

## СИНТЕЗ ФИНИТНОГО РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОДШИПНИКОМ

*А.В. Стариков*

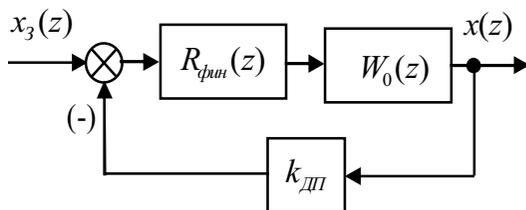
Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Синтезирован регулятор, обеспечивающий финитное управление электромагнитным подшипником. Показано, что применение такого регулятора обеспечивает переходные процессы, заканчивающиеся за пять тактов. В то же время в системе управления электромагнитным подшипником наблюдается большая статическая ошибка.*

**Ключевые слова:** *финитный регулятор, дискретная передаточная функция, система управления, электромагнитный подшипник.*

В цифровых системах нашло применение так называемое финитное управление [1], позволяющее за строго фиксированное количество тактов, определяемое порядком знаменателя дискретной передаточной функции системы, перевести объект из одного состояния в другое. В этом случае при малых значениях периода дискретизации по времени будет наблюдаться высокое быстродействие системы при обработке как управляющих, так и возмущающих воздействий.

Синтезируем финитный регулятор для цифровой системы управления электромагнитным подшипником. При этом будем считать, что в системе используется только отрицательная обратная связь по перемещению ротора в поле электромагнитов. Тогда линеаризованная структурная схема цифровой системы управления электромагнитным подшипником будет выглядеть следующим образом (см. рисунок).



Линеаризованная структурная схема цифровой системы управления электромагнитным подшипником с финитным регулятором

На структурной схеме приняты следующие обозначения:  $R_{фин}(z)$  – дискретная передаточная функция регулятора, обеспечивающего финитное управление;  $W_0(z)$  – дискретная передаточная функция процесса перемещения ротора в поле электромагнитов с учетом экстраполятора нулевого порядка;  $k_{ДП}$  – коэффициент передачи безынерционного датчика положения ротора;  $x_3(z)$  – изображение задающего воздей-

ствия (как правило, равно нулю);  $x(z)$  – изображение перемещения ротора;  $z = e^{pT}$ ;  $p$  – комплексная переменная;  $T$  – период дискретизации по времени.

При управлении напряжениями на обмотках электромагнитов передаточная функция процесса перемещения ротора в поле электромагнитов как объекта управления [2]

$$W_{ov}(p) = \frac{x(p)}{N_x(p)} = \frac{k_{ШИМ}k_{ЭМ}}{k_F \left[ \frac{mT_{\mathcal{E}}}{k_F} p^3 + \frac{m}{k_F} p^2 + \left( \frac{k_{ЭМ}k_E}{k_F U} - T_{\mathcal{E}} \right) p - 1 \right]},$$

где  $N_x(p)$  – изображение управляющего сигнала на входе силового преобразователя;  $k_{ШИМ}$  – коэффициент передачи широтно-импульсного модулятора;  $U$  – опорное напряжение силового преобразователя;  $k_{ЭМ}$  – коэффициент передачи, связывающий силу, действующую на ротор со стороны электромагнитов при его центральном положении, с соотношением токов в электромагнитах;  $k_F$  – коэффициент передачи, характеризующий изменение силы, действующей на ротор, при его отклонении от центрального положения;  $m$  – масса ротора;  $T_{\mathcal{E}}$  – постоянная времени электрической цепи обмоток электромагнитов;  $k_E$  – коэффициент передачи, определяющий приращение наводимой в обмотках электромагнитов э.д.с. со скоростью перемещения ротора в магнитном поле.

С учетом того, что широтно-импульсный модулятор кроме преобразования входного кода в скважность выполняет функцию экстраполятора нулевого порядка, дискретная передаточная функция объекта [3]

$$W_0(z) = \frac{a_1 z^2 + b_1 z + c_1}{z^3 + a_{11} z^2 + a_{22} z + a_{33}},$$

где  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$ ,  $a_{11}$ ,  $a_{22}$  и  $a_{33}$  – коэффициенты, зависящие от параметров электромагнитов, ротора и силового преобразователя.

Дискретную передаточную функцию цифрового регулятора, обеспечивающего финитное управление в рассматриваемой системе управления электромагнитным подшипником, будем искать в виде

$$R_{\phiин}(z) = \frac{g_0 z^2 + g_1 z + g_2}{z^2 + r_1 z + r_2}. \quad (1)$$

Для определения неизвестных коэффициентов  $g_0$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $r_1$  и  $r_2$  найдем дискретную передаточную функцию замкнутой системы:

$$W(z) = \frac{x(z)}{x_3(z)} = \frac{b_{00} z^4 + b_{01} z^3 + b_{02} z^2 + b_{03} z + b_{04}}{z^5 + a_{01} z^4 + a_{02} z^3 + a_{03} z^2 + a_{04} z + a_{05}}, \quad (2)$$

где  $b_{00} = a_1 g_0$ ;  $b_{01} = b_1 g_0 + a_1 g_1$ ;  $b_{02} = c_1 g_0 + b_1 g_1 + a_1 g_2$ ;  $b_{03} = c_1 g_1 + b_1 g_2$ ;  $b_{04} = c_1 g_2$ ;  $a_{01} = r_1 + a_{11} + a_1 k_{ДП} g_0$ ;  $a_{02} = a_{22} + a_{11} r_1 + r_2 + k_{ДП} (b_1 g_0 + a_1 g_1)$ ;  $a_{03} = a_{33} + a_{22} r_1 + a_{11} r_2 + k_{ДП} (c_1 g_0 + b_1 g_1 + a_1 g_2)$ ;  $a_{04} = a_{33} r_1 + a_{22} r_2 + k_{ДП} (c_1 g_1 + b_1 g_2)$ ;  $a_{05} = a_{33} r_2 + c_1 k_{ДП} g_2$ .

Финитное управление требует, чтобы знаменатель передаточной функции (2) имел только нулевые корни, то есть необходимо, чтобы

$$W(z) = \frac{b_{00}z^4 + b_{01}z^3 + b_{02}z^2 + b_{03}z + b_{04}}{z^5}.$$

Для выполнения этого условия приравняем нулю все коэффициенты знаменателя (2) при степенях  $z$  ниже пятой. В результате получим систему пяти уравнений, связывающих между собой параметры регулятора с коэффициентами дискретной передаточной функции объекта управления:

$$\left. \begin{aligned} r_1 + a_{11} + a_1 k_{дп} g_0 &= 0; \\ a_{22} + a_{11} r_1 + r_2 + k_{дп} (b_1 g_0 + a_1 g_1) &= 0; \\ a_{33} + a_{22} r_1 + a_{11} r_2 + k_{дп} (c_1 g_0 + b_1 g_1 + a_1 g_2) &= 0; \\ a_{33} r_1 + a_{22} r_2 + k_{дп} (c_1 g_1 + b_1 g_2) &= 0; \\ a_{33} r_2 + c_1 k_{дп} g_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решая систему (3) относительно переменных  $g_0$ ,  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $r_1$  и  $r_2$ , найдем настройки цифрового регулятора, обеспечивающего финитное управление электромагнитным подшипником:

$$g_2 = \frac{\Sigma_2 \Sigma_6 + \Sigma_3 \Sigma_5}{\{\Sigma_4 \Sigma_5 - [a_1 a_{33} (b_1 - a_1 a_{11}) + c_1 \Sigma_1] \Sigma_2\} k_{дп}},$$

где  $\Sigma_1 = c_1 + a_1 a_{11}^2 - a_1 a_{22} - b_1 a_{11}$ ;

$$\Sigma_2 = (b_1 - a_1 a_{11})(a_1 a_{33} + b_1 a_{22} - a_1 a_{11} a_{22}) + (c_1 - a_1 a_{22}) \Sigma_1;$$

$$\Sigma_3 = (a_1 a_{33} + b_1 a_{22} - a_1 a_{11} a_{22})(2a_1 a_{22} - a_{33} - a_{11}^3) - (a_{11}^2 a_{22} - a_{11} a_{33} - a_{22}^2) \Sigma_1;$$

$$\Sigma_4 = a_1 (a_1 a_{33} + b_1 a_{22} - a_1 a_{11} a_{22}) + b_1 \Sigma_1; \quad \Sigma_5 = a_{33} [(b_1 - a_1 a_{11})^2 - a_1 \Sigma_1];$$

$$\Sigma_6 = a_{33} [(a_{11}^2 - a_{22}) \Sigma_1 - (b_1 - a_1 a_{11})(2a_1 a_{22} - a_{33} - a_{11}^2)];$$

$$g_1 = \frac{\Sigma_3 - k_{дп} \Sigma_4 g_2}{k_{дп} \Sigma_2}; \quad g_0 = \frac{2a_{11} a_{22} - a_{33} - a_{11}^3 - (b_1 - a_1 a_{11}) k_{дп} g_1 - a_1 k_{дп} g_2}{k_{дп} \Sigma_1};$$

$$r_2 = a_{11}^2 - a_{22} - (b_1 - a_1 a_{11}) k_{дп} g_0 - a_1 k_{дп} g_1; \quad r_1 = -(a_{11} + a_1 k_{дп} g_0).$$

Моделирование электромагнитного подшипника с регулятором вида (1) в программной среде Matlab Simulink показывает, что переходные процессы в системе заканчиваются за пять тактов, то есть действительно наблюдается финитное управление. В то же время в рассматриваемой системе наблюдается статическая ошибка положения ротора. Например, в электромагнитном подшипнике, разработанном для ротора с массой  $m = 36$  кг, при периоде дискретизации  $T = 0,01$  с смещение ротора от центрального положения под действием собственного веса составит  $\Delta x = 0,337$  мм. Это объясняется тем, что регулятор (1) представляет собой статический импульсный фильтр. Аналогичные результаты получаются и при синтезе финитного регулятора в системе управления электромагнитным подшипником, использующей две обратные связи: по положению ротора и току в обмотках электромагнитов [4]. Поэтому можно сказать, что применение принципа финитного управления при разработке электромагнитного подшипника сталкивается с проблемой обеспечения требуемой точности поддержания ротора в центральном положении.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Цыпкин Я.З.* Основы теории автоматических систем. – М.: Наука, 1977. – 560 с.
2. *Макаричев Ю.А., Стариков А.В.* Теоретические основы расчета и проектирования радиальных электромагнитных подшипников. – М.: Энергоатомиздат, 2009. – 150 с.
3. *Стариков С.А.* Влияние квантования по времени на свойства цифровой системы управления электромагнитным подвесом ротора // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Технические науки. – № 1 (33). – 2012. – Самара: СамГТУ, 2012. – С. 165-174.
4. *Журавлев Ю.Н.* Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с.

*Статья поступила в редакцию 3 мая 2012 г.*

## SYNTHESIS OF THE FINITE REGULATOR FOR THE CONTROL SYSTEM BY THE ELECTROMAGNETIC BEARING

***A. V. Starikov***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The regulator providing the finite control by the electromagnetic bearing is synthesized. It is shown that application such a regulator provides the transients which are coming to an end for five steps. At the same time in a control system of the electromagnetic bearing the big static error is observed.*

***Keywords:*** *the finite regulator, discrete transfer function, a control system, the electromagnetic bearing*