

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ИЗОЛИРОВАНИЯ ЖИЛЫ КАБЕЛЯ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Б.К. Чостковский, В.С. Головки

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматривается задача математического и имитационного моделирования первичных параметров медной жилы с пористой изоляцией, которая формируется при изолировании методом экструзии на технологической линии, оснащенной датчиками и системами автоматической стабилизации диаметра изоляции и погонной емкости изолированной жилы.

Ключевые слова: LAN-кабель, имитационное моделирование, корреляционно-спектральный анализ.

Проводные каналы связи организуются на основе направляющих систем, в качестве которых используются двухпроводные цепи, коаксиальные или симметричные. Первичные и вторичные параметры передачи и параметры взаимных влияний кабелей связи определяются геометрическими и электрическими параметрами изолированной жилы, являющейся основой двухпроводной цепи, например витой пары кабеля передачи данных (LAN-кабеля).

Цель управления – автоматическая стабилизация диаметра изоляции и степени пористости, определяющей относительную диэлектрическую проницаемость изоляции ε_n , при обеспечении таких вероятностных характеристик динамических ошибок управления, которые минимизируют уровень отражений и переходных влияний, передаваемых по кабелю электрических сигналов [1].

Вариации измеряемой на «проход» погонной емкости изолированной жилы определяются вариациями диаметра и относительной диэлектрической проницаемости изоляции по длине кабеля x :

$$C_n(t) = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{D_n(t)}{d}} \cdot \varepsilon_n(t) \approx C_0 + K_\varepsilon \cdot \Delta\varepsilon_n(t) + K_D \cdot \Delta D_n(t), \quad (1)$$

где $\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}$ – диэлектрическая проницаемость вакуума, $\text{Ф} \cdot \text{м}^{-2}$; $x = v_n t$; v_n – скорость изолирования, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$; C_0 – заданное номинальное значение погонной емкости, $\text{Ф} \cdot \text{м}^{-1}$.

Необходимо отметить малую погрешность линеаризации (1), обусловленную малостью вариаций $\Delta\varepsilon_n(t)$ и $\Delta D_n(t)$, которые определяются динамическими ошибками соответствующих контуров локальных систем автоматической стабилизации.

Из (1) видно, что практически независимую от вариаций D_n сглаженную оценку вариаций диэлектрической проницаемости $\overline{\Delta\varepsilon_n}$ можно получить, усредняя измеряемую «на проход» величину $\Delta C_n(t)$ на интервале времени T :

Борис Константинович Чостковский (д.т.н.), профессор кафедры «Автоматика и управление в технических системах».

Валерия Сергеевна Головки, студентка.

$$\begin{aligned}\overline{\Delta C_{\text{и}}(t)} &= \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \Delta C_{\text{и}}(t) dt \approx \frac{K_{\varepsilon}}{T} \int_{t-T}^t \Delta \varepsilon_{\text{и}}(t) dt + \frac{K_D}{T} \int_{t-T}^t \Delta D_{\text{и}}(t) dt \approx \\ &\approx \frac{K_{\varepsilon}}{T} \int_{t-T}^t \Delta \varepsilon_{\text{и}}(t) dt = K_{\varepsilon} \overline{\Delta \varepsilon_{\text{и}}(t)}.\end{aligned}\quad (2)$$

Второе слагаемое в (2) отброшено из-за его малости при выборе времени сглаживания T много больше интервала корреляции стационарного случайного процесса $\Delta D_{\text{и}}(t)$, который формируется как ошибка управления контура стабилизации диаметра изоляции. Величину $\overline{\Delta C_{\text{и}}(t)}$ можно рассматривать как оценку вариаций относительной проницаемости пористой изоляции, которая определяется степенью пористости изоляции, зависящей от соотношения объемов, составляющих изолирующий слой газовых включений и сплошного полимера [2]:

$$\varepsilon_{\text{и}} = \frac{1 + m_1 S_{\text{и}}}{1 + m_2 S_{\text{и}}}, \quad (3)$$

где $S_{\text{и}}$ – объемная плотность пористой изоляции, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$;

$$m_1 = 0,923 \cdot 10^{-3}, \text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^3;$$

$$m_2 = 0,200 \cdot 10^{-3}, \text{кг}^{-1} \cdot \text{м}^3$$

Согласно (3) среднему значению плотности изоляции в $0,43 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ соответствует среднее значение относительной диэлектрической проницаемости 1,53.

Источником погрешности оценки (2) является то обстоятельство, что датчик диаметра изоляции расположен на некотором расстоянии от расположенного в ванне охлаждения чувствительного элемента датчика погонной емкости, и это приводит к запаздыванию сигнала диаметра на время τ_D . Поэтому если выражение (1) представить в виде алгоритма косвенной оценки вариации диэлектрической проницаемости

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{\text{и}}(t) = \frac{1}{K_{\varepsilon}} [\Delta C_{\text{и}}(t) - K_D \cdot \Delta D_{\text{и}}(t)] = K_1 [\Delta C_{\text{и}}(t) - K_2 \cdot \Delta D_{\text{и}}(t)], \quad (4)$$

то сдвиг сигнала датчика диаметра приводит к погрешности

$$\delta(t) = \Delta \hat{\varepsilon}_{\text{и}}'(t) - \Delta \hat{\varepsilon}_{\text{и}}(t) = K_1 K_2 [\Delta D_{\text{и}}(t) - \Delta D_{\text{и}}(t + \tau_D)], \quad (5)$$

где $\Delta \hat{\varepsilon}_{\text{и}}'(t)$ – оценка диэлектрической проницаемости с учетом сдвига сигнала датчика диаметра.

Корреляционная функция данной погрешности

$$R_{\delta}(\tau) = M[\delta(t) \cdot \delta(t + \tau)] = K_1 K_2 [2R_D(\tau) - R_D(\tau + \tau_D) - R_D(\tau - \tau_D)], \quad (6)$$

где R_D – корреляционная функция диаметра изоляции.

Дисперсия погрешности

$$D_{\delta} = R_{\delta}(0) = 2K_1^2 K_2^2 [R_D(0) - R_D(\tau_D)]. \quad (7)$$

При заданной дисперсии погрешности выражение (7) позволяет определить допустимый сдвиг сигналов $\Delta C_{\text{и}}(t)$ и $\Delta D_{\text{и}}(t)$ и соответствующее максимально допустимое расстояние между датчиками.

Согласно построенной ранее стохастической модели нерегулярного кабеля связи эксплуатационные характеристики качества кабеля могут быть оценены по извест-

ным функциям спектральных плотностей частных параметров качества, влияющих на обобщенный показатель качества [1].

Эти же спектральные плотности частных параметров качества могут быть использованы для имитационного моделирования процессов формирования частотных характеристик кабеля в ходе технологического процесса его производства.

Определим модели спектральных характеристик параметров изолированной жилы. Корреляционная функция погонной емкости

$$\begin{aligned} R_C(\tau) &= M\{\overset{\circ}{C}_н(t) \cdot \overset{\circ}{C}_н(t+\tau)\} = \\ &= M\{[K_\varepsilon \cdot \Delta\varepsilon_н(t) + K_D \cdot \Delta D_н(t)] \cdot [K_\varepsilon \cdot \Delta\varepsilon_н(t+\tau) + K_D \cdot \Delta D_н(t+\tau)]\} = \\ &= K_\varepsilon^2 \cdot R_\varepsilon(\tau) + K_D^2 \cdot R_D(\tau) + 2K_\varepsilon \cdot K_D \cdot L_{\varepsilon D}(\tau), \end{aligned} \quad (8)$$

где $R_\varepsilon(\tau)$ – корреляционная функция диэлектрической проницаемости;

$R_D(\tau)$ – корреляционная функция диаметра изоляции;

$L_{\varepsilon D}(\tau)$ – четная составляющая взаимной корреляционной функции диэлектрической проницаемости и диаметра изоляции.

Подвергнув корреляционную функцию (8) преобразованию Фурье, получим необходимую спектральную плотность погонной емкости жилы с пористой изоляцией:

$$S_C(\omega) = K_\varepsilon^2 S_\varepsilon(\omega) + K_D^2 S_D(\omega) + 2K_\varepsilon K_D \cdot C_{\varepsilon D}(\omega), \quad (9)$$

где $S_\varepsilon(\omega)$ – спектральная плотность диэлектрической проницаемости;

$S_D(\omega)$ – спектральная плотность диаметра изоляции;

$C_{\varepsilon D}(\omega)$ – синфазный спектр взаимной спектральной плотности.

На экструзионной линии TEL-35 в режиме нормальной эксплуатации при изолировании провода ТПпП-0,5-0,84 были зарегистрированы реализации сигналов штатных датчиков линии. Экспериментальные данные были предоставлены Самарским кабельным заводом.

На рис. 1 показаны реализации диаметра и емкости изоляции. Используются реализации в нормированном виде.

Видно, что реализации емкости и диаметра имеют достаточно сильную корреляцию. Из этого следует, что вариации емкости изоляции преимущественно обусловлены вариациями ее диаметра. Влияние же вариаций диэлектрической проницаемости накладываемой пористой изоляции, появляющихся при изменении степени пористости, невелико и преимущественно сказывается в области нижних частот. Это подтверждается и весьма близким характером оценок корреляционных функций погонной емкости изолированной жилы и диаметра изолирующего слоя (рис. 1). Масштабы по оси ординат безразмерно одинаковы и могут быть определены по величине дисперсии диаметра изоляции, которая равна $0,012 \text{ мм}^2$.

Вид взаимной корреляционной функции отражает то обстоятельство, что увеличение диаметра изоляции приводит к уменьшению ее погонной емкости (рис. 1).

Сравнивая оценки спектральной плотности емкости и вклада диаметра в емкость, можно сделать вывод, что данные оценки не имеют существенных различий. Несущественная разница между ними обусловлена влиянием диэлектрической проницаемости $\varepsilon_н$.

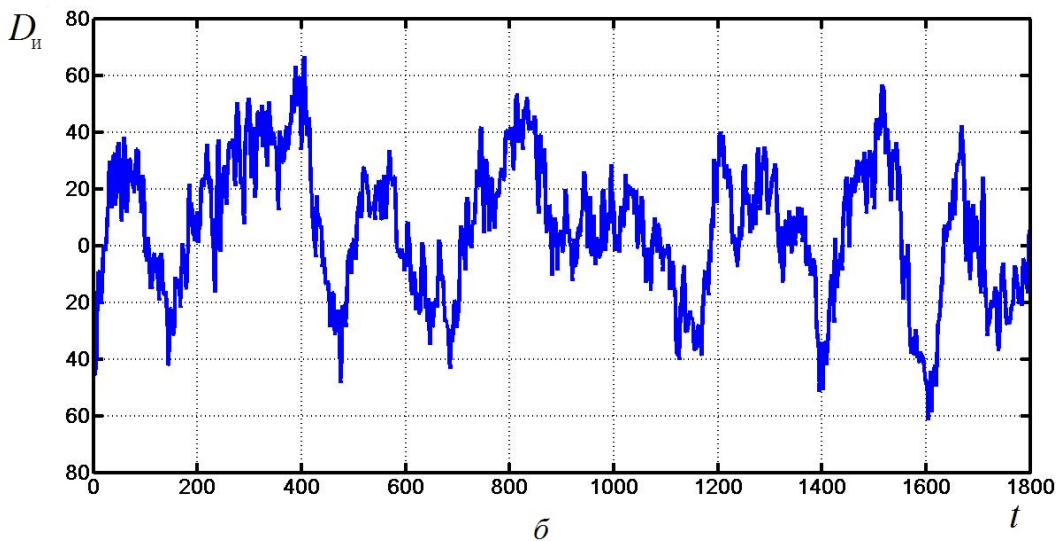
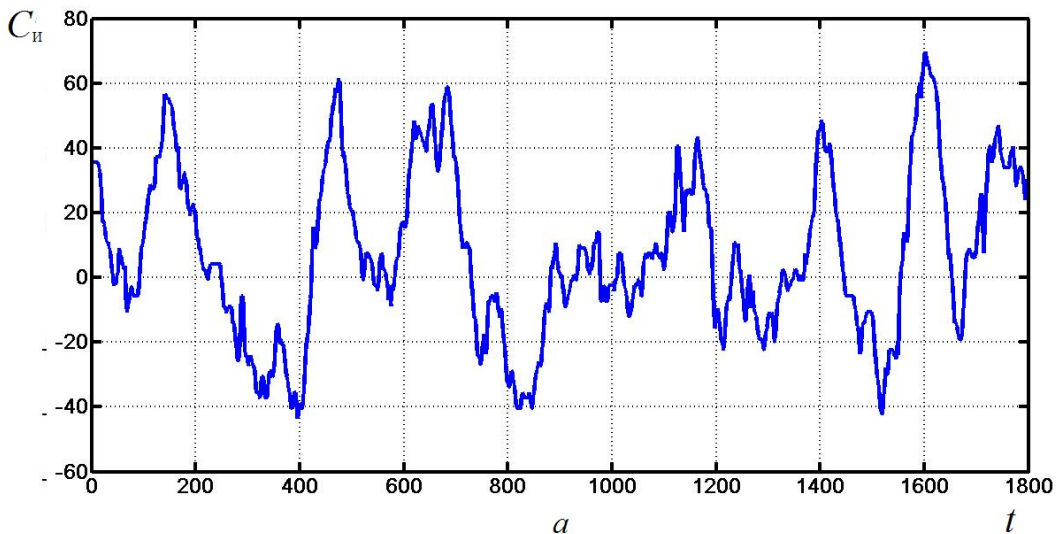


Рис. 1. Экспериментально снятые реализации:
a – погонная емкость $C_{II}(t)$ изолированной жилы; *b* – диаметр изоляции $D_{II}(t)$

Рассчитаем вклад диаметра в емкость в частотной области:

$$S_C^D(\omega) = \gamma_{CD}^2(\omega) \cdot S_C(\omega); \quad (10)$$

$$S_C(\omega) = S_C^E(\omega) + S_C^D(\omega), \quad (11)$$

где $\gamma_{CD}^2(\omega)$ – функция когерентности погонной емкости и диаметра изоляции.

Найдем вклад проницаемости в емкость:

$$S_C^E(\omega) = S_C(\omega) - S_C^D(\omega). \quad (12)$$

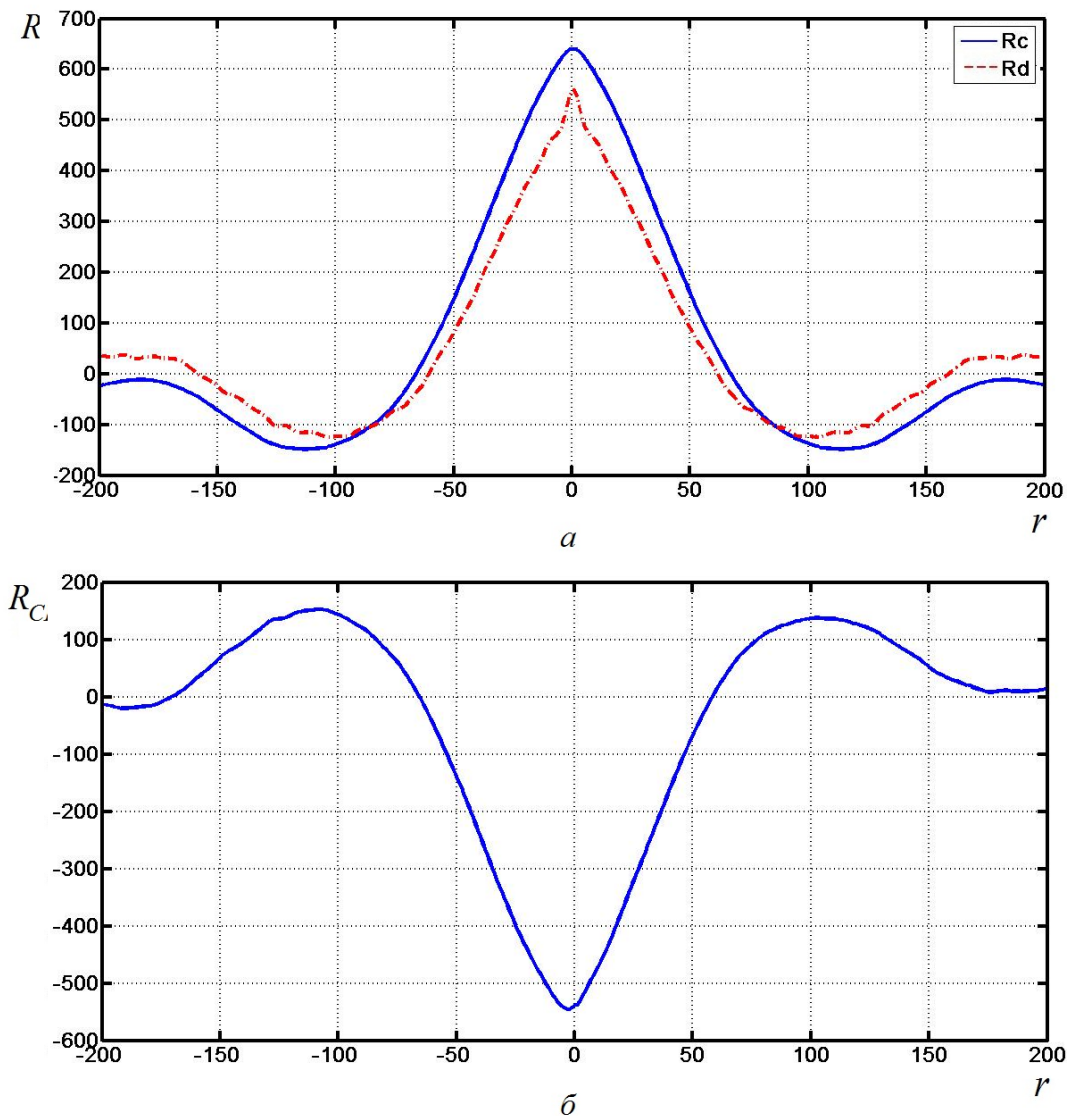


Рис. 2. Оценки корреляционных функций:

a – оценки корреляционных функций емкости и диаметра; b – оценка взаимной корреляционной функции емкости и диаметра

Из оценок корреляционных функций и спектральных плотностей видно, что основная часть дисперсии диаметра изоляции обусловлена почти периодическими колебаниями диаметра изоляции. Можно предположить, что данный эффект возник из-за автоколебательного характера неудачно настроенного регулятора контура стабилизации диаметра изоляции.

Вычисляем односторонние спектральные плотности с использованием прямоугольного корреляционного окна по формуле

$$S_X^0(f) = 2S_X(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau = 4 \int_0^{\infty} R_X(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau; f \in (0, \infty), \quad (13)$$

где $S_X(f)$ – двухсторонняя спектральная плотность.

Для получения сглаженной оценки предполагается использование корреляцион-

ного окна $k(\tau)$: прямоугольного окна, треугольного окна (Бартлетта) или окна Тьюки (приподнятый косинус). Желателен выбор оптимальной формы корреляционного окна. Некоторое предпочтение можно отдать выбору окна Тьюки [3].

Оценка спектральной плотности, сглаженная корреляционным окном, определяется выражением [3, 5]

$$S_X^0(i) = 4T_0 \sum_{r=0}^{m-1} k_X(r) R_X(r) \cdot \cos 2\pi \frac{1}{2m} ir, \quad (14)$$

где $i = 0, 1, 2, \dots, m$ – номер гармоники, соответствующей максимальной частоте f_{\max} и равной половине ширины корреляционного окна, выраженной в тактах T_0 ; r – дискретный отсчет корреляционной функции.

Рассмотрим процедуру сглаживания оценки спектральной плотности на примере емкости изоляции. На рис. 3 показан для сравнения пример сглаживания оценки спектральной плотности с помощью прямоугольного окна и окна Тьюки. Для наглядности приведены графики спектральных плотностей в логарифмическом масштабе по оси абсцисс, что обеспечивает лучшую проработку графика на высоких частотах.

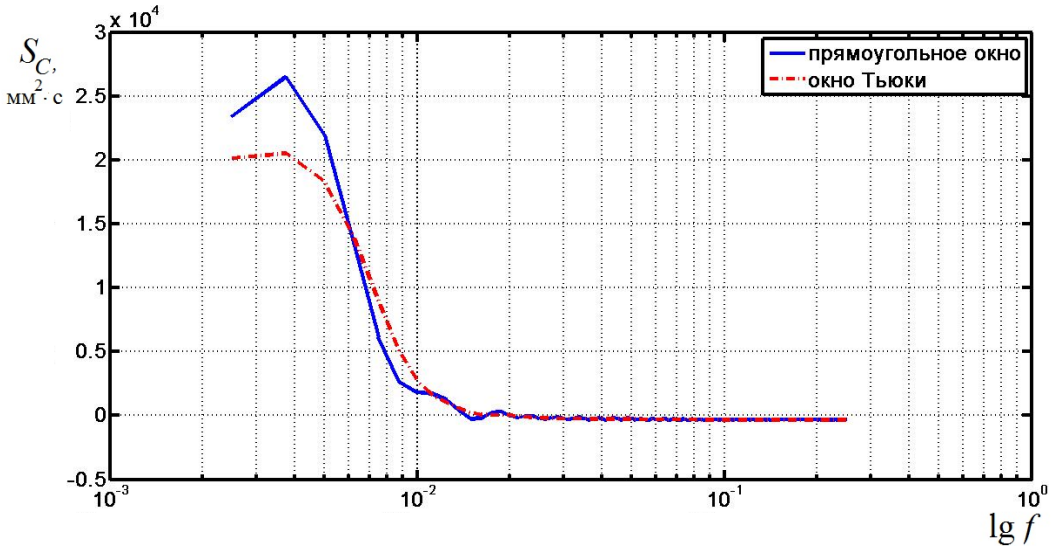


Рис. 3. Сглаживание оценки спектральной плотности емкости окном Тьюки

При использовании прямоугольного корреляционного окна происходит просачивание мощного низкочастотного пика спектра в боковые лепестки спектрального окна, что приводит к появлению случайных периодически повторяющихся пиков оценки спектра на высоких частотах.

Применение корреляционного окна позволяет устранить этот недостаток: оно практически не изменяет форму графика спектральной плотности на низких частотах, но сглаживает все выбросы на высоких частотах, которые вызваны случайными ошибками. Таким образом, сглаживание дает положительный результат: сглаженная оценка положительна на всех частотах.

Можно сделать вывод, что на оценку спектральных характеристик влияет не столько тип выбранного окна, сколько его ширина. Оптимального результата можно добиться, если использовать ширину корреляционного окна в 5-10 % общего числа дискретных отсчетов реализации.

В итоге произведена оценка функции когерентности (15). Данная функция отражает степень линейной взаимосвязи гармонических компонент рассматриваемых процессов. Чем ближе функция когерентности к единице на данной частоте f , тем ближе к единице доля вклада вариаций диаметра изоляции в вариации ее емкости на соответствующей частоте.

$$\gamma_{CD}^2(\omega) = \frac{|S_{CD}(\omega)|^2}{S_{CD}(\omega)S_{CD}(\omega)} = \frac{C_{CD}^2(\omega) + Q_{CD}^2(\omega)}{S_C(\omega)S_D(\omega)}, \quad (15)$$

где $C_{CD}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} L_{CD}(\tau) \cos \omega\tau d\tau$ – синфазный спектр;

$Q_{CD}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} M_{CD}(\tau) \sin \omega\tau d\tau$ – квадратурный спектр;

L_{CD} – четная составляющая взаимной корреляционной функции;

M_{CD} – нечетная составляющая взаимной корреляционной функции.

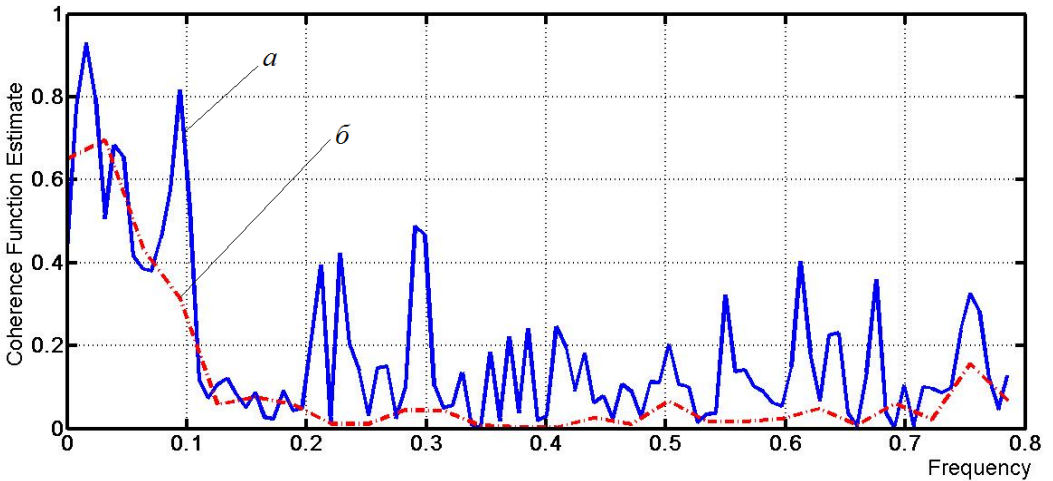


Рис. 4. Функция когерентности:
a – с шириной окна $m = 200$; *b* – с шириной окна $m = 50$

На рис. 4 сравниваются оценки функции когерентности с разной шириной корреляционного окна. Уменьшение ширины корреляционного окна делает характеристики более сглаженными, поэтому функция когерентности с уменьшенной шириной корреляционного окна обладает меньшими случайными ошибками. Можно сделать вывод, что на низких частотах гармонические компоненты емкости и диаметра максимально взаимосвязаны.

Для имитационного моделирования и эмпирической оптимальной настройки систем автоматического управления на имитационных моделях возможны различные пути.

Во-первых, возможна аналитическая аппроксимация полученных корреляционно-спектральных оценок с целью расщепления и получения моделей формирующих фильтров [3, 5].

Во-вторых, возможна аппроксимация оценок спектральной плотности как квадрата амплитудно-частотной характеристики цифрового фильтра [4].

Предпочтительным представляется путь эмпирической настройки параметров

модели формирующего цифрового фильтра на получение функции квадрата амплитудно-частотной характеристики фильтра, наиболее близкой к кривой эмпирической оценки спектральной плотности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Чостковский Б.К.* Методы и системы оптимального управления технологическими процессами производства кабелей связи. – М.: Машиностроение, 2009. – 190 с.
2. *Сажин Б.И.* Электрические свойства полимеров. – М.: Химия, 1970. – 224 с.
3. *Чостковский Б.К.* Моделирование и алгоритмизация процессов управления в стохастических системах с цифровыми регуляторами: Учеб. пособие. – Самара: СамГТУ, 2005. – 134 с.
4. *Чостковский Б.К., Волков С.А.* Математические методы в задачах оптимизации стохастических систем: Учеб. пособие. – Самара: СамГТУ, 2007. – 72 с.
5. *Бендат Д., Пирсол А.* Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

Статья поступила в редакцию 2 марта 2013 г.

STATISTICAL MODEL OF THE INSULATION PROCESS OF THE DATA TRANSMISSION CABLE CORD

B.K. Chostkovsky, V.S. Golovko

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

In the paper a problem of mathematical and imitation simulation of primary parameters of copper cord with porous insulation is considered. It is formed during insulating by extrusion method at any technologic line equipped with sensors and systems of self-regulation of insulation diameter and insulated cord unit-length capacitance.

Keywords: LAN cable, imitation simulation, correlation and spectral analysis.

*Boris K. Chostkovsky (Dr. Sci. (Techn.), Professor.
Valeriya S. Golovko, Student.*