

# Энергетика

УДК 681.5.013

## ФОРМИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЁННОГО УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА БАЗЕ НЕЧЁТКОГО ВЫВОДА<sup>1</sup>

*И.А. Данилушкин*Самарский государственный технический университет  
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассматривается метод синтеза нечёткого регулятора для объекта с распределёнными параметрами, основанный на предположении, что область значений выходной временной нечёткого регулятора может рассматриваться как область пространственного распределения управления. Это позволяет рассматривать итоговую функцию принадлежности нечёткого вывода регулятора как нормированное распределение мощности управляющего сигнала.*

**Ключевые слова:** *объект с распределёнными параметрами, система модального управления, нечёткий регулятор, функция принадлежности, нечёткий вывод, распределённое управляющее воздействие.*

При построении систем автоматического управления возникают ситуации, когда необходимая точность описания контролируемого параметра обеспечивается только за счёт учёта его пространственного распределения. В этом случае поведение объекта управления описывается уравнениями математической физики. Одномерное температурное распределение, являющееся решением параболического уравнения, может быть представлено в виде бесконечного ряда произведений временных мод и собственных функций краевой задачи [1–5]. При этом ортогональность собственных функций позволяет синтезировать систему автоматического управления как совокупность независимых регуляторов по каждой временной моде, а каждая отдельная система автоматического управления временной модой рассматривается уже как система с сосредоточенными параметрами. Управляющие воздействия по всем регулируемым модам используются далее для формирования распределённого управляющего сигнала.

Аппарат синтеза систем управления с сосредоточенными параметрами предлагает широкий спектр методик расчёта и реализации регуляторов. Один из возможных подходов – построение системы управления на базе аппарата нечёткой логики [6, 7]. Традиционный подход к синтезу нечётких систем управления предполагает выполнение последовательности операций по фаззификации входных переменных, формированию нечёткого вывода и его последующей дефаззификации. Входными переменными нечёткого регулятора по отдельной моде в этом случае могут выступать сама мода отклонения, скорость её изменения и её интеграл.

Однако результат дефаззификации нечёткого вывода, вообще говоря, может рассматриваться не только как значение управляющего воздействия по соответствующей моде. В зави-

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 12-08-00277-а.

симости от способа построения базы правил нечёткого регулятора, выход регулятора может рассматриваться как сосредоточенное управляющее воздействие на входе исполнительного устройства, формирующего распределённое управление фиксированной пространственной конфигурации [8]. В этом случае в качестве входных переменных выступают значения временных мод распределённого сигнала рассогласования заданного и текущего температурных распределений. Если в состав объекта входит несколько исполнительных устройств, то для каждого из них разрабатывается нечёткий регулятор с собственной базой правил.

В работе предлагается ещё один вариант построения нечёткой системы управления объектом с распределёнными параметрами для случая, когда конструкция автоматизируемой технической установки позволяет формировать распределённое управляющее воздействие произвольной пространственной конфигурации. В качестве входных переменных нечёткого регулятора рассматриваются временные моды отклонения текущего температурного распределения от заданного, а в качестве пространственно распределённого управления – итоговая функция принадлежности нечёткого вывода, область определения которой совпадает областью пространственного распределения контролируемого параметра.

Входными лингвистическими переменными нечёткого регулятора выступают временные моды. При этом предлагается наделить их понятийным смыслом, что позволит в дальнейшем облегчить процедуру формирования базы правил нечёткого вывода.

Временные моды – ни что иное как весовые коэффициенты при собственных функциях модального представления объекта управления. Для температурного распределения  $Q(x, t)$ , описываемого одномерным уравнением

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q(x, t)}{\partial x^2} + \beta \cdot Q(x, t) + U(x, t), \quad x_L < x < x_R, \quad t > 0, \quad a, \beta = const, \quad (1)$$

с однородными граничными условиями второго рода

$$\frac{\partial Q(x_L, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Q(x_R, t)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

и начальным распределением температуры

$$Q(x, 0) = 0, \quad (3)$$

собственные функции имеют выражения [4]

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_R - x_L}}, \quad \varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{x_R - x_L}} \cos \frac{n\pi(x - x_L)}{x_R - x_L}, \quad n \in \{1, 2, \dots\}. \quad (4)$$

Модель (1)–(3) описывает поведение температурного поля в протяжённом тонком стержне. Потери с торцов стержня пренебрежимо малы. Потери с боковой поверхности стержня в окружающую среду с температурой равной нулю учитывается слагаемым  $\beta \cdot Q(x, t)$ ,  $U(x, t)$  – распределённое по длине стержня управляющее воздействие,  $a = \lambda/c\gamma$  – коэффициент температуропроводности, зависящий от физических свойств материала: теплопроводности, теплоёмкости и плотности соответственно.

Достаточно часто считается, что коэффициент при  $\varphi_0(x)$  имеет смысл средней температуры стержня. Можно распространить такой подход на моды с номерами  $n > 0$ : коэффициент при  $\varphi_1(x)$  имеет смысл разности температур между левым и правым концами стержня, коэффициент при  $\varphi_2(x)$  – разность температур между концами стержня и его серединой и т.д.

Сигнал отклонения текущего температурного распределения от заданного,  $e(x, t) = Q^*(x, t) - Q(x, t)$ , может быть представлен в виде

$$e(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} e_n(t) \cdot \varphi_n(x), \quad (5)$$

а временные моды сигнала отклонения,  $e_n(t)$ , определяются благодаря ортогональности собственных функций следующим выражением:

$$e_n(t) = \int_{x_L}^{x_R} e(x,t) \cdot \varphi_n(x) dx, \quad n \in \{0, 1, 2, \dots\}. \quad (6)$$

Временные моды сигнала отклонения будут использоваться в качестве входных лингвистических переменных нечёткого регулятора:

- «отклонение средней температуры стержня»;
- «отклонение разности температур между левым и правым концами стержня»;
- «отклонение разности температур между концами стержня и его серединой»;
- и т.п.

Для каждой лингвистической переменной должны быть определены термы, как минимум, две: «положительное отклонение» ( $P$ , *positive*) и «отрицательное отклонение» ( $N$ , *negative*). Выделение временных мод сигнала отклонения осуществляется с помощью модального анализатора [1], который формирует на выходе вектор временных мод отклонения  $\mathbf{e}(t) = [e_n(t)]_K$ , где  $K$  – количество контролируемых мод.

Фаззификация каждой из временных мод сигнала отклонения осуществляется по единому принципу:

1) для каждой временной моды определяется весовой коэффициент  $1/w_n$  и рассчитывается ограниченная оценка:

$$\hat{e}_n(t) = \begin{cases} -1, & \text{при } e_n(t) < -w_n; \\ e_n(t)/w_n, & \text{при } -w_n \leq e_n(t) \leq w_n; \\ 1, & \text{при } w_n < e_n(t). \end{cases} \quad (7)$$

2) определяются функции принадлежности терм «положительное отклонение» и «отрицательное отклонение». Функции принадлежности терм  $m(e_n)$ , описываются выражениями:

$$m_N(\hat{e}) = -\hat{e}, \quad m_P(\hat{e}) = \hat{e}. \quad (8)$$

Помимо входных лингвистических переменных нечёткого регулятора, должны быть определены выходные лингвистические переменные. В качестве выходной лингвистической переменной  $B$  предлагается использовать распределение уровня мощности нагрева по области определения пространственной переменной  $[x_L, x_R]$ . В качестве терм выходной лингвистической переменной будут использоваться команды на включение нагревателя в  $M$  точках, равномерно распределённых по области  $[x_L, x_R]$ :

- «включить нагреватель в точке  $x_1$ » –  $B_1$ ;
- «включить нагреватель в точке  $x_2$ » –  $B_2$ ;
- ...;
- «включить нагреватель в точке  $x_M$ » –  $B_M$ .

Функции принадлежности каждой из терм определяются как одноэлементные множества (синглтоны) [6]

$$m_{B_j}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x = x_j; \\ 0, & \text{иначе;} \end{cases} \quad x_j = x_L + (j-1) \cdot \frac{x_R - x_L}{M-1}, \quad j \in \{1, 2, \dots, M\}. \quad (9)$$

Для сокращения общего количества правил было предложено осуществлять независимый вывод по каждой входной лингвистической переменной. Общее количество правил определяется количеством входных лингвистических переменных, количеством терм, определённым для каждой входной лингвистической переменной, количеством терм выходной лингвистической переменной.

База правил нечёткого регулятора для случая  $K=3, M=7$  приведена в табл. 1–3. Проверк говорит о том, что терма выходной переменной в данном случае не активизируется. При разработке правил приняты следующие решения:

– если средняя температура меньше заданной (значение отклонения  $\hat{e}_0(t)$  положительное), то необходимо активизировать все термы нечёткого вывода; если средняя температура больше заданной, то ни одна из терм не активизируется;

– если перепад температур между левым и правым концами стержня меньше заданного (значение отклонения  $\hat{e}_1(t)$  положительное), то активизировать термы нечёткого вывода, расположенные ближе к  $x_0$ ; если перепад температур между правым и левым концами стержня больше заданного, то активизировать термы, расположенные ближе к  $x_1$ ;

– если середина стержня перегрета (значение отклонения  $\hat{e}_2(t)$  положительное), то активизировать термы нечёткого вывода, расположенные по краям отрезка  $[x_L, x_R]$ ; при отрицательном отклонении (недогрев середины), то активизировать термы нечёткого вывода, расположенные по середине отрезка  $[x_L, x_R]$ .

Таблица 1

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_0(t)$

		<i>B</i>						
$\hat{e}_0(t)$	<i>P</i>	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$
	<i>N</i>	–	–	–	–	–	–	–

Таблица 2

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_1(t)$

		<i>B</i>						
$\hat{e}_1(t)$	<i>P</i>	$B_1$	$B_2$	–	–	–	–	–
	<i>N</i>	–	–	–	–	–	$B_6$	$B_7$

Таблица 3

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_2(t)$

		<i>B</i>						
$\hat{e}_2(t)$	<i>P</i>	$B_1$	$B_2$	–	–	–	$B_6$	$B_7$
	<i>N</i>	–	–	$B_3$	$B_4$	$B_5$	–	–

Степень активизации каждой из терм лингвистической переменной нечёткого вывода определяется выражением

$$m_{jn}^{<\bullet>}(x_j) = \min(m_{B_j}(x), m(\hat{e}_n(t))), \quad (10)$$

где  $m_{jn}^{<\bullet>}(x)$  – функция принадлежности логического вывода  $B_j$  по каждому из правил для  $n$ -той входной лингвистической переменной,  $<\bullet> = \{P, N\}$ .

Результирующая функция принадлежности  $m_{res}(x_j)$  определяется выражением

$$m_{res}(x_j) = \max_n m_{jn}^{<\bullet>}(x_j), \quad i \in \{0, 1, \dots, K-1\}, \quad j \in \{1, 2, \dots, M\}. \quad (11)$$

Функция  $m_{res}(x)$  определена на отрезке  $[x_L, x_R]$ , однако, при  $x \neq x_j$ , она равна нулю из-за использования одноэлементных множеств при формировании локальных выводов, поэтому результирующее пространственное распределение управляющего воздействия предла-

гается формировать с помощью интерполяции, проходящей через значения  $m_{res}(x)$  в точках  $x \neq x_j$ . Пример формирования нечёткого вывода приведён на рис. 1.

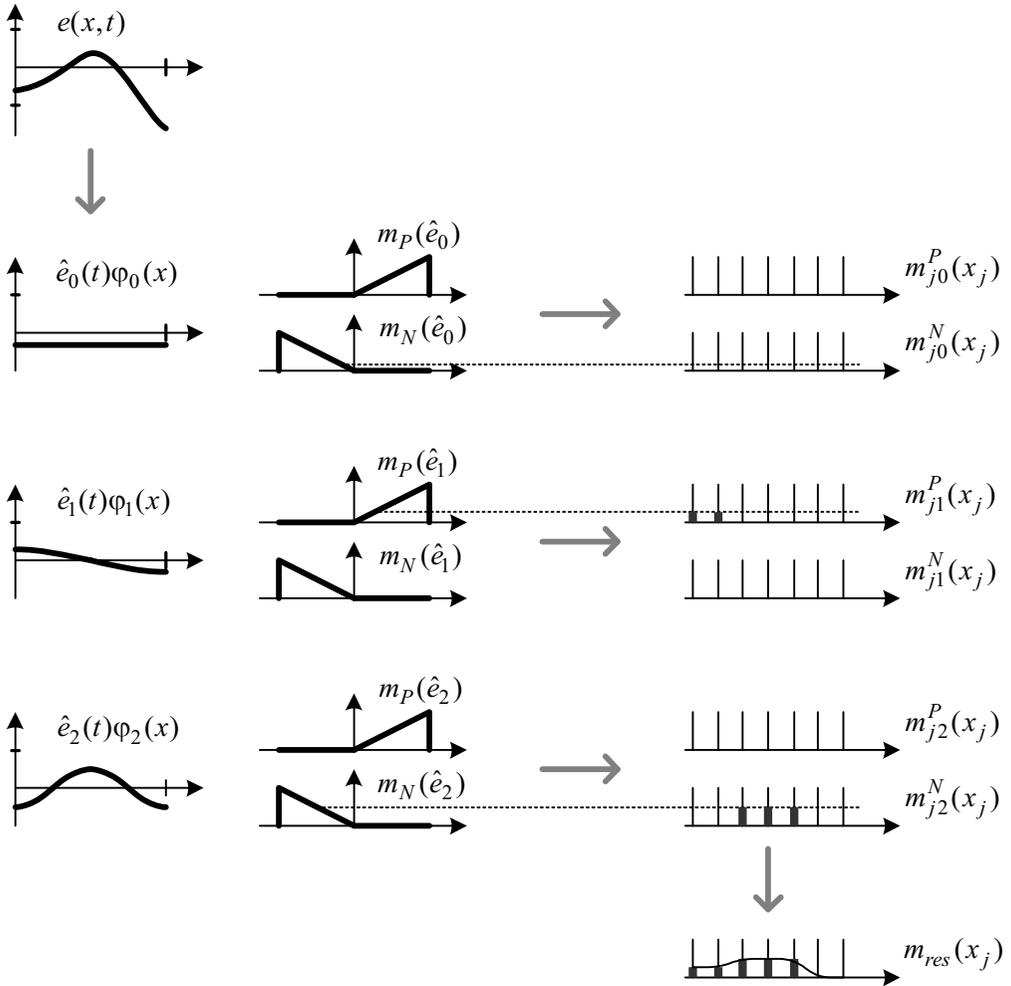


Рис. 1. Формирование распределённого нечёткого вывода

Коэффициенты разложения в ряд по собственным функциям рассогласования  $e(x,t)$  определяют значения функций принадлежности, которые в свою очередь определяют степень активации для каждого правила нечёткого вывода (табл. 1–3) согласно выражению (10). Далее, все активизированные правила участвуют в формировании функции принадлежности итогового вывода по выражению (11). Представленная на рис. 1 функция распределения рассогласования  $e(x,t)$  отображает ситуацию, в которой существует сравнительно небольшой перегрев левого конца стержня, малый недогрев середины и достаточно большой перегрев правого конца. Это отражается в значениях временных мод:  $\hat{e}_0(t) < 0$ ,  $\hat{e}_1(t) > 0$ ,  $\hat{e}_2(t) < 0$ . Результирующая функция принадлежности нечёткого вывода показывает, что требуется значительная мощность нагрева середины и меньшая мощность нагрева левого конца стержня. Правый конец нагреваться не должен вообще.

Исходя из возможностей реализации распределённого управления, рассчитанные в фиксированных точках значения  $m_{res}(x)$ , могут использоваться для управления мощностью

отдельных секций нагревателя, либо для получения пространственной аппроксимации распределённого сигнала (огibaющая кривая на рис. 1).

Предлагаемый способ построения нечёткого регулятора может использоваться в составе системы модального управления (рис. 2). Заданное распределение температуры  $Q^*(x, t)$  сравнивается с его текущим состоянием  $Q(x, t)$ . Рассогласование  $e(x, t)$  поступает на вход модального анализатора, который реализует расчёт компонент вектора временных мод отклонения  $\mathbf{e}(t)$ , согласно (6). Блок-ограничитель, согласно (7), формирует вектор ограниченных оценок временных мод отклонения  $\hat{\mathbf{e}}(t) = [\hat{e}_i(t)]_K$ , который поступает на вход блока фаззификации. В блоке фаззификации осуществляется расчёт значений функций принадлежности для каждой моды. По выражениям (10), (11) формируется функция принадлежности нечёткого вывода, которая определяет нормированные значения распределённого управляющего воздействия в фиксированных точках  $x_j$  пространственной координаты. Вектор  $[m_{res}(x_j)]_M$  поступает на блок формирования управляющего сигнала. Здесь, с учётом аппаратных возможностей реализации распределённого управления, рассчитывается управляющее воздействие  $U(x, t)$ , которое поступает на вход объекта управления.

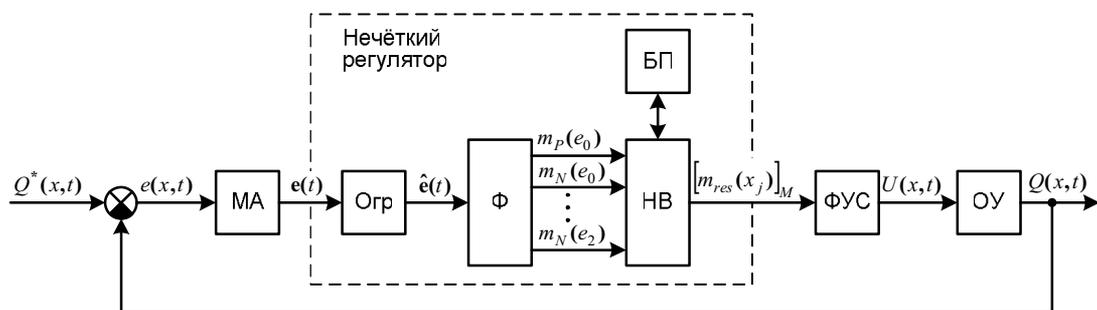


Рис. 2. Структура системы модального управления на базе нечёткого регулятора с формированием распределённого управляющего воздействия:

МА – модальный анализатор; Огр – ограничитель входных сигналов; Ф – фаззификация;  
 НВ – нечёткий вывод; БП – база правил; ФУС – формирование управляющего сигнала;  
 ОУ – объект управления

Предлагаемый подход к использованию нечёткой функции принадлежности нечёткого вывода как распределённого управляющего воздействия позволяет на основе интуитивного восприятия поведения объекта управления разрабатывать системы управления объектами с распределёнными параметрами.

Дальнейшая настройка нечёткой системы регулирования объектом с распределёнными параметрами может осуществляться за счёт варьирования весовых коэффициентов временных мод рассогласования, изменения числа терм входных и выходных переменных, изменения вида функций принадлежности, как для входов, так и для выходов, введения дополнительных весовых коэффициентов для нечётких выводов по отдельным правилам, а также выбора способа формирования итоговой функции принадлежности нечёткого вывода. Кроме того, существует возможность изменения координат расположения центров одноэлементных множеств, описывающих функции принадлежности терм лингвистической переменной нечёткого вывода.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рэй У. Методы управления технологическими процессами. Пер. с англ.– М.: Мир, 1983.– 368 с.
2. Бутковский А.Г. Структурная теория распределённых систем. – М., Наука, 1977.– 320 с.

3. *Рапопорт Э.Я.* Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие/Э.Я. Рапопорт. – М.: Высш. Шк., 2003. – 299 с.
4. *Рапопорт Э.Я.* Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие/ Э.Я. Рапопорт. – М.: Высш. Шк., 2005. – 292 с.
5. *Рапопорт Э.Я.* Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высш. Шк., 2009. – 680 с.
6. *Пегат А.* Нечёткое моделирование и управление [Текст] / А. Пегат; пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.– 798 с.
7. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егупова; изд. 2-е, стереотипное.– М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002.– 744 с.
8. *Данилушкин И.А., Колпацников С.А.* Управление объектами с распределёнными параметрами с использованием аппарата нечёткой логики// Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XIII Международной конференции (15-17 июня 2011 г. Самара, Россия).– Самара: Самарский НЦ РАН, 2011. С. 115–120.

*Статья поступила в редакцию 21 февраля 2013 г*

## **CALCULATION OF DISTRIBUTED PARAMETER CONTROL BASED ON FUZZY LOGIC CONCLUSION**

***I.A. Danilushkin***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The problem of synthesis of fuzzy control system at a plant with distributed parameters is discussed. An approach to the construction of a fuzzy controller based on a modal representation of the plant with distributed parameters is analyzed. Time modes of spatially distributed signal of mismatch are considered as the linguistic variables. The membership function of fuzzy logic controller output is used as a spatially distributed control signal.*

***Keywords:*** *distributed parameters plant, modal control system, fuzzy logic controller, membership function, fuzzy logic conclusion, distributed parameter control.*