

МЕТОД ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ЦИФРОВЫМИ ГИДРАВЛИЧЕСКИМИ ПРИВОДАМИ С ПРИМЕНЕНИЕМ СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИИ

А.С. Брятов, В.М. Мякишев, А.Н. Проценко

Самарский государственный технический университет
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматривается специфика управления цифровыми гидроприводами, заключающаяся в жестких требованиях к точности, быстродействию, надежности, технологичности, габаритно-массовым и экономическим показателям элементов и устройств автоматики. Предлагается метод воспроизведения сложных функциональных зависимостей, сущность которого заключается в сплайн-аппроксимации сигнала с использованием в качестве критерия приближения кривизны и длин дуг аппроксимируемых плоских кривых и базисных сплайнов с ориентацией на графо-аналитическую реализацию.

Ключевые слова: *цифровые, управление, функция, сплайн-аппроксимация, воспроизведение, кривая, графо-аналитический.*

На заводах по производству современной техники широко применяются станки и манипуляторы с гидроприводами, причем наиболее перспективны манипуляторы с цифровыми гидроприводами (ЦГП).

Гидравлический привод имеет грузоподъемность от 10 кг и выше практически без ограничений сверху. Вследствие высоких точностных показателей цифровых гидроприводов манипуляторы на их основе способны осуществлять сложные технологические движения. Эти приводы имеют значительно более высокую удельную мощность на единицу массы и высокий к.п.д.

Применение ЦГП в промышленности (в последнем десятилетии) и непрерывно повышающаяся сложность задач при управлении, статических и динамических испытаниях цифровых гидроприводов на всех этапах производства и эксплуатации требует для их решения привлечения новых технических средств, к которым прежде всего следует отнести цифровые элементы и устройства микропрограммного управления при построении систем автоматического управления (САУ) ЦГП.

Одним из перспективных направлений развития современных устройств автоматического управления ЦГП является применение многофункциональных преобразователей информации с практически неограниченными функциональными возможностями [1].

Микропрограммное управление в сочетании с функциональными преобразователями информации (ФПИ) позволяет создавать устройства автоматического управления, способные решать с различной степенью эффективности самые разнообразные технические задачи.

В настоящее время значительные трудности в создании САУ ЦГП вызываются

Александр Сергеевич Брятов (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

Владимир Михайлович Мякишев (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Теоретическая и общая электротехника».

Александр Николаевич Проценко (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электроснабжение промышленных предприятий».

как отсутствием теоретических и практических разработок, алгоритмов и программ функционирования узлов, так и отсутствием достаточно надежных унифицированных блоков цифровых устройств.

Специфика работы ЦПП предъявляет жесткие требования к точности, быстродействию, надежности, технологичности, габаритно-массовым и экономическим показателям элементов и устройств автоматического управления. В связи с этим первостепенное значение приобретает комплекс научно-технических проблем, связанных с разработкой элементов и устройств, обладающих высокими эксплуатационно-техническими характеристиками, удовлетворяющих требованиям широкого круга пользователей и учитывающих перспективу развития устройств управления. Поэтому разработка САУ ЦПП, обладающих высокими метрологическими характеристиками, является важной задачей в теоретическом и практическом плане, а поиск математических методов повышения точности воспроизведения фактически любых функций с учетом оптимальности системной архитектуры – актуальной научной проблемой.

Специфика процесса управления и испытания ЦПП (разнообразие формы, наличие многочисленных экстремумов и пауз, широкий диапазон длительности задающего сигнала, жесткие ограничения на «рывок» исполнительного механизма и условия гладкого сопряжения функций в местах стыковки) накладывают особые требования на выбор метода и средств воспроизведения цифровых задающих сигналов. Невозможность применения традиционных методов воспроизведения функций (в частности кусочно-ступенчатой аппроксимации сигнала с использованием его разложения в ортогональных базисах) объясняется следующими причинами: низкой точностью приближения; большим объемом запоминающих устройств для хранения воспроизводимых сигналов; отсутствием развитых средств трансляции описаний сложных функциональных зависимостей, представленных на языке пользователя, в машинные переменные; невозможностью программирования генераторов функций методом обучения [2].

Применение методов сплайн-аппроксимации для решения задач воспроизведения сигналов управления ЦПП ограничено малой степенью проработки вопросов их технической интерпретации, ориентацией методов на задачи математического характера, преобладанием трудоемких аналитических расчетов при перепрограммировании средств воспроизведения [3].

Предлагается метод воспроизведения сложных функциональных зависимостей, сущность которого заключается в сплайн-аппроксимации сигнала с использованием в качестве критерия приближения кривизны и длин дуг аппроксимируемых плоских кривых и базисных сплайнов с ориентацией на графо-аналитическую реализацию.

Область применения предложенного метода определена следующими ограничениями: рассматриваются сигналы управления перемещением ЦПП, заданные графо-аналитически; воспроизведение сигналов осуществляется на структурах ФПИ цифро-частотного типа.

На основе аппарата аппроксимации гладких регулярных кривых сплайнами степени, не превышающей третьей, доказано преимущество использования кривизны и длины дуги как критериев качества приближения. Доказана теорема о существовании и единственности наилучшего приближения при кусочной аппроксимации непрерывной функции сплайнами второй и третьей степени по среднему значению радиуса кривизны, определяемому по формуле

$$R_{(x)} = \left| \frac{(1 - y'^2)^{3/2}}{y''} \right|,$$

где y' и y'' – соответственно первая и вторая производная воспроизводимой функции.

Предлагается алгоритм аппроксимации произвольной кривой, состоящий из последовательности процедур разбиения участка кривой на дуги соответствующей длины, нахождения значений средней кривизны и выборки соответствующего участка базисного сплайна по минимуму расхождения средних значений кривизны.

Преимущества графо-аналитического метода перевода исходных данных о воспроизводимой функции в микропрограмму, которая хранится в памяти ФПИ, реализующего сплайн-аппроксимацию генерируемого сигнала, очевидны.

На рис. 1 приведена структурная схема функционального преобразователя информации [4].

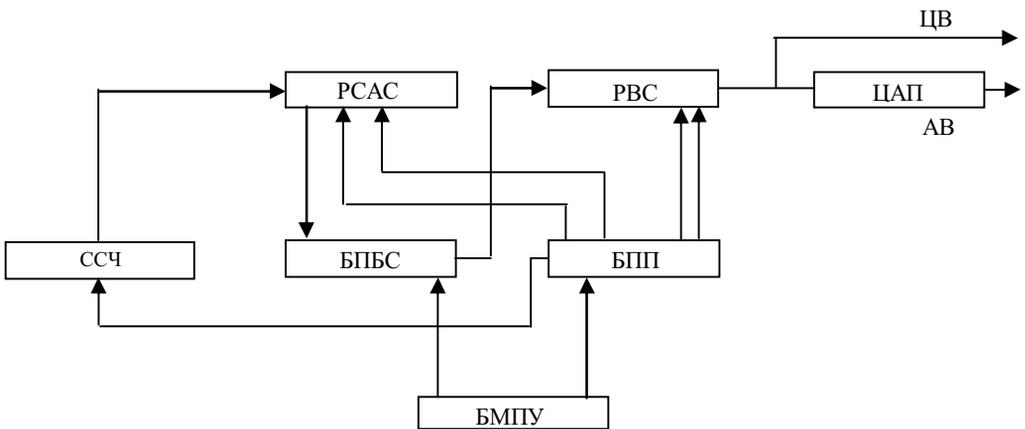


Рис. 1. Структурная схема функционального преобразователя информации:

БМПУ – блок микропрограммного управления; ССЧ – система синтеза частот; БПБС – блок памяти базисных сплайнов; БПП – блок программной памяти; РСАС – реверсивный счетчик адреса сплайна; РВС – реверсивный выходной счетчик; ЦАП – цифро-аналоговый преобразователь; ЦВ – цифровой выход

Воспроизведение нелинейных функций, имеющих узловые точки и точки возврата, можно осуществить с помощью сплайн-аппроксимации. Для этого достаточно в этих характерных точках ввести в микропрограммный автомат функции «значение – знак».

В данном случае в микропрограммном автомате имеются два реверсивных счетчика: счетчик адреса памяти, производящий считывание информации из памяти в прямом и обратном направлении, и реверсивный накопительный счетчик, производящий подсчет импульсов, вызванных из памяти автомата.

Режим работы реверсивного накопительного счетчика определяется знаком первой производной воспроизводимой функции

$$\text{Sg } y' = \begin{cases} 1 & \text{при } y' > 0 \\ 0 & \text{при } y' < 0 \end{cases}$$

Режим работы реверсивного счетчика адреса памяти определяется вогнутостью и выпуклостью воспроизводимой функции

$$\text{Sg } y'' = \begin{cases} 1 & \text{при } y'' > 0 \\ 0 & \text{при } y'' < 0 \end{cases}$$

Из сказанного следует, что если в память автомата занести информацию основного базисного сплайна (1) (рис. 2), то возможно получение еще трех нелинейных участков сплайна в зависимости от режима работы счетчика адреса и накопительного счетчика. Используя такой режим работы счетчиков, можно значительно сократить объем памяти автомата воспроизведения функции.

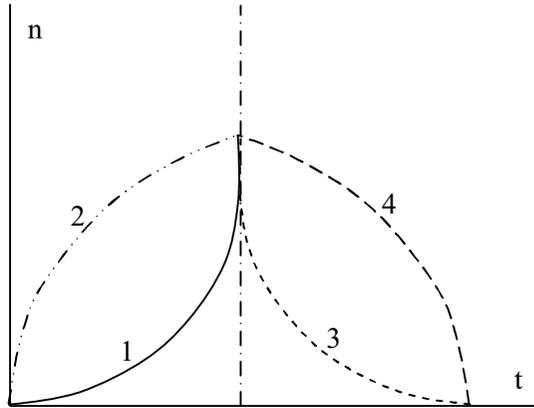


Рис. 2. Основной базисный сплайн (1) и сплайны (2, 3, 4), производные (вспомогательные) от основного базисного

$$\begin{aligned} \text{Для сплайна } S_1 &\rightarrow \text{Sg } y' = 1, \text{Sg } y'' = 1; \\ S_2 &\rightarrow \text{Sg } y' = 1, \text{Sg } y'' = 0; \\ S_3 &\rightarrow \text{Sg } y' = 0, \text{Sg } y'' = 1; \\ S_4 &\rightarrow \text{Sg } y' = 0, \text{Sg } y'' = 0, \end{aligned}$$

где $\text{Sg } y'$ определяет режим работы накопительного счетчика;

$\text{Sg } y''$ определяет режим работы счетчика адреса памяти сплайна.

Использование реверсивных режимов работы счетчиков значительно сокращает объем памяти ФПИ, что приводит к увеличению надежности, упрощению устройства и снижению затрат. ФПИ является генератором цифровых и аналоговых функций, воспроизводящим сложные сигналы с кусочной аппроксимацией сплайнами различного вида из конечного множества базисных сплайнов, хранящихся в памяти и имеющих практически любой вид, и может использоваться как многофункциональный преобразователь САУ ЦПП.

Техническая интерпретация метода воспроизведения нелинейных функций на основе их приближения сплайнами по критерию минимума расхождения кривизны и длины дуг осуществляется в классе цифро-частотных ФПИ.

При использовании методов аппроксимации очень важным является вопрос о погрешности аппроксимации и способах ее оценки. Теоретические оценки погрешности с использованием интерполяционной формулы Ньютона при помощи остаточных членов не совпадают с практически получаемой погрешностью.

Остаточные члены интерполяционной формулы при кусочно-линейной аппроксимации (КЛА), квадратичной и кубической аппроксимации имеют вид:

$$R_{1(x)} = h^2 \frac{q(q-1)}{2!} f''(a); \quad (1)$$

$$R_{2(x)} = h^3 \frac{q(q-1)(q-2)}{3!} f'''(a); \quad (2)$$

$$R_{3(x)} = h^4 \frac{q(q-1)(q-2)(q-3)}{4!} f^{IV}(a), \quad (3)$$

где $h = x_{i+1} - x_i$ – шаг интерполяции;

$$q = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \in [0; 1] \text{ т. к. за начало отсчета взята точка } x_i;$$

$f^x(a)$ – производные функции $f(x)$ в точке a , $x_i \leq a \leq x_{i+1}$.

Т. к. $0 \leq q \leq 1$, то модуль величины $\frac{q(q-1)}{2!}$ достигает максимума 0.25 при $q = 0.5$;

$\frac{q(q-1)(q-2)}{3!}$ достигает максимума 0.06415002 при $q = 0.4225$;

$\frac{q(q-1)(q-2)(q-3)}{4!}$ достигает максимума 0,0084048 при $q = 0.61$.

Очевидно, что абсолютная погрешность определяется выражениями [5, 6]:

– при линейной интерполяции $\varepsilon_{\max} \leq |R_1(x)| \approx \frac{|f''(a)|}{2} h^2$,

– при квадратичной интерполяции $\varepsilon_{\max} \leq |R_2(x)| \approx \frac{|f'''(a)|}{6} h^3$,

– при кубической интерполяции $\varepsilon_{\max} \leq |R_3(x)| \approx \frac{|f^{IV}(a)|}{24} h^4$.

Установлено, что вычисления погрешностей по остаточным членам явно завышены, особенно при квадратичной и кубической аппроксимации. Прежде всего это связано с тем, что эти оценки не учитывают влияния ошибок округления при вычислении аппроксимации функции, а также не учитывают влияния погрешности в исходных данных (значения исходных функций и узлы аппроксимации) на результаты вычислений.

Если в качестве параметра аппроксимации используется длина дуги кривой (аппроксимация сплайнами второй и третьей степени), то оценка погрешности должна проводиться по формулам

$$\varepsilon \leq \frac{|R(s)|}{8} h^2 \quad \text{и} \quad \varepsilon \leq \frac{|R(s)|}{16} h^3,$$

где $R(s)$ – остаточный член любой интерполяционной формулы [7].

При квадратичной и кубической аппроксимации это хорошо согласуется с практически получаемой погрешностью.

Точность аппроксимации определяется в основном гладкостью функции внутри участков разбиения, что обуславливает необходимость включения особых точек кривых в число узлов аппроксимации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Брятов А.С., Брятова Л.И. Анализ методов аппроксимации функций / Проблемы транспортного строительства и транспорта // Тезисы докладов Международной научно-технической конференции. – Саратов, 1997. – С. 33-37.
2. Брятов А.С., Мякишев В.М., Проценко А.Н. Теоретические основы существования и единственности наилучшего приближения при сплайн-аппроксимации // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки, 2011. – № 2 (30). – С. 236-239.

3. Корнейчук Н.П. Сплайны в теории приближения. – М.: Наука, 1984.
4. А.С. 1239704. Цифровой функциональный генератор. А.С. Брятов, С.А. Никищенко. Б.И. 1985. № 39.
5. Бабенко В.Ф. Интерполяция непрерывных отображений в параметрическом виде при помощи сплайн-кривых // Укр. матем. журнал. – 1983. – 35, № 3. – С. 352-355.
6. Корнейчук Н.П. Геометрическая теория сплайн-функций и топология. – Киев, 1981.
7. Альберт Дж., Нильсон Э., Уоли Дж. Теория сплайнов и ее приближения. – М.: Мир, 1972.

Статья поступила в редакцию 23 ноября 2012 г.

METHOD OF MAKING THE COMPLICATED FUNCTIONAL DEPENDENCE FOR MANAGEMENT BY DIGITAL HYDRAULIC DRIVE WITH THE USE OF SPLINE-APPROXIMATION

A.S. Bryatov, V.M. Myakishev, A.N. Protsenko

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443076

The specificity of digital control hydraulic actuators consisting of rigid requirements for accuracy, speed, reliability, technological consistency, overall and widespread and economic parameters of elements and the automation devices is considered. A method of reproduction of complex functional relationships, the essence of which lies in the spline approximation of a signal using as a criterion for approximation of the curvature and the lengths of arcs approximable plane curves and basis splines with a focus on graph-analytic realization is offered.

Keywords: digital, control, functions, spline approximation, reproduced, curve, the graph-analytical.

*Alexander S. Bryatov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Vladimir M. Myakishev (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Alexander N. Protsenko (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*