УДК 517.958, 66.021.3

# УПРАВЛЕНИЕ ДИФФУЗИОННЫМ ПРОЦЕССОМ ВЫТЕСНЕНИЯ С УЧЕТОМ ПРОТЕКАНИЯ ХИМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ МЕЖДУ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИМИ КОМПОНЕНТАМИ*

***А.Г. Мандра***

Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

amandra@mail.ru

*Рассматривается задача синтеза системы управления диффузионным процессом вытеснения, представленного на основе модального описания в виде разложения в ряд по ортогональной системе собственных функций, коэффициентами которого являются временные моды.*

***Ключевые слова:*** *диффузия, распределенный объект, пространство состояний.*

Применительно к задаче стабилизации установившихся режимов химико-технологических установок непрерывного действия проблема сводится к аналитическому конструированию регуляторов для линеаризованных моделей (8)-(10) [1] диффузионных процессов.

Применение к уравнениям объекта конечных интегральных преобразований с ядрами, равными его собственным функциям, приводит к представлению модели (8)-(10) [1] бесконечной системой линейных уравнений относительно коэффициентов (временных мод) $\Delta\overline{C}_{1n}(\mu_{1n},t)$, $\Delta\overline{C}_{2n}(\mu_{2n},t)$ разложения $\Delta C_1(l,t)$ и $\Delta C_2(l,t)$ в бесконечные ряды по $\varphi(\lambda_n,l)$ [2]:

$$\begin{cases} \dfrac{d\Delta\overline{C}_{1n}(\mu_{1n},t)}{dt} = -\mu_{1n}^2\Delta\overline{C}_{1n}(\mu_{1n},t) - kC_1^0\Delta\overline{C}_{2n}(\mu_{2n},t) + d_{1n}\Delta g_1(t); \\ \dfrac{d\Delta\overline{C}_{2n}(\mu_{2n},t)}{dt} = -\mu_{2n}^2\Delta\overline{C}_{2n}(\mu_{2n},t) - kC_2^0\Delta\overline{C}_{1n}(\mu_{1n},t) + d_{2n}\Delta g_2(t); \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta\overline{C}_{1n}(\mu_{1n},0) = C_1^0(\mu_{1n});\ \Delta\overline{C}_{2n}(\mu_{2n},0) = C_2^0(\mu_{2n});\ n = 1,2,\ldots, \quad (2)$$

где

$$d_{1n} = E_n\left(\frac{V}{2D} + \sqrt{\frac{1}{D}\left({\mu_{1n}}^2 - \frac{V^2}{4D} - kC_2^0\right)}\right); \quad (3)$$

* *Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ №12-08-31093-мол_а, №12-08-00277-а.*

*Работа проведена с использованием оборудования ЦКП «Исследование физико-химических свойств веществ и материалов» Самарского государственного технического университета при финансовой поддержке Минобрнауки России.*

*Андрей Геннадьевич Мандра (к.т.н.), доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах».*

$$d_{2n} = E_n\left(\frac{V}{2D} + \sqrt{\frac{1}{D}\left({\mu_{2n}}^2 - \frac{V^2}{4D} - kC_1^0\right)}\right). \tag{4}$$

Ограничиваясь учетом конечного числа $N$ членов указанных рядов, получим приближенное описание объекта управления с временными модами $\Delta\overline{C}_{1n}$, $\Delta\overline{C}_{2n}$ в роли переменных состояния:

$$\frac{d\mathbf{\Delta\overline{C}}}{dt} = \mathbf{A\Delta\overline{C}} + \mathbf{Bu}\,; \tag{5}$$

$$\mathbf{\Delta\overline{C}}(0) = \mathbf{C^0} \tag{6}$$

где $\mathbf{\Delta\overline{C}} = \left(\mathbf{\Delta\overline{C}_1},\ \mathbf{\Delta\overline{C}_2}\right)^T$, $\mathbf{C^0} = \left(\mathbf{C_1^0}, \mathbf{C_2^0}\right)^T$, $\mathbf{\Delta\overline{C}_1} = \left(\Delta\overline{C}_{1n}\right)^T$, $\mathbf{\Delta\overline{C}_2} = \left(\Delta\overline{C}_{2n}\right)^T$ – векторы-столбцы переменных состояний;

$\mathbf{C_1^0} = \left(\mathrm{C}_{1\mathrm{n}}^0(\mu_{1\mathrm{n}})\right)^T$, $\mathbf{C_2^0} = \left(\mathrm{C}_{2\mathrm{n}}^0(\mu_{2\mathrm{n}})\right)^T$, $n = \overline{1,N}$;

$T$ – символ транспонирования;

**A** представляет собой $2N \times 2N$ матрицу:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mu_{11}^2 & 0 & 0 & -kC_1^0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -\mu_{1N}^2 & 0 & 0 & -kC_1^0 \\ -kC_2^0 & 0 & 0 & -\mu_{21}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -kC_2^0 & 0 & 0 & -\mu_{2N}^2 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

где **B** – $2N \times 1$ матрица-столбец

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1N} & d_{2N} & \cdots & d_{2N} \end{bmatrix}^T, \tag{8}$$

Вектор **u** имеет вид

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \Delta g_1 & \Delta g_2 \end{bmatrix}^T, \tag{9}$$

либо $\mathbf{u} = \Delta g_1$, а $\Delta g_2$ рассматривается в качестве возмущающего воздействия.

Для объекта (5)-(6) всегда можно найти известными способами такую матрицу **K** постоянных коэффициентов обратных связей по всем переменным состояния с линейным законом управления [3]

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\Delta\mathbf{\overline{C}}, \tag{10}$$

при которой достигается любые заданные распределения корней характеристического полинома с отрицательной действительной частью, и, следовательно, обеспечиваются необходимые качественные показатели функционирования системы в статических и динамических режимах работы. Для реализации алгоритма управления (10) должна быть предусмотрена возможность полного (в идеализированном варианте) измерения распределенного выхода объекта, в частности, с помощью специального наблюдателя состояния, для получения необходимого сигнала обратной связи, по которому в специальном блоке Н (анализаторе) вычисляются временные моды

$\Delta\overline{C}_{1n}$, $\Delta\overline{C}_{2n}$, $n=\overline{1,N}$, по правилам определения коэффициентов разложения управляемых величин в бесконечные ряды по собственным функциям (рис. 1).

Если первые $N$ значений матрицы постоянных коэффициентов **K** выбрать равными значениям собственных функций с весовым коэффициентом в некоторой фиксированной точке $l=l^0 \in [0,L]$, а остальные принять равными нулю:

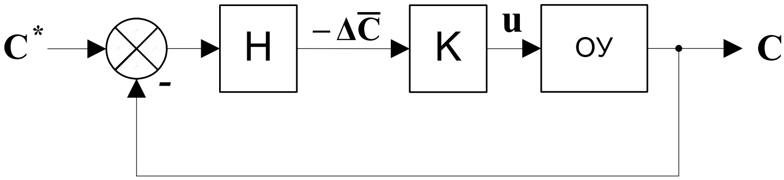
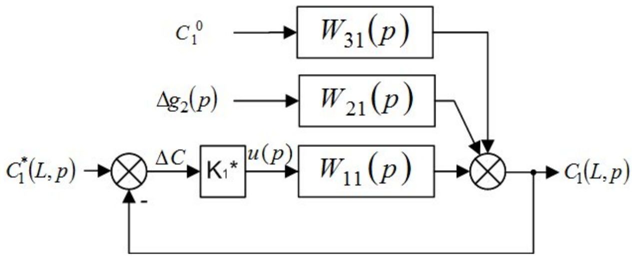



Рис. 1. Система автоматического управления по переменным состояния

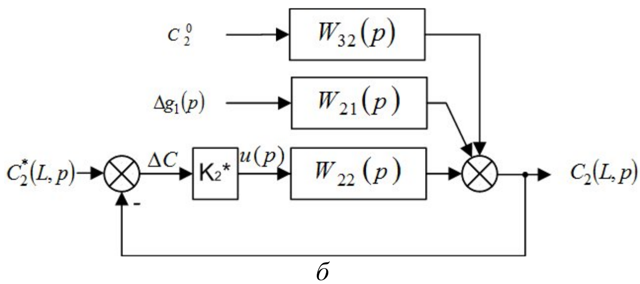
$$k_n=\begin{cases} K_1^*\varphi\left(\mu_{1n},l^0\right), & n=\overline{1,N}; \\ 0, \quad n=\overline{N+1,2N}, \end{cases} \tag{11}$$

где $K_1^*$ – постоянный коэффициент передачи, одинаковый для всех мод, то в таком случае, используя разложение управляемой величины в ряд по собственным функциям модели объекта, получим для управляющего воздействия (10) при $N\to\infty$:

$$u=-\sum_{n=1}^{N} K_1^*\varphi\left(\mu_{1n},l^0\right)\Delta\overline{C}_{1n}\left(\mu_{1n},t\right)=-K_1^*\Delta C_1\left(l^0,t\right). \tag{12}$$




*а*




*б*

Рис. 2. Система автоматического регулирования концентрации *а* - $C_1(L,t)$ *б* - $C_2(L,t)$

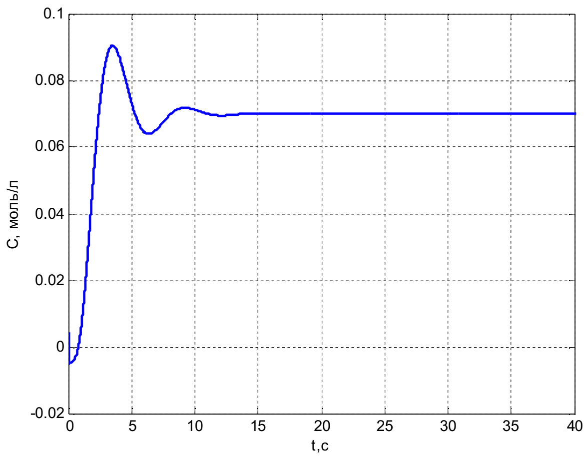
Аналогично, при

$$k_n = \begin{cases} 0, & n = \overline{1, N}; \\ K_2^* \varphi\left(\mu_{2n}, l^0\right), & n = \overline{N+1, 2N}, \end{cases} \tag{13}$$

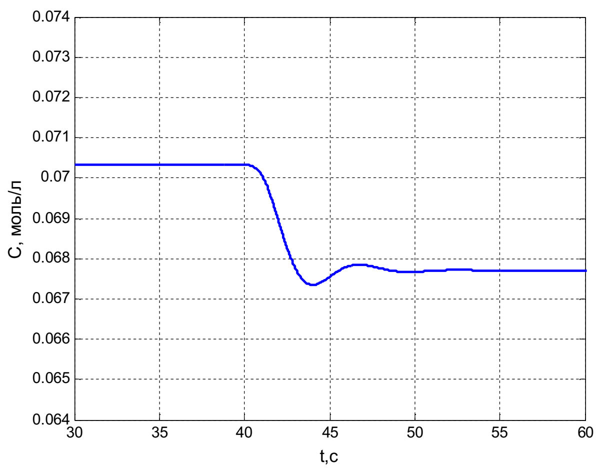
будем иметь

$$u = -K_2^* \Delta C_2\left(l^0, t\right). \tag{14}$$

Таким образом, задача сводится к построению значительно более простых автономных систем пропорционального регулирования концентраций $C_1(L,t)$ и $C_2(L,t)$, если выбор $k_n$ согласно (11) и (13) обеспечивает необходимое качество управления рассматриваемым объектом. На рис. 2 приведены структурные схемы системы автоматического регулирования концентрацией $C_1$ и $C_2$. При этом объект управления в структуре такой системы описывается передаточными функциями [1].




а




б

Рис. 3. Переходные процессы для $C_1(L,t)$ в САР при скачкообразных воздействиях (а – по управляющему воздействию; б – по возмущающему)

Анализ режимов работы замкнутых системы с регуляторами (12) и (14) и численной моделью объекта управления, выполненный с помощью системы визуального моделирования Simulink пакета MATLAB показывает, что надлежащий выбор коэффициентов усиления $K^*$ и $K_1^*$ обеспечивает удовлетворительное качество отработки задающих и возмущающих воздействий. Некоторые численные результаты приведены на рис. 3 при $V = 0.1$ м/с, $D = 0.05$ м$^2$/с, $k = 100$ л/(моль·с), $C_1^0 = 0.01$ моль/л, $C_2^0 = 0.01$ моль/л, $L = 1$ м, $N = 36$, $K^* = 4$ в системе рис. 2.


БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Мандра А.Г., Рапопорт Э.Я.* Структурное моделирование управляемых процессов диффузии в условиях химической реакции между взаимодействующими компонентами // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». Самара: СамГТУ, 2010. №7(28). С. 164-171.
2. *Рапопорт Э.Я.* Структурное моделирование объектов и систем управления с распределенными параметрами. – М.: Высш. шк., 2003. – 299 с.
3. *Рапопорт Э. Я.* Анализ и синтез систем автоматического управления с распределенными параметрами: Учеб. пособие. М.: Высшая шк., 2005. – 292 с



*Статья поступила в редакцию 21 февраля 2013 г*


## CONTROL OF A DIFFUSION DISPLACEMENT PROCESS WITH CHEMICAL REACTION BETWEEN INTERACTING COMPONENTS


***A.G. Mandra***

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100



*The problem of synthesis of the system of control of a diffusion process is described. Representation of the control action is based on the modal description in the form of the infinite expansion in terms of orthogonal system of eigenfunctions, the coefficients of this series are temporary modes*



***Keywords:*** *diffusion, distributed object, state space.*



*Andrey G. Mandra (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*