

## **КОМПЛЕКСНАЯ ОЦЕНКА И КЛАССИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ ВОДОСНАБЖЕНИЯ РЕГИОНА**

*Д.А. Нечаев, С.П. Орлов*

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Предложена методика системного анализа территориальных объектов водоснабжения. На основе методологии DEA построены модели оценки эффективности водоснабжения в объектах водохозяйственного комплекса Самарской области. Проведена классификация территориальных объектов по эффективности. Анализ позволил определить необходимые инвестиции в региональную программу для развития систем водоснабжения.*

**Ключевые слова:** *системный анализ, анализ среды функционирования, объекты водоснабжения, линейное программирование, подробно-линейное программирование.*

### **Введение**

Решение проблемы снабжения населения Самарской области водой высокого качества является актуальной задачей. С этой целью реализуется региональная часть государственной программы «Чистая вода».

Для анализа и отбора потенциальных объектов для включения в программу необходимо провести анализ состояния водоснабжения в городских округах и муниципальных образованиях и анализ источников водоснабжения по параметрам воды. В результате определяется предварительный перечень объектов, сформированный по заявкам муниципальных образований и городских округов и по заданным критериям согласованный экспертной группой.

В статье рассматривается методика системного анализа объектов водоснабжения в Самарской области с использованием методологии DEA (Data Envelopment Analysis) или АСФ (анализ среды функционирования) [1, 2]. Преимуществом этой методологии является возможность учета разнородных факторов, влияющих на значения выбранных критериев. Это позволяет сравнивать и упорядочивать сложные объекты по некоторому интегральному показателю эффективности, не поддающемуся непосредственному измерению. Результаты исследований использованы при развитии информационно-управляющей системы для территориального водоснабжения [3].

### **Комплексная оценка территориальных объектов водоснабжения по методологии DEA**

Водохозяйственный комплекс области представляет собой сложную структуру, в которую входят городские округа и муниципальные районы. Водоснабжение районов отличается от организации водного хозяйства в городах как с точки зрения структуры водопроводных сетей, так и по составу источников воды и вспомогательных сооружений. Поэтому принято решение проводить анализ и классификацию отдельно для двух групп объектов. Первая группа – 10 городов, вторая группа – 27

---

*Дмитрий Александрович Нечаев, аспирант.*

*Сергей Павлович Орлов (д.т.н., проф.), зав. кафедрой «Вычислительная техника».*

муниципальных районов Самарской области.

Пусть в регионе имеется  $N$  территориальных образований, каждое из которых является объектом нашего анализа. Для оценки эффективности водоснабжения каждый объект представлен двумя входами:  $X_{1n}$  – численность населения города или района,  $X_{2n}$  – площадь территории, занимаемой объектом водоснабжения, и тремя выходами:  $Y_{1n}$  – производительность водозаборов,  $Y_{2n}$  – объем водопотребления,  $Y_{3n} = 100/I_n$  – показатель качества водопроводных сетей;  $I_n$  – процент износа водопроводных сетей объекта. Сформированы шесть видов частных критериев водообеспечения – удельные производительности водозаборов, объемы потребления и износ водопроводных сетей на одного жителя и на единицу площади для каждого территориального образования:

$$y_{1n} = \frac{Y_{1n}}{X_{1n}}; y_{2n} = \frac{Y_{2n}}{X_{1n}}; y_{3n} = \frac{Y_{3n}}{X_{1n}}; y_{4n} = \frac{Y_{1n}}{X_{2n}}; y_{5n} = \frac{Y_{2n}}{X_{2n}}; y_{6n} = \frac{Y_{3n}}{X_{2n}}; \quad n = \overline{1, N},$$

где  $N$  – число территориальных образований в анализируемой группе объектов.

На рис. 1 приведены критерии многоуровневой оценки эффективности водоснабжения.

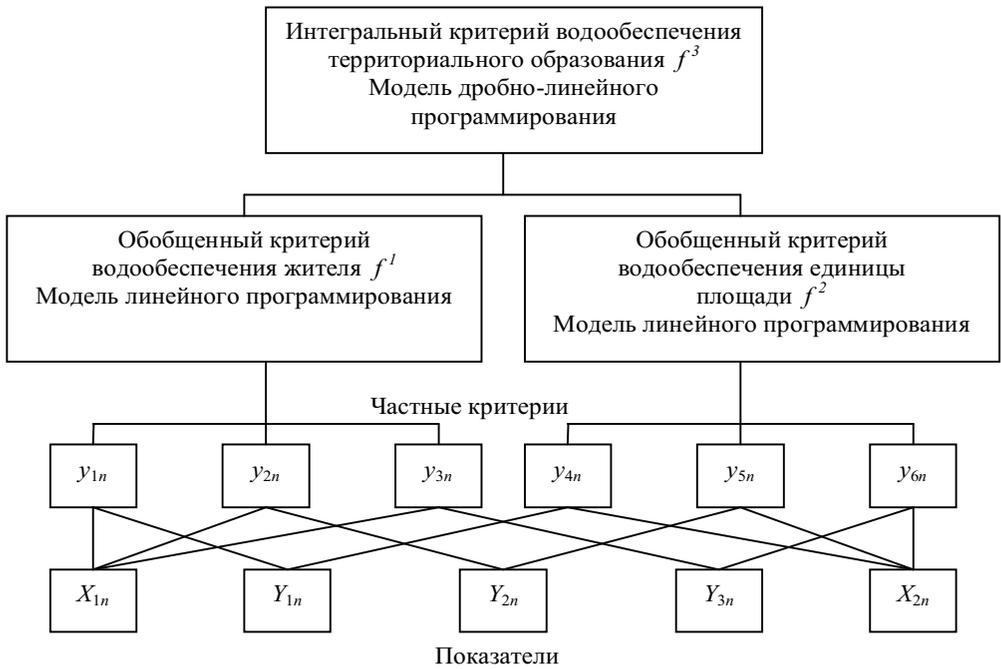


Рис. 1. Иерархия критериев водообеспечения территориального образования

Анализ показывает, что по разным частным критериям получаются различные оценки степени водообеспеченности районов и крупных городов. В силу противоречивости оценок в соответствии с методологией DEA были сформированы обобщенные критерии водообеспечения жителя муниципального района или города.

Для каждого  $n$ -го объекта рассматриваем максимизируемый функционал взвешенной суммы частных критериев водообеспеченности и получаем:

а) обобщенный критерий водообеспечения одного жителя  $n$ -го территориального образования

$$f_n^1 = \max(u_{1n} y_{1n} + u_{2n} y_{2n} + u_{3n} y_{3n}), \quad u_{1n}, u_{2n}, u_{3n} \in G_1 \quad (1)$$

при ограничениях

$$u_{1n} y_{1j} + u_{2n} y_{2j} + u_{3n} y_{3n} \leq 1; \quad j = \overline{1, N}; \quad (2)$$

б) обобщенный критерий водообеспечения единицы площади  $n$ -го территориального образования

$$f_n^2 = \max(u_{4n} y_{4n} + u_{5n} y_{5n} + u_{6n} y_{6n}), \quad u_{4n}, u_{5n}, u_{6n} \in G_2 \quad (3)$$

при ограничениях

$$u_{4n} y_{4j} + u_{5n} y_{5j} + u_{6n} y_{6n} \leq 1; \quad j = \overline{1, N}; \quad (4)$$

$n = \overline{1, N}$ , где  $N$  – число объектов;  $G_1, G_2$  – области значений искомым весовых коэффициентов.

Весовые коэффициенты  $u_{in}$  частных критериев водообеспеченности  $y_{in}$  считаются неизвестными. Для их определения области значений  $G_1$  или  $G_2$  задаются системами из  $N$  линейных неравенств (2) или (4), отвечающих нормированию обобщенных показателей водообеспечения на интервале  $[0; 1]$ .

В общем случае модель обобщенного оценивания (1), (2) определяет  $N$  задач линейного математического программирования, каждая из которых содержит  $N$  ограничений. Отметим, что для группы городов  $N=10$ , а для группы районов  $N=27$ . Решение каждой  $n$ -й задачи дает значение обобщенного критерия водообеспечения  $f_n^1$  для  $n$ -ого объекта, определенное на единичном интервале  $[0, 1]$ , и соответствующие ему весовые коэффициенты  $u_{1n}, u_{2n}, u_{3n}$ , максимизирующие этот функционал. Задачи (1) и (2) линейного программирования решаются симплекс-методом. Для каждого  $n$ -го объекта проводятся расчеты значений целевой функции  $f_n^1$  во всех вершинах выпуклого множества  $G_1$ . Затем находится та вершина, в которой достигается максимальное значение целевой функции  $f_n^1$ , принимаемое в качестве обобщенной оценки водообеспеченности для  $n$ -го района. Аналогично по модели (3), (4) находятся весовые коэффициенты  $u_{4n}, u_{5n}, u_{6n}$  для целевой функции  $f_n^2$  и вычисляется ее максимум на  $G_2$ .

Результаты расчета критериев  $f^1$  и  $f^2$  представлены для городов на рис. 2 и для районов на рис. 3.

Из графиков следует, что обобщенные критерии водообеспеченности на одного жителя и на единицу площади для разных объектов не позволяют сделать однозначных выводов. Для получения системной обобщенной оценки водообеспеченности необходимо сформировать интегральный критерий водообеспечения.

Критерий  $f_n^3$  системной водообеспеченности, характеризующий интегральную оценку водоснабжения  $n$ -ого объекта, представлен в виде модели CCR<sub>D</sub>-Output, ориентированной на выход с учетом постоянного эффекта масштаба [2]:

$$f_n^3 = \max\left(\frac{u_{7n} Y_{1n} + u_{8n} Y_{2n} + u_{9n} Y_{3n}}{v_{1n} X_{1n} + v_{2n} X_{2n}}\right), \quad u_{7n}, u_{8n}, u_{9n}, v_{1n}, v_{2n} \in G_3 \quad (5)$$

с ограничениями

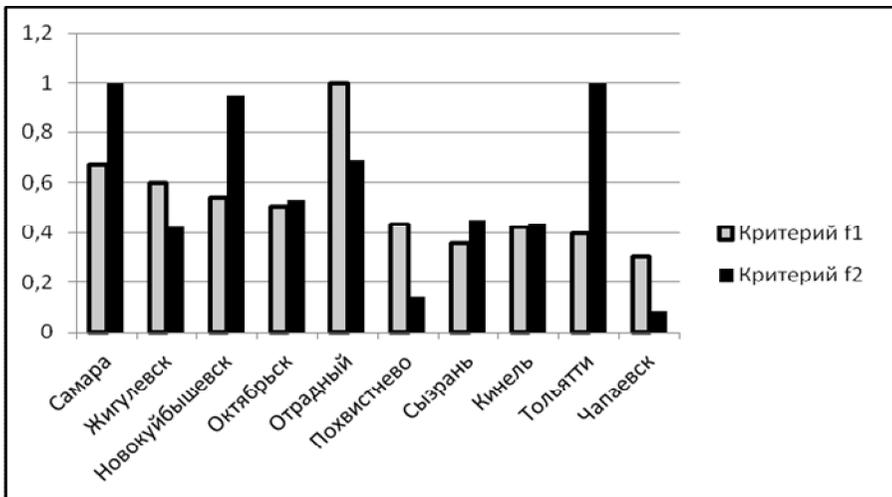


Рис. 2. Обобщенные критерии водообеспечения для городов Самарской области

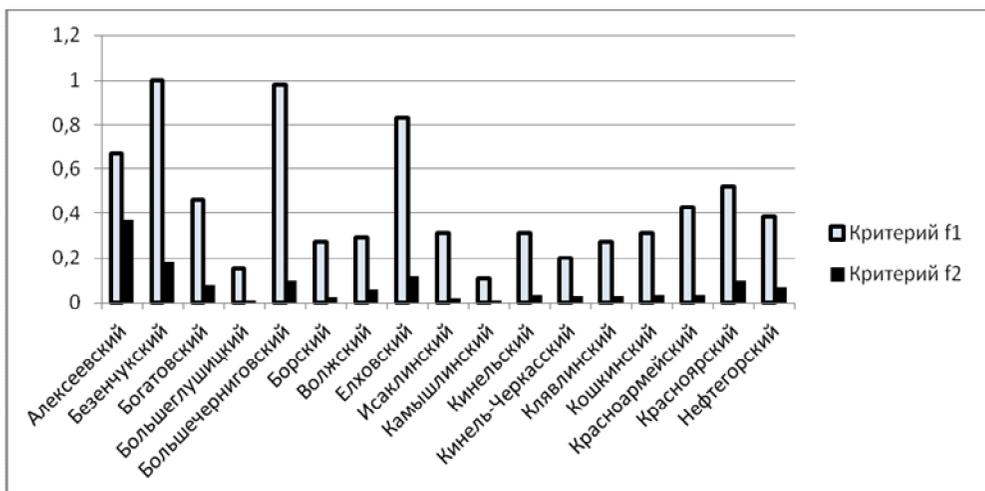


Рис. 3. Обобщенные критерии водообеспечения на одного жителя для районов Самарской области

$$\frac{u_{7n}Y_{1j} + u_{8n}Y_{2j} + u_{9n}Y_{3j}}{v_{1n}X_{1j} + v_{2n}X_{2j}} \leq 1, \quad j = \overline{1, N}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (6)$$

Формулировка (5) – (6) оценивания системной эффективности водообеспечения определяет  $N$  задач дробно-линейного программирования с  $N$  ограничениями. Для решения этих задач используем преобразование Чарнса – Купера и сведем к решению двойственных задач линейного программирования [4]. При этом проводятся соответствующие преобразования системы ограничений, определяющих область  $G_3$ . Полученная линейная задача решалась с помощью симплекс-метода.

Результаты расчета интегрального критерия  $f_n^3$ , характеризующего системную эффективность водообеспечения городов Самарской области, представлены на рис. 4.

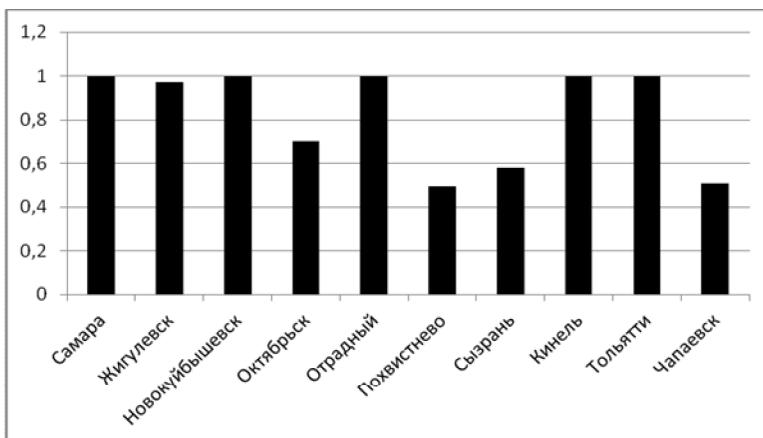


Рис. 4. Интегральный критерий водообеспечения для городов Самарской области

### Кластеризация территориальных объектов водоснабжения

Методология DEA позволяет провести кластеризацию объектов с использованием полученных обобщенных критериев. Рассмотрим районные муниципальные образования Самарской области.

Алгоритм кластеризации заключается в следующем:

- 1) рассчитывается интегральный критерий  $f^3$  для каждого района;
- 2) выделяется множество районов, для которых выполняется условие  $k \leq f_n^3 \leq 1$ , где  $n = \overline{1, N}$ ,  $k$  – заданный уровень отсечения объектов (в нашем случае принято  $k = 0,8$ ). Образуется кластер № 1 с объектами, имеющими наивысшую эффективность. Эти объекты удаляются из исходного множества;

3) в оставшемся наборе снова производится расчет критерия  $f^3$ ;

4) выделяется новое множество эффективных объектов по вышеприведенному условию. При этом образуется кластер № 2 и его объекты опять удаляются из множества районов;

5) процедура повторяется до тех пор, пока множество районов не станет пустым.

Множество полученных кластеров содержит районы, сгруппированные по уровню эффективности. Чем больше номер кластера, тем менее эффективные в смысле водообеспечения районы он содержит.

Применение вышеописанной методики к городам области дает два кластера при уровне отсечения, равном 0,8. *Кластер 1*: города Самара, Жигулевск, Новокуйбышевск, Отрадный, Кинель, Тольятти. *Кластер 2*: города Октябрьск, Похвистнево, Сызрань, Чапаевск. Это разделение хорошо видно на рис. 4.

### Построение искусственных эффективных объектов

Для каждого кластера объектов может быть поставлена задача определения путей дальнейшего повышения эффективности. Будем использовать модель практической границы P-DEA [5], которая позволяет на базе реальных эффективных объектов сформировать искусственные объекты с эффективностью, большей единицы. Такие искусственные объекты являются целью для дальнейшего повышения эффективности реальных объектов. Используем данный подход к каждому ранее сформированному кластеру объектов и построим модель Банкера – Чарнеса – Купера ВСС<sub>р</sub>-Output, ориентированную на выход с учетом переменного эффекта масштаба [6].

Пусть  $N_{KL}$  – число объектов в кластере,  $K$  – число входов и  $M$  – число выходов у объектов. Критерий  $f_0^3$  эффективности искусственного объекта для объектов данного кластера определяется решением следующей задачи дробно-линейного программирования:

$$f_0^3 = \max \left( \frac{\sum_{r=1}^M u_r Y_{r0} + u_0}{\sum_{i=1}^K v_i X_{i0}} \right) \quad (7)$$

при ограничениях

$$\frac{\sum_{r=1}^M u_r Y_{rj} + u_0}{\sum_{i=1}^K v_i X_{ij}} \leq 1, \quad j = \overline{1, N_{KL}}, \quad (8)$$

$$1 \leq \frac{\sum_{r=1}^M u_r Y_{r0} + u_0}{\sum_{i=1}^K v_i X_{i0}} \leq 1 + \delta, \quad (9)$$

$$L_{i0}^x \leq X_{i0} \leq V_{i0}^x, \quad i = \overline{1, K},$$

$$L_{r0}^y \leq Y_{r0} \leq V_{r0}^y, \quad r = \overline{1, M},$$

$$u_r, v_i \geq 0, \quad \forall i, \forall r, \quad u_0 \text{ – свободно,}$$

где (8) – ограничения для реальных эффективных объектов, (9) – ограничение для нового искусственного объекта,  $X_{i0}$  и  $Y_{r0}$  – искомые значения входов и выходов искусственного эффективного объекта.

Величина  $\delta$ , а также верхние  $V_{i0}^x, V_{r0}^y$  и нижние  $L_{i0}^x, L_{r0}^y$  границы диапазона входов и выходов искусственного объекта задаются ЛПП на основе экспертных оценок.

Для решения задачи дробно-линейного программирования (7) – (9) согласно [6] вводятся новые переменные  $q_i = v_i X_{i0}$ ,  $p_r = u_r Y_{r0}$  и преобразуются ограничения (8) и (9). В результате решения полученной линейной задачи определяются значения  $X_{i0}$  и  $Y_{r0}$  входов и выходов искусственного эффективного объекта, а также неизвестные весовые коэффициенты  $u_r$  и  $v_i$ . Теперь можно определить, на какую величину следует изменить показатели  $j$ -го реального объекта, чтобы он достиг уровня эффективности искусственного объекта:

$$R_{rj}^y = Y_{r0} - Y_{rj}, \quad r = \overline{1, M}, \quad R_{ij}^x = X_{i0} - X_{ij}, \quad i = \overline{1, K}.$$

Полученные значения используются для вычисления инвестиций региональной программы, которые надо вложить в  $j$ -й объект кластера, чтобы получить требуемые показатели. В нашем случае для объектов программы определяются размеры инвестиций:

а)  $C(R_{ij}^y)$  – в увеличение производительности водозаборов;

б)  $C(R_{2j}^y)$  – в повышение удельного потребления воды;

в)  $C(R_{3j}^y)$  – в увеличение протяженности качественных водопроводных сетей.

В качестве примера даны расчеты для города Похвистнево при заданном значении  $\delta=1.1$  (см. таблицу).

#### Показатели для г. Похвистнево

Объект кластера	Показатели					
Реальный объект кластера – г. Похвистнево	$Y_{1j}$	18245	$Y_{2j}$	6470	$Y_{3j}$	1.03 (96,4 %)
Искусственный объект	$Y_{10}$	18245	$Y_{20}$	6470	$Y_{30}$	1.2 (83 %)
Изменение показателей	$R_{1j}$	0	$R_{2j}$	0	$R_{3j}$	0,17 (13,4 %)
Инвестиции $C(R_{rj})$ , млн. руб.	0		0		37,44	
Суммарные инвестиции, млн. руб.	37,44					

Из таблицы следует, что основным фактором, влияющим на эффективность водообеспечения, является изношенность водопроводных сетей. Следовательно, увеличение производительности  $Y_{1j}$  водозаборов нецелесообразно, так как затраты на их реконструкцию не покроют потери воды в сетях. Поэтому необходимо провести реконструкцию водопроводных сетей города и затраты порядка 37 млн рублей обеспечат достижение нормативного водопотребления для жилых нужд, пожаротушения и производственных потребностей города при прежней производительности водозаборов.

#### Заключение

Предложена новая модель для оценки эффективности объектов водоснабжения на основе методологии DEA. Полученные оценки позволяют классифицировать отдельно города и муниципальные районы по степени обеспеченности населения качественной питьевой водой в соответствии с нормативами. Кроме того, в совокупности с этими результатами могут использоваться данные классификации водозаборов по параметрам качества воды, полученные по методике, предложенной в работе [7]. Результаты системного анализа используются на этапе предпроектной подготовки региональной программы [8] при определении объектов, сроков и объемов государственных инвестиций в строительство технологических сооружений водоснабжения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ramanathan R.* An Introduction to Data Envelopment Analysis. A Tool for Performance Measurement. Sage Publications, 2003. P. 25.
2. *Coelli T.* An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis / T. Coelli, D.S. Prasada Rao, G.E. Battese. – Boston: Klawer Academic Publishers, 1998. – 278 pp.
3. *Орлов С.П.* Информационно-управляющая система для территориального водоснабжения / С.П. Орлов // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки, 2008. – № 2(22). – С. 111-118.
4. *Charnes A.* Programming with Linear Fractional Functionals / A. Charnes, W.W. Cooper // Naval Research Logistic Quarterly. – 1962. – Vol. 9, № 3, 4. – P. 181-196.
5. *Sowlati T.* Establishing the «Practical Frontier» in DEA: Ph.D. dissertation. – University of Toronto. – Canada, 2001. – 151 p.

6. *Banker R.D.* Same models of estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis / R.D. Banker, A. Charnes, W.W. Cooper // Management science. – 1984. – 30(9). – P. 1078-1092.
7. *Орлов С.П.* Системный анализ и информационные технологии при проектировании и строительстве территориальных комплексов водоснабжения / С.П. Орлов, А.В. Чуваков, А.Г. Мережко // Известия СНЦ РАН. Т. 11(27). № 5(2). – 2009. – С. 316-319.
8. *Орлов С.П.* Предпроектный анализ технологических схем при управлении инвестициями в региональной программе водоснабжения / С.П. Орлов, А.В. Чуваков, Д.А. Нечаев // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. – 2010. – № 3(31). – С. 244-247.

*Статья поступила в редакцию 24 декабря 2012 г.*

## **COMPREHENSIVE ASSESSMENT AND CLASSIFICATION OF OBJECTS OF WATER SUPPLY IN THE REGION**

***D.A. Nechaev, S.P. Orlov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The method of systems analysis for territory water supply is proposed. Technique based on DEA models is constructed to assess the effectiveness of water supply facilities water complex in Samara region. The classification of territorial objects in efficiency is made. The analysis allowed to determine the necessary investments in regional program for water supply development.*

***Keywords:*** *systems analysis, Data Envelopment Analysis, water supply facilities, linear programming, linear fractional programming.*