

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИФРОВОГО СЛЕДЯЩЕГО ЭЛЕКТРОПРИВОДА С СИНХРОННЫМ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

С.Л. Лисин, А.В. Стариков

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Разработана математическая модель следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем, учитывающая процесс квантования по времени. Найдены дискретные передаточные функции замкнутого электропривода для двух значений периода дискретизации. Показано, что уменьшение периода дискретизации значительно увеличивает быстрдействие электропривода.

Ключевые слова: следящий электропривод, синхронный электродвигатель, дискретная передаточная функция.

Все современные следящие электроприводы имеют микропроцессорную техническую реализацию. Очевидно, цифровой способ обработки информации приводит к тому, что на работу систем управления таких электроприводов оказывает влияние процесс квантования сигналов по времени.

Целью данной статьи является исследование особенностей цифрового следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем, структурная схема непрерывного прототипа которого имеет вид, приведенный на рис. 1.

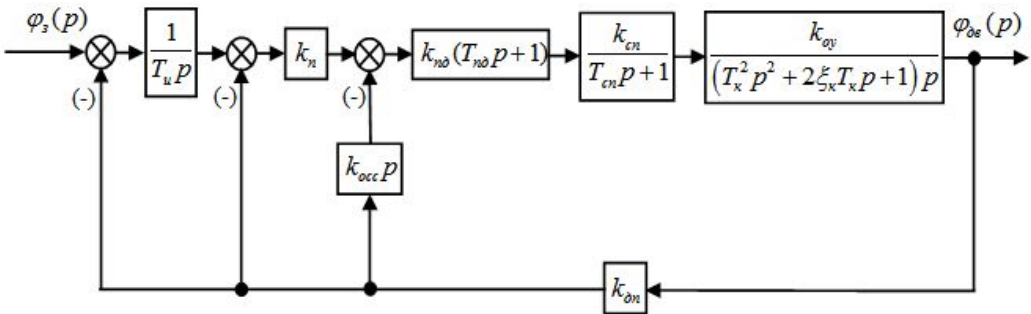


Рис. 1. Структурная схема непрерывного прототипа следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем

Электропривод имеет три контура: внутренний контур скорости и два контура положения. Для организации обратной связи по скорости сигнал безынерционного датчика положения с коэффициентом передачи $k_{он}$ дифференцируется звеном с передаточной функцией

$$W_{осс}(p) = k_{осс} p,$$

где $k_{осс}$ – коэффициент передачи обратной связи по скорости.

Регулятор внутреннего контура (контура скорости) выбран пропорционально-

Сергей Леонидович Лисин, начальник отдела кадров.

Александр Владимирович Стариков (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Электропривод и промышленная автоматика».

дифференциальным с передаточной функцией

$$W_{nd}(p) = k_{nd}(T_{nd}p + 1),$$

где k_{nd} – коэффициент передачи; T_{nd} – постоянная времени регулятора.

Регулятор второго контура представляет собой пропорциональное звено с коэффициентом передачи k_n , а регулятор третьего (внешнего) контура принят интегральным с передаточной функцией

$$W_u(p) = \frac{1}{T_u p},$$

где T_u – постоянная времени интегрирования.

Синхронная машина, работающая в режиме бесколлекторного двигателя постоянного тока, на структурной схеме представлена колебательным звеном [1]

$$W_{oy1}(p) = \frac{k_{oy}}{(T_{\kappa}^2 p^2 + 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} p + 1)p},$$

где k_{oy} – коэффициент передачи объекта; T_{κ} – постоянная времени колебательного звена; ξ_{κ} – его коэффициент демпфирования.

Силовой преобразователь принят апериодическим звеном с передаточной функцией

$$W_{cn}(p) = \frac{k_{cn}}{T_{cn} p + 1},$$

где k_{cn} и T_{cn} – коэффициент передачи и постоянная времени силового преобразователя соответственно.

Для разработки дискретной математической модели рассматриваемого цифрового следящего электропривода перейдем к z-преобразованиям. Тогда его структурная схема примет вид, приведенный на рис. 2.

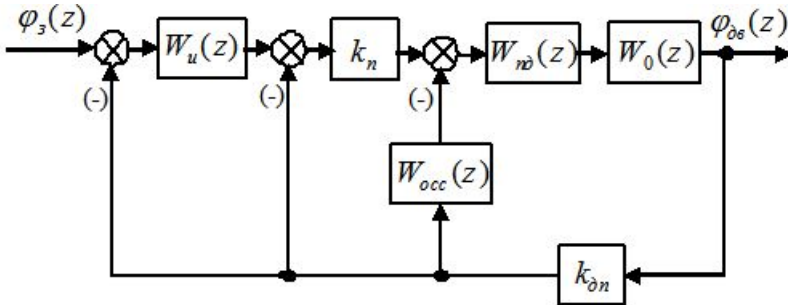


Рис. 2. Структурная схема следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем при переходе к z-преобразованиям

Непрерывный объект управления с учетом экстраполятора нулевого порядка представлен дискретной передаточной функцией $W_0(z)$. Поскольку функцию экстраполятора в рассматриваемом электроприводе выполняет силовой преобразователь, то передаточная функция непрерывной части системы имеет вид

$$W_n(p) = \frac{k_{cn} k_{oy}}{(T_{\kappa}^2 p^2 + 2\xi_{\kappa} T_{\kappa} p + 1)p}.$$

Дискретная передаточная функция такого объекта с учетом экстраполятора ну-

левого порядка находится по известным правилам [2] и в конечном итоге запишется следующим образом:

$$W_0(z) = \frac{\varphi_{06}(z)}{N_{nd}(z)} = k_{cn}k_{oy} \frac{az^2 + bz + c}{(z-1)(z^2 - 2zd \cos \beta T + d^2)}, \quad (1)$$

где $a = T - 2\xi_{\kappa}T_{\kappa}(1 - d \cos \beta T) - \frac{1 - 2\xi_{\kappa}^2}{\beta} d \sin \beta T$;

$$b = 2 \left[\xi_{\kappa}T_{\kappa}(1 - d^2) + \frac{1 - 2\xi_{\kappa}^2}{\beta} d \sin \beta T - Td \cos \beta T \right];$$

$$c = Td^2 + 2\xi_{\kappa}T_{\kappa}(d^2 - d \cos \beta T) - \frac{1 - 2\xi_{\kappa}^2}{\beta} d \sin \beta T;$$

T – период дискретизации (квантования по времени).

В состав цифрового управляющего устройства рассматриваемого следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем входят пропорционально-дифференциальный, пропорциональный и интегральный регуляторы. Дискретная передаточная функция пропорционально-дифференциального регулятора при вычислении производной как первой обратной разности будет иметь вид

$$W_{nd}(z) = \frac{k_{nd}(T_{nd} + T)}{T} \frac{\left(z - \frac{T_{nd}}{T_{nd} + T} \right)}{z}. \quad (2)$$

Передаточная функция регулятора второго контура представляет собой пропорциональное звено с коэффициентом передачи

$$W_n(z) = k_n. \quad (3)$$

Дискретная передаточная функция интегрального регулятора внешнего контура, осуществляющего вычисление интеграла как полной суммы, будет выглядеть следующим образом:

$$W_u(z) = \frac{Tz}{T_u(z-1)}. \quad (4)$$

Так как дифференцирующее звено также использует в своем алгоритме работы первую обратную разность, его передаточная функция будет иметь вид

$$W_{occ}(z) = \frac{k_{occ}(z-1)}{Tz}. \quad (5)$$

Поскольку правила преобразования структурных схем цифровых систем управления аналогичны правилам преобразования структурных схем непрерывных систем, формулы (1) – (5) позволяют найти дискретную передаточную функцию замкнутого следящего электропривода:

$$W_3(z) = \frac{b_{05}z^5 + b_{15}z^4 + b_{25}z^3 + b_{35}z^2}{z^6 + a_{15}z^5 + a_{25}z^4 + a_{35}z^3 + a_{45}z^2 + a_{55}z + a_{65}}, \quad (6)$$

где $b_{05} = \frac{k_2 a (T_{nd} + T)}{k_{\partial n} T_u}$; $b_{15} = \frac{k_2}{k_{\partial n} T_u} [(b - a)T_{nd} + bT]$;

$$b_{25} = -\frac{k_2}{k_{\partial n} T_u} [(b-c)T_{n\partial} - cT]; \quad b_{35} = -\frac{k_2 c T_{n\partial}}{k_{\partial n} T_u};$$

$$a_{15} = -\left[2 + 2d \cos \beta T - \frac{(k_1 + k_2 T)a(T_{n\partial} + T)}{T^2} - \frac{k_2 a(T_{n\partial} + T)}{T_u} \right];$$

$$a_{25} = 1 + d^2 + 4d \cos \beta T + \frac{k_1 [(b-3a)T_{n\partial} + (b-2a)T]}{T^2} +$$

$$+ \frac{k_2 [(b-2a)T_{n\partial} + (b-a)T]}{T} + \frac{k_2 [(b-a)T_{n\partial} + bT]}{T_u};$$

$$a_{35} = -\left\{ 2d^2 + 2d \cos \beta T + \frac{k_1 [(3b-3a-c)T_{n\partial} + (2b-a-c)T]}{T^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{k_2 [(2b-a-c)T_{n\partial} + (b-c)T]}{T} + \frac{k_2 [(b-c)T_{n\partial} - cT]}{T_u} \right\};$$

$$a_{45} = d^2 + \frac{k_1 [(3b-a-3c)T_{n\partial} + (b-2c)T]}{T^2} + \frac{k_2 [(b-2c)T_{n\partial} - cT]}{T} - \frac{k_2 c T_{n\partial}}{T_u};$$

$$a_{55} = -\left\{ \frac{k_1 [(b-3c)T_{n\partial} - cT]}{T^2} - \frac{k_2 c T_{n\partial}}{T} \right\}; \quad a_{65} = -\frac{k_1 c T_{n\partial}}{T^2}.$$

Дискретная передаточная функция (6) позволяет исследовать устойчивость и реакцию рассматриваемого цифрового следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем на изменение управляющего воздействия. Выражение (6) имеет характеристический полином шестого порядка, поэтому применять алгебраические критерии устойчивости нецелесообразно. Граничные значения параметров будем искать численными методами путем оценки модуля корней уравнения

$$z^6 + a_{15}z^5 + a_{25}z^4 + a_{35}z^3 + a_{45}z^2 + a_{55}z + a_{65} = 0.$$

С позиций параметрического синтеза регуляторов интересно определение граничного, с точки зрения устойчивости, значения T_{ep} периода дискретизации. Применительно к следящему электроприводу с синхронным электродвигателем 5FK70605AF71 определена величина T_{ep} для двух наборов параметров регуляторов (см. таблицу).

**Зависимость граничного значения T_{ep} периода дискретизации
от величин T_{cn} , $k_{n\partial}$, $T_{n\partial}$, k_n , T_u и k_{occ}**

T_{cn} , с	$k_{n\partial}$	$T_{n\partial}$, с	k_n	T_u , с	k_{occ} , с	T_{ep} , с
0,0002	256	0,0045	32	0,001	0,0256	0,00023
0,0016	2	0,1175	3	0,0128	0,0128	0,0022

Данные таблицы показывают, что рассматриваемый цифровой электропривод всегда устойчив, если при выборе параметров регуляторов за постоянную времени T_{cn} силового преобразователя принимать величину периода дискретизации T .

Промоделируем разработанный цифровой следящий электропривод в про-

граммной среде Matlab Simulink для двух значений периодов дискретизации $T = 0,0016$ с и $T = 0,0002$ с и соответствующих наборов параметров регуляторов.

При $T = 0,0016$ с дискретная передаточная функция замкнутого электропривода принимает следующие численные значения:

$$W_3(z) = \frac{0,003894z^5 + 0,011123z^4 - 0,011163z^3 - 0,003552z^2}{z^6 - 3,712493z^5 + 5,656237z^4 - 4,35954z^3 + 1,550046z^2 - 0,058714z - 0,075774} \cdot (7)$$

Передаточная функция (7) позволяет исследовать реакцию разрабатываемого электропривода на изменение управляющего воздействия. График переходного процесса (рис. 3) показывает, что при $T = 0,0016$ с время входа в 2%-ю зону составляет $t_m = 0,0368$ с, а перерегулирование – $\sigma = 0,946\%$.

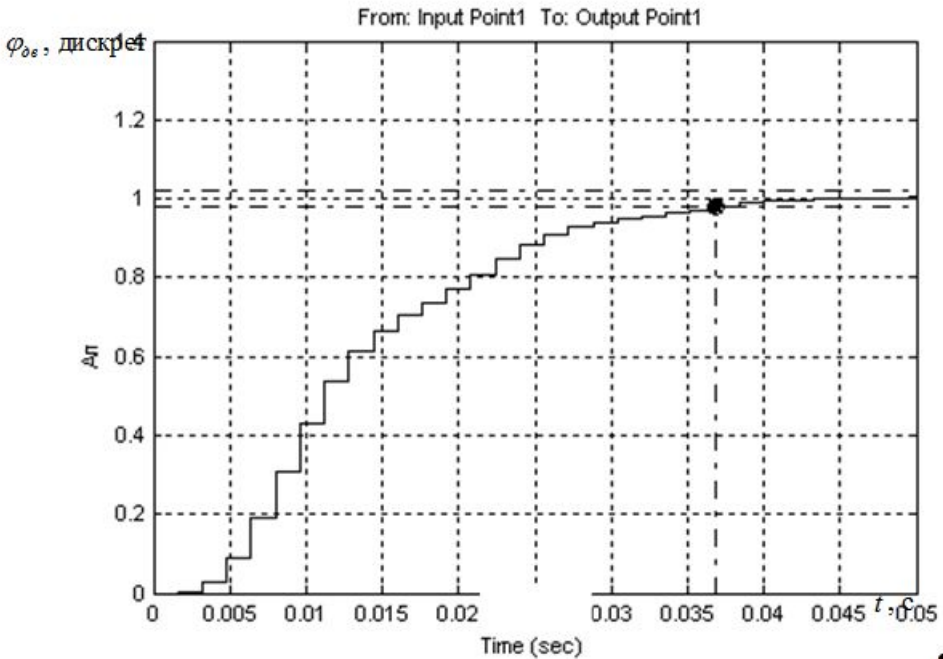


Рис. 3. Переходный процесс в цифровом следящем электроприводе по управляющему воздействию при периоде дискретизации $T = 0,0016$ с

Для периода дискретизации $T = 0,0002$ с передаточная функция следящего электропривода становится равной

$$W_3(z) = \frac{0,002716z^5 + 0,008211z^4 - 0,007662z^3 - 0,002575z^2}{z^6 - 3,841663z^5 + 6,115285z^4 - 4,9625z^3 + 1,867273z^2 - 0,074699z - 0,103012} \cdot (8)$$

На основании формулы (8) построен график переходного процесса (рис. 4). Время переходного процесса в этом случае составляет $t_m = 0,0048$ с, а перерегулирование – $\sigma = 0,514\%$.

Сравнение полученных результатов показывает, что уменьшение величины периода дискретизации при выбранном структурном построении цифрового следящего электропривода с синхронным исполнительным двигателем значительно увеличивает его быстродействие. Таким образом, разработанная дискретная математическая модель подтверждает эффективность применения способа построения следящего электропривода с минимальными вычислительными затратами.

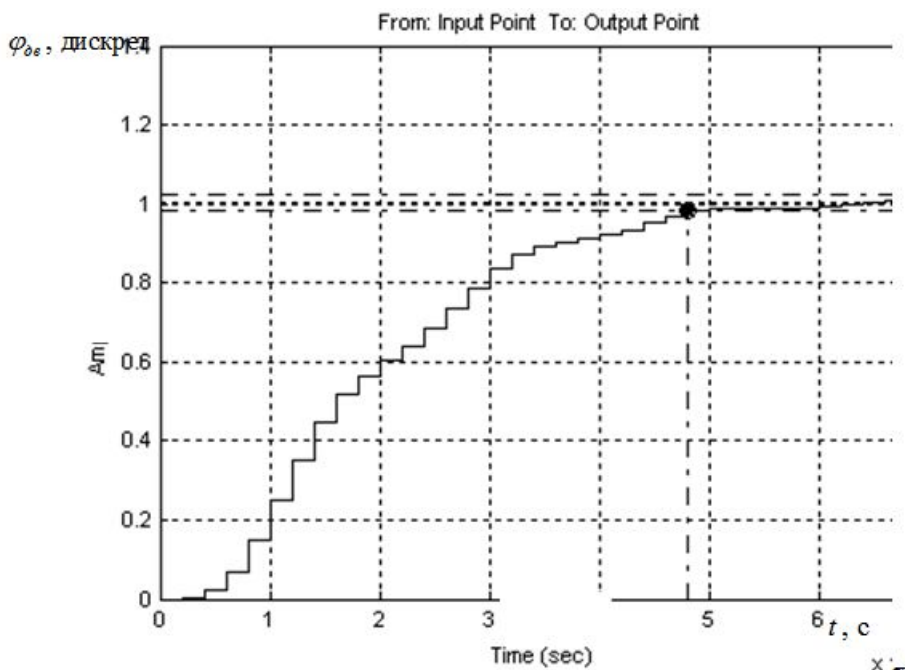


Рис. 4. Переходный процесс в цифровом следящем электроприводе по управляющему воздействию при периоде дискретизации $T = 0,0002$ с

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лысов М.С., Стариков А.В., Стариков В.А. Линеаризованная математическая модель синхронного электродвигателя при различных способах управления его скоростью // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки, 2008. – № 1 (16). – Самара: СамГТУ, 2008. – С. 102-107.
2. Микропроцессорные системы автоматического управления / В.А. Бесекерский, Н.Б. Ефимов, С.И. Зиятдинов и др.; под общ. ред. В.А. Бесекерского. – Л.: Машиностроение, 1988. – 365 с.

Статья поступила в редакцию 29 ноября 2012 г.

DISCRETE MATHEMATICAL MODEL OF THE DIGITAL OF THE SERVO DRIVE WITH THE SYNCHRONOUS MOTOR

S.L. Lisin, A.V. Starikov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The mathematical model of the servo drive with the synchronous motor, considering quantization process on time is developed. Discrete transfer functions of the closed electric drive for two values of the sampling time are found. It is shown that reduction of the sampling time considerably decreases response time of the electric drive.

Keywords: *the servo drive, the synchronous motor, the discrete transfer function.*

Sergey L. Lisin, Head of HR.

Alexander V. Starikov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.