to\infty}\left(b_s \sqrt[v]{\frac{e - p_l}{p_c - p_l}}\right) = b_s. \qquad (19)$$

Из (19) следует, что с ростом степени v функции $p(x)$ максимальный объем сырья базисного качества b_e стремится к b_s. Аналогичный вывод справедлив и для решения (18). Следовательно, лучшее использование сырья с одним показателем качества достигается при нелинейных законах распределения ресурса $r(x)$ в системе хранения, причем рост степени нелинейности приводит к повышению коэффициента использования запасов сырья для производства.

Вернемся к дискретному распределению сырья в звеньях хранения в форме (1). В этом случае функция распределения $r(x)$ будет кусочно-линейной, как показано на рис. 3.

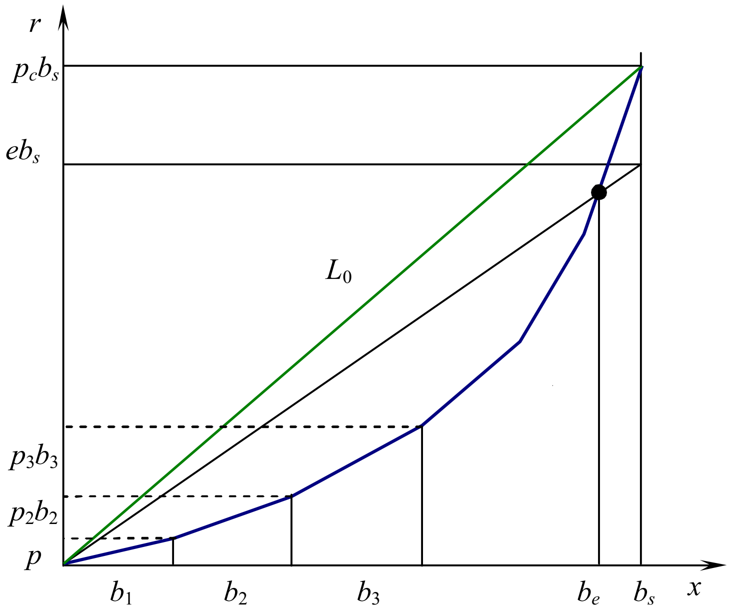

Рис. 3. Дискретное распределение ресурса $r(x)$ в системе хранения

На рисунке интервалы b_1, b_2, …, b_n по оси x обозначают количество сырья в соответствующих звеньях хранения, а интервалы $p_1 b_1$, $p_2 b_2$, …, $p_n b_n$ на оси r – относящиеся к ним значения количественно-качественного ресурса.

Вместо степени нелинейности $r(x)$ можно оценить степень отклонения ее от линейного закона в виде отношения γ длины L графика реального распределения $r(x)$ на интервале $\overline{0, b_s}$ к длине L_0 графика $r(x)$ наихудшего распределения при $p(x) = p_c$ на том же интервале:

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{(p_i b_i)^2 + b_i^2}}{\sqrt{(p_c b_s)^2 + b_s^2}}. \tag{20}$$

В соответствии с определением (20) $\min(\gamma) = 1$, что соответствует равномерному распределению сырья с постоянным показателем качества e. Отметим, что значение γ не зависит от порядка рассмотрения партий, т. е. имеет объективный характер.

Переходя к общему случаю для m-мерного пространства показателей качества сырья в системе хранения из n звеньев

$$\{(b_i, \{p_{ij}\} \mid j = 1, \ldots, m) \mid i = 1, \ldots, n\}, \tag{21}$$

критерий γ можно определить как

$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{\sum_{j=1}^{m} (p_{ij} b_i)^2 + b_i^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} (p_{cj} b_s)^2 + b_s^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(b_i \sqrt{\sum_{j=1}^{m} (p_{ij}^2) + 1} \right)}{b_s \sqrt{\sum_{j=1}^{m} (p_{cj}^2) + 1}}. \tag{22}$$

Теперь, используя предложенный критерий γ, рассмотрим задачу о рациональном размещении поступающей партии $(b, \{p_j\} \mid j = 1, \ldots, m)$. Целью выбора размещения партии должно быть наибольшее значение γ. Формальная постановка задачи: требуется найти индекс I_u звена хранения в системе (21) для размещения в ней партии $(b, \{p_j\} \mid j = 1, \ldots, m)$, т. е.

$$I_u = \mathrm{ind}(\max(\gamma_1, \ldots, \gamma_k, \ldots, \gamma_n)), \tag{23}$$

где

$$\gamma_k = \frac{\sum_{i=1}^{n} \sqrt{\sum_{j=1}^{m} (p_{ij} b_i)^2 + b_i^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} (p_{cj} b_s + b p_j)^2 + (b_s + b)^2}}, \quad k = 1, \ldots, n. \tag{24}$$

Причем для $i = k$ $b_i = b_i + b$, $p_{ij} = \dfrac{b_i p_{ij} + b p_j}{b_i + b}$.

Решение задачи (23) сводится к вычислению по формуле (24) списка значений $\gamma_1, \ldots, \gamma_k, \ldots, \gamma_n$ для всех звеньев хранения. Представим результат списком пар $G = (\gamma_1, I_1), \ldots, (\gamma_k, I_k)\ ), \ldots, (\gamma_n, I_n)$, где $I_k = k$ – индекс очередного звена хранения. После ранжирования G по возрастанию γ_k имеем $I_u = I_n$.

Целенаправленный выбор звеньев хранения для размещения поступающих партий сырья согласно предложенной методике направлен на максимальное использование сырья в производстве и минимизацию доли непригодного для переработки сырья в общем объеме запасов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Таха Хэмди А.* Введение в исследование операций. 6-е изд..: Пер. с англ. – М: Вильямс, 2001. – 912 с.
2. *Хедли Дж., Уайтин Т.* Анализ систем управления запасами. – М.: Наука, 1969. – 511 с.
3. *Пугачев А.И.* Системный анализ перерабатывающего предприятия // Компьютерные технологии в науке, практике и образовании: Труды VII Всероссийской межвузовской науч.-практич. конф. – Самара: СамГТУ, 2008. – С. 113-115.

Статья поступила в редакцию 5 октября 2012 г.

RAW MATERIAL PLACING MANAGEMENT ON PROCESSING PLANT

A.I. Pugachev

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The paper deals with the problems of ensuring the complete raw material processing in terms of its preliminarily placing at the purveyance stage. The paper gives the theoretical substantiation of the strategy of rational placing of incoming raw material batches at the plant storage facility. The paper also suggests methods of optimal selection of save place for every raw material batch based on this strategy.

Keywords*: batch of raw material, indices of quality, storage unit, allocate of resources.*

Anatoly I. Pugachev (Ph. D. (Techn.)), Associate Professor.