

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КУЗОВА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ВАГОНА

Ю.С. Ромен¹, Я.М. Клебанов², Е.А. Солдусова²

¹Всероссийский научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта
107996, г. Москва, 3-я Мытищинская улица, 10

²Самарский государственный технический университет
2443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматривается построение полной системы дифференциальных уравнений динамики движения кузова железнодорожного вагона. Эта система уравнений используется для моделирования динамики движения многомассового вагона и определения нагрузок, действующих на его отдельные элементы, что позволяет повысить стабильность и безопасность движения.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения движения, компьютерное моделирование, центр масс, колебания кузова, железнодорожный вагон.

Интенсивное развитие численных методов решения задач динамики движения железнодорожных экипажей происходило одновременно с широкомасштабным внедрением компьютерной техники во все отрасли техники. В шестидесятые и семидесятые годы прошлого века в результате появления мощных компьютеров стал возможным расчет сложных нелинейных моделей железнодорожного подвижного состава с большим числом степеней свободы. Появились библиотеки стандартных подпрограмм для решения задач на собственные значения и пошагового интегрирования переходных динамических процессов. Целью решения этих задач было решение проблем стабильности и безопасности движения, прохождения кривых, влияния отступлений рельсового пути.

Уравнения динамики твердого тела являются основой компьютерного моделирования движения железнодорожного подвижного состава [1 – 4]. В статье рассматривается построение уравнений колебаний кузова железнодорожного экипажа, которые используются авторами для моделирования динамики движения экипажей.

Движение кузова представляется как совокупность поступательного движения вместе с центром масс и вращательного движения вокруг центра масс. В этом случае согласно теоремам о количестве движения и кинетическом моменте поступательное движение определяется только главным вектором внешних сил, а вращательное – только главным моментом этих сил. Рассматривая колебания кузова, пренебрегаем квадратами угловых скоростей и их парными произведениями по сравнению с угловыми ускорениями. Полученная в данной статье модель описывает колебания кузова грузового четырехосного вагона на тележках с центральным подвешиванием модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100 [5].

При составлении дифференциальных уравнений движения и уравнений связи используется правая декартова система координат (см. рисунок) с направленной вниз вертикальной осью z , поперечной горизонтальной осью y , направленной вправо

*Юрий Семенович Ромен (д.т.н.), главный научный сотрудник.
Яков Мордухович Клебанов (д.т.н., проф.), проректор по учебной работе, заведующий кафедрой «Механика».
Екатерина Александровна Солдусова (к.т.н.), доцент кафедры «Механика».*

по ходу движения, и продольной осью x , проходящей на уровне пятниковых узлов и направленной по ходу движения экипажа. Для углов поворота приняты следующие обозначения: Ψ – угол поворота вокруг оси z (виляние), θ – угол поворота вокруг оси y (галопирование), Φ – угол поворота вокруг оси x (боковая качка). Ниже используются следующие значения индексов: i – номер колесной пары в тележке для первой по ходу движения колесной пары $i=1$; j – номер тележки для первой по ходу движения тележки $j=1$; k – номер стороны тележки: $k=1$ – правая сторона по ходу движения, $k=2$ – левая.

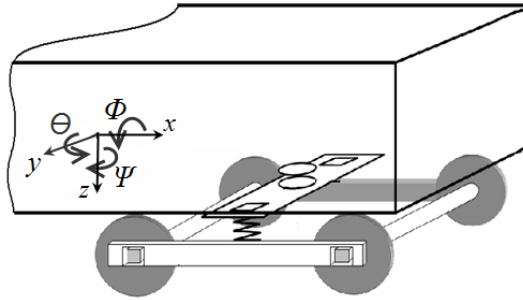


Схема опирания кузова на первую по ходу движения тележку

Предполагается, что экипаж движется со средней скоростью V . Это позволяет оператор дифференцирования по времени $\frac{d(\cdot)}{dt}$ за-

писать в виде $\frac{Vd(\cdot)}{dx}$. В дальнейшем дифференцирование по x отмечается штрихом.

Дифференциальное уравнение вертикального движения центра масс кузова («подпрыгивания» ку-

зова) имеет вид

$$V^2 m z'' = \sum_{jk} \Delta N_{jk} + Q_{np} + P, \quad (1)$$

где m – масса кузова с надрессорными балками; Q_{np} – вертикальная сила, вызванная разницей по высоте между продольными осями автосцепок данного вагона с соседним вагоном или локомотивом z_k , рассчитывается по формуле

$$Q_{np} = N_{np} \frac{2z_k}{a_c},$$

здесь N_{np} – продольная сила между вагонами, считается отрицательной при сжатии; a_c – длина корпуса автосцепки; P – вес кузова с грузом; ΔN_{jk} – вертикальная сила, действующая от боковой рамы тележки на надрессорную балку и определяемая зависимостью

$$\Delta N_{jk} = -\frac{1}{2} c_z \Delta_{jk} + F_z (\Delta'_{jk}). \quad (2)$$

При сжатии пружин эта сила отрицательна. Если в соответствии с (2) ΔN_{jk} получается больше нуля, то в (1) вместо этого значения подставляется нуль. В последней зависимости c_z – жесткость рессорного подвешивания тележки; Δ_{jk} – прогиб пружин одного рессорного комплекта тележки, считается положительным при сжатии пружин, рассчитывается по формуле

$$\Delta_{jk} = z_j - z_{jk}^+ - (-1)^k b \Phi_j^+, \quad (3)$$

где z_j – вертикальное динамическое перемещение j -ой шкворневой точки кузова, рассчитывается по формуле

$$z_j = z - (-1)^j l \Theta, \quad (4)$$

здесь обозначено: $2l$ – база кузова; l – половина базы кузова; z_{jk}^+ – перемещение центра боковой рамы тележки; Φ_j^+ – угол боковой качки j -й надрессорной балки; $2b$ –

расстояние между рессорными комплектами; $F_z(\Delta'_{jk})$ – силы неупругого сопротивления в гасителях одного комплекта пружин, рассчитываются по формуле:

$$F_z(\Delta'_{jk}) = -k_z \Delta'_{jk} V - \varphi_z c_z \Delta'_{jk} \frac{1}{2} \tilde{F}_z(\Delta'_{jk}),$$

где φ_z – средняя величина коэффициента трения в гасителях при вертикальных колебаниях; k_z – коэффициент пропорциональности, характеризующий вязкое сопротивление, а

$$\tilde{F}_z = A \Delta'_{jk}, \text{ если } \Delta'_{jk} < A^{-1};$$

$$\tilde{F}_z = 1, \text{ если } \Delta'_{jk} \geq A^{-1}.$$

Значение параметра A зависит от условий решения конкретной задачи и определяется экспериментально.

Из формул (3) и (4) следует, что

$$\Delta'_{jk} = z' - (-1)^j l \theta' - z_{jk}^+ - (-1)^k b \Phi_j^+.$$

Поворот вокруг оси y – галопирование кузова – описывается дифференциальным уравнением

$$V^2 J_y \theta'' = l \sum_k (\Delta N_{1k} - \Delta N_{2k}) + 2N_{np} L_r \theta \left(1 + \frac{L_r}{a_c}\right),$$

где J_y – осевой момент инерции кузова относительно оси y ; $2L_r$ – длина рамы вагона, измеренная между плитами автосцепок.

Поворот кузова вокруг оси x – боковая качка кузова – описывается уравнением

$$V^2 J_x \Phi' = M_x,$$

где J_x – осевой момент инерции кузова относительно оси x ; M_x – сумма моментов сил, вызывающих крен кузова:

$$M_x = \sum_j M_{OПj} - h \sum_j Y_j - Y_B h_B.$$

Здесь $Y_B = p_e F$ – сила ветра; p_e – давление ветровой нагрузки; F – площадь боковой поверхности кузова; h – высота центра масс кузова над плоскостью пятника; h_e – высота центра ветровой нагрузки над плоскостью пятника; Y_j – шкворневая сила, или сила, действующая в поперечном направлении на шкворневую балку со стороны j -й тележки; $M_{OПj}$ – момент от вертикальных сил в опорных устройствах j -й тележки.

Величина момента $M_{OПj}$ зависит от угла перевалки кузова по подпятнику над рессорной балки $\Delta\Phi_j$. Последний вычисляется как разность углов наклона кузова Φ_j и над рессорной балки j -й тележки Φ_j^+ :

$$\Delta\Phi_j = \Phi - \Phi_j^+.$$

При опирании пятника на подпятник перевалка кузова происходит под действием вертикальной силы на пятник и реакции на поверхности пяты, что приводит к возникновению двух моментов – опрокидывающего $M_{1OПj}$ и восстанавливающего $M_{2OПj}$:

$$M_{OПj} = M_{1OПj} + M_{2OПj},$$

где опрокидывающий момент

$$M_{1OПj} = P_{oj} h \Phi,$$

а P_{oj} – нагрузка от кузова на тележку, рассчитываемая по формуле:

$$P_{\partial j} = - \sum_{k=1}^2 \Delta N_{jk} .$$

Пределом полного опирания пятника является такая величина угла наклона кузова Φ , при которой проекция положения его центра тяжести оказывается на границе зоны опирания. Краевое опирание пятника и перевалка кузова происходят при

$$|\Delta\Phi_j| > \frac{r_{nj}}{h} ,$$

где r_{nj} – радиус пятника со стороны максимального давления при боковой качке кузова ($n = 1$ для правой стороны пятника, $n = 2$ – для левой).

Восстанавливающий момент в пятнике

$$M_{2ОПj} = -c_{\phi} \Delta\Phi_j - k_{ОП} V \Delta\Phi_j' ,$$

где c_{ϕ} – контактная жесткость в системе пятник – подпятник при наклоне кузова.

При краевом опирании в системе пятник – подпятник возможен завал кузова на скользян соответствующей надрессорной балки. Условием завала на скользян является выполнение неравенства

$$|\Delta\Phi_j| \geq \frac{\delta_{nj}}{b_c - r_{nj}} ,$$

где δ_{nj} – зазор в j -м скользяне с n -й стороны тележки; $2b_c$ – расстояние между скользянами:

$$n = \begin{cases} 1 & \text{для } \Delta\Phi_j > 0 \\ 2 & \text{для } \Delta\Phi_j < 0 \end{cases} .$$

При опирании кузова на скользян в уравнении боковой качки появляется слагаемое, соответствующее реактивному моменту от составляющей веса кузова, приходящейся на скользян.

Таким образом, при боковой качке зависимость для определения момента в опорном устройстве кузова на тележку имеет вид

$$M_{ОПj} = \begin{cases} P_{\partial j} h \Phi - c_{\phi} \Delta\Phi - k_{ОП} V \Delta\Phi_j' & \text{для } |\Delta\Phi_j| \leq \frac{r_{nj}}{h} \\ P_{\partial j} h \left(\Phi + (-1)^n \frac{r_{nj}}{h} \right) - k_{ОП} V \Delta\Phi_j' & \text{для } |\Delta\Phi_j| < \frac{\delta_{nj}}{b_c - r_{nj}} \\ -c_{ск} (b_c - r_{Пj})^2 \left[\Delta\Phi_j + (-1)^n \frac{\delta_{Пj}}{b_c - r_{Пj}} \right] - k_{ОП} V \Delta\Phi_j' + \\ + P_{\partial j} h \left(\Phi + (-1)^n \frac{r_{nj}}{h^*} \right) & \text{для } |\Delta\Phi_j| \geq \frac{\delta_{nj}}{b_c - r_{nj}} \end{cases} ,$$

где $k_{ОП}$ – коэффициент демпфирования в системе кузов – надрессорная балка при боковой качке; $\Delta\Phi_j' = \Phi' - \Phi_j^{+'}$ – угловая скорость перевалки кузова по надрессорной балке; $c_{ск}$ – приведенная жесткость скользяна.

Смещение кузова вдоль оси y – относ кузова – описывается уравнением

$$V^2 m y'' = \sum_{j=1}^2 Y_j - \frac{1}{2} m V^2 \sum_{j=1}^2 \varphi_j' + P\Phi + Y_B + \sum_{j=1}^2 Y_{npj} ,$$

где Y_B – сила ветра, действующего на кузов; Y_{npj} – поперечная составляющая продольной силы на j -м шкворне; ϕ_j' – скорость изменения средней кривизны пути на базе тележки в j -м шкворневом сечении, эта кривизна считается положительной в правой кривой; Y_j – шкворневая сила, равная сумме двух поперечных сил Y_{jk}^+ , действующих на надрессорную балку от левой и правой боковых рам j -й тележки.

Если $\Delta_{jk} \leq 0$, то $Y_{jk}^+ = k V \Delta'_{yjk}$; а если $\Delta_{jk} > 0$, то

$$Y_{jk}^+ = c_y \Delta_{yjk} + k V \Delta'_{yjk} + c_z \Delta_{jk} \phi_y F_{Y^+}(\Delta'_{yjk}), \quad (5)$$

где ϕ_y – средний коэффициент трения в клиновой системе при поперечных колебаниях; k – коэффициент пропорциональности, характеризующий вязкое сопротивление при поперечных перемещениях; c_y – поперечная жесткость одного комплекта пружин рессорного подвешивания тележки, а $\Delta'_{yjk} = y_{jk}^+ - y_j' + h \Phi'$, где y_{jk}^+ – поперечное смещение центра k -й боковой рамы тележки, y_j – поперечное смещение точки кузова над надрессорной балкой j -й тележки относительно оси пути.

Величина F_{Y^+} в (5) определяется следующим образом:

$$F_{Y^+} = B \Delta'_{ijk} \text{ при } \Delta'_{ijk} < 1/B; F_{Y^+} = 1 \text{ при } \Delta'_{ijk} \geq 1/B,$$

где параметр B зависит от условий решения конкретной задачи и определяется экспериментально.

Для определения поперечных смещений точек кузова над надрессорными балками и их производных используются зависимости

$$y_j = y - (-1)^j l \gamma - \frac{l^2}{4} \sum_j \phi_j',$$

$$y_j' = y' - (-1)^j l \gamma',$$

где γ – угол поворота кузова относительно касательной к оси пути в центральном поперечном сечении, определяется по формуле

$$\gamma' = \psi' - \frac{1}{2} \sum_j \phi_j'.$$

Для расчета поперечных составляющих продольных сил при растягивающей продольной силе в поезде, т. е. при $N_{np} > 0$, используется формула $Y_{npj} = 0,5 N_{np} L_c \phi$, где $2L_c$ – длина вагона по осям автосцепок. При сжимающей продольной силе, т. е. при $N_{np} < 0$.

$$Y_{npj} = \frac{N_{np}}{1 - \frac{N_{np}}{N_{кра}}} \left[\frac{\delta L}{l^2} \left(1 + \frac{L}{a_c} \right) + \alpha (-1)^j \frac{L_c}{R_j} \right],$$

где L – половина длины вагона между упорными плитами автосцепок, $L = L_c - a_c$; 2δ – свободное перемещение в шкворневом сечении; параметр α учитывает отношение продольной силы в поезде к критическим силам потери продольной устойчивости поезда,

$$\alpha = \frac{1 - \frac{N_{np}}{N_{кра}}}{1 - \frac{N_{np}}{N_{крб}}},$$

здесь $N_{кра}$, $N_{крб}$ – критические силы по первой и второй формам потери продольной устойчивости поезда: установка вагонов «в елочку» и выжимание вагона. Они рассчитываются по формулам:

$$N_{кра} = \frac{c_y}{1 + \frac{L}{a_c}} \cdot \frac{L^2}{l},$$

$$N_{крб} = a_c c_y.$$

Поворот вокруг оси z – влияние кузова – описывается дифференциальным уравнением

$$V^2 J_z \psi'' = lY_1 - lY_2 + \sum_{j=1}^2 M_{ОПj} + lY_{np1} - lY_{np2},$$

где J_z – момент инерции кузова относительно вертикальной оси; $M_{ОПj}$ – момент сил трения в пятнике и скользунах, действующий на кузов от j -й тележки, рассчитывается по формуле

$$M_{ОПj} = M_{Пj} F_{M1}(\psi_j^+ - \psi') + f_{ск} \Delta P_{Пj}^c b_c F_{M2}(\psi_j^+ - \psi') + k_{ОП}^+ V(\psi_j^+ - \psi').$$

Здесь $M_{Пj}$ – момент трения по поверхности пятника, определяемый в зависимости от вертикальной нагрузки $M_{Пj} = 0,03 \cdot P_{oj}$; $f_{ск}$ – коэффициент трения в скользунах; ψ_j^+ – производная от поворота надрессорной балки тележки; $\Delta P_{Пj}^c$ – нагрузка на скользян.

$$F_{M1}(\psi_j^+ - \psi') = C(\psi_j^+ - \psi') \text{ при } (\psi_j^+ - \psi') < 1/C,$$

$$F_{M1}(\psi_j^+ - \psi') = 1 \text{ при } (\psi_j^+ - \psi') \geq 1/C,$$

$$F_{M2}(\psi_j^+ - \psi') = (\psi_j^+ - \psi') \text{ при } (\psi_j^+ - \psi') < 1/D,$$

$$F_{M2}(\psi_j^+ - \psi') = 1 \text{ при } (\psi_j^+ - \psi') \geq 1/D.$$

Параметры C и D зависят от условий решения конкретной задачи.

Сила, действующая на скользян, определяется в соответствии с зависимостями

$$\Delta P_{Пj}^c = \begin{cases} 0 \text{ для } |\Delta \Phi_j| < \frac{\delta_{nj}}{b_c - r_{nj}} \\ \overline{\Delta P_{nj}^c} \text{ для } |\Delta \Phi_j| \geq \frac{\delta_{nj}}{b_c - r_{nj}} \end{cases},$$

где

$$\overline{\Delta P_{nj}^c} = \left| c_{ск} (b_c - r_{nj}) \left[\Delta \Phi_j + (-1)^n \frac{\delta_{nj}}{b_c - r_{nj}} \right] \right|.$$

Приведенные выше зависимости образуют полную систему уравнений колебаний кузова грузового четырехосного вагона на тележках с центральным подвешиванием модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100. Совместно с уравнениями движения колесных пар, элементов тележек и железнодорожного пути они используются для моделиро-

вания динамики движения железнодорожного экипажа и определения нагрузок, действующих на отдельные элементы этой системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Вериго М.Ф., Коган А.Я.* Взаимодействие пути и подвижного состава. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.
2. *Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д.* Динамика экипажа. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
3. *Wickens A.H.* Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics: Guidance and Stability – Lisse: Taylor & Francis, 2003. – 295 p.
4. *Wickens A.H.* A History of Railway Vehicle Dynamics. Handbook of Railway Vehicle Dynamics. – Boca Raton: Taylor & Francis, 2006. – P. 5-38.
5. *Пастухов И.Ф., Пугунов В.В., Кошкалда Р.О.* Конструкция вагонов. – М.: Маршрут, 2004. – 504 с.

Статья поступила в редакцию 17 июля 2013 г.

SIMULATION OF RAILCAR BODY VIBRATIONS

Yu.S. Romen¹, I.M. Klebanov², E.A. Soldusova²

¹All-Russian Scientific Research Institute of Railway Transport
10, 3rd Mytischinskaya st., Moscow, 107996

²Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

A complete system of rigid body dynamics equations applied to railcar body is introduced. This equation system is to model rail car multibody dynamics and to determine loads exerted on car elements in order to improve stability and safety of movement.

Keywords: *Rigid body dynamics, computer simulation, center of mass, body movements, railway car.*

Yury S. Romen (Dr. Sci. (Techn.)), Chief Scientific Officer.

Iakov M. Klebanov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

Ekaterina A. Soldusova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.