

КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕЛЕЖКИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ВАГОНА

Ю.С. Ромен¹, Я.М. Клебанов², Е.А. Солдусова²

¹Всероссийский научно-исследовательский институт железнодорожного транспорта
107996, г. Москва, 3-я Мытищинская ул., 10

²Самарский государственный технический университет
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматривается построение полной системы дифференциальных уравнений динамики движения тележки железнодорожного вагона. Эта система уравнений используется для определения нагрузок, действующих на его отдельные тележки, что позволяет повысить стабильность и безопасность движения.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения движения, компьютерное моделирование, центр масс, колебания тележки, железнодорожный вагон.

Уравнения многомассовой динамики твердых тел, на которые опирается компьютерное моделирование движения железнодорожного подвижного состава, нашли свое применение в решении прикладных задач, представленных в ряде работ [1–5]. В данной статье уравнения многомассовой динамики применяются для построения системы уравнений колебаний элементов тележки с центральным подвешиванием модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100.

При составлении дифференциальных уравнений движения и уравнений связи используется прямоугольная система координат в пространстве (см. рисунок) с продольной осью x , проходящей на уровне пятниковых узлов и направленной по ходу движения экипажа, поперечной горизонтальной осью y , направленной вправо по ходу движения, и с направленной вниз вертикальной осью z . Для углов поворота приняты следующие обозначения:

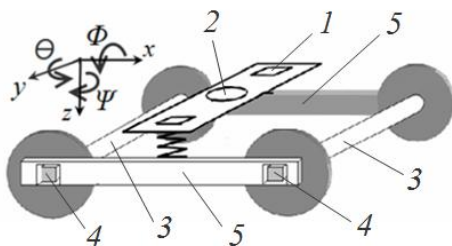


Схема тележки:

1 – наддрессорная балка, 2 – пятниковый узел,
3 – колесная пара, 4 – букса, 5 – боковая рама

Φ – угол поворота вокруг оси x (боковая качка), θ – угол поворота вокруг оси y (галопирование), Ψ – угол поворота вокруг оси z (виляние). Ниже используются следующие значения индексов: i – номер колесной пары в тележке, для первой по ходу движения колесной пары $i = 1$; j – номер тележки, для первой по ходу движения тележки $j = 1$; k – номер стороны тележки: $k = 1$ – правая сторона по ходу движения, $k = 2$ – левая.

Предполагается, что экипаж движется со средней скоростью V . Это позволяет оператор дифференцирования по

Юрий Семенович Ромен (д.т.н.), главный научный сотрудник.
Яков Мордухович Клебанов (д.т.н., проф.), проректор по учебной работе, заведующий кафедрой «Механика».

Екатерина Александровна Солдусова (к.т.н.), доцент кафедры «Механика».

времени $\frac{d()}{dt}$ записать в виде $\frac{Vd()}{dx}$. В дальнейшем дифференцирование по x отмечается штрихом.

Боковые колебания надрессорной балки описываются дифференциальным уравнением

$$V^2 J_{x\phi}^+ \Phi_j^{+\prime\prime} = b(\Delta N_{j1} - \Delta N_{j2}) - M_{\phi j} + P_{\phi j} h^+ \Phi_j^+,$$

где V – скорость движения;

$J_{x\phi}^+$ – момент инерции надрессорной балки;

Φ_j^+ – угол боковой качки j -ой надрессорной балки (угол поворота вокруг оси x);

$2b$ – расстояние между рессорными комплектами;

ΔN_{jk} – вертикальная сила, действующая от боковой рамы тележки на надрессорную балку и определяемая зависимостью, приведенной в [5]; j – номер тележки (для первой по ходу тележки $j = 1$, для второй по ходу тележки $j = 2$); k – индекс для обозначения стороны тележки ($k = 1$ – правая сторона по ходу движения, $k = 2$ – левая);

$P_{\phi j}$ – нагрузка от кузова на тележку, рассчитываемая по формуле, представленной в [5];

h^+ – превышение пятника над плоскостью осей колесных пар;

$M_{\phi j}$ – момент сил, действующих на надрессорную балку от кузова:

$$M_{\phi j} = \begin{cases} -c_{\phi} \Delta \Phi_j - k_{оп} V \Delta \Phi_j' & \text{для } |\Delta \Phi_j| \leq \frac{r_{Пj}}{h^*} \\ P_{\phi j} (-1)^{\Pi} r_{Пj} - k_{оп} V \Delta \Phi_j' & \text{для } |\Delta \Phi_j| < \frac{\delta_{Пj}}{b_c - r_{Пj}}, \\ M_{опj} - P_{\phi j} h^+ & \text{для } |\Delta \Phi_j| \geq \frac{\delta_{Пj}}{b_c - r_{Пj}} \end{cases},$$

где c_{ϕ} – контактная жесткость в системе «пятник – подпятник» при наклоне кузова;

$\Delta \Phi_j$ – угол перевалки кузова по подпятнику надрессорной балки (формула представлена в [5]);

$k_{оп}$ – коэффициент демпфирования в системе «кузов – надрессорная балка» при боковой качке;

$r_{Пj}$ – радиус пятника со стороны максимального давления при боковой качке кузова ($\Pi = 1$ – для правой стороны пятника, а $\Pi = 2$ – для левой);

h^+ – высота центра масс кузова над плоскостью пятника;

$\delta_{Пj}$ – зазор в j -ом скользуне с Π -ой стороны тележки;

$2b_c$ – расстояние между скользунами;

$M_{опj}$ – момент в опорном устройстве кузова на тележку.

Вертикальная сила взаимодействия буксы с боковиной рамы тележки

$$\Delta N_{1jk}^+ = \Delta N_{2jk}^+ = 0,5 \cdot (\Delta N_{jk} + P_p^+),$$

где P_p^+ – вес боковой рамы тележки;

$$\Delta N_{jk} = -\frac{1}{2} c_{z\Delta} \Delta_{jk} + F_z (\Delta'_{jk}),$$

где c_z , Δ_{jk} , F_z рассматриваются в работе [5].

Если $\Delta N_{ijk}^+ \Rightarrow 0$, то принимается $\Delta N_{ijk}^+ = 0$.

$$z_{jk}^+ = 0.5 \cdot \left(\sum_{i=1}^2 z_{ij} - (-1)^k b \cdot \sum_{i=1}^2 \Phi_{ij} \right);$$

$$z_{jk}^{+'} = 0.5 \cdot \left(\sum_{i=1}^2 z_{ij}' - (-1)^k b \cdot \sum_{i=1}^2 \Phi_{ij}' \right),$$

где z_{jk}^+ – вертикальное перемещение центра k -ой боковины j -ой тележки;

z_{ij} – подпрыгивание центра i -ой колесной пары j -ой тележки;

Φ_{ij} – угол крена i -ой колесной пары j -ой тележки.

Поворот наддрессорной балки тележки при вилянии описывается уравнением

$$V^2 J_{z\delta}^+ \psi_j^{+'} = \sum_{k=1}^2 M_{jk}^+ - b(X_{j1}^+ - X_{j2}^+) - M_{OПj},$$

где X_{jk}^+ – продольная сила, действующая на наддрессорную балку со стороны k -ой боковины j -ой тележки:

$$X_{jk}^+ = \sum_{i=1}^2 X_{ijk},$$

где X_{ijk} – продольная сила, действующая на боковую раму j -ой тележки от i -ой колесной пары со стороны k -ой буксы.

$$X_{ijk} = \begin{cases} c_x [x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+) + (-1)^l [\Delta_{xl}]_{ijk}] - f_o \Delta N_{ijk}^+ F_X (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) + \\ + k_x^+ V [x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})] \quad \text{при} \quad |x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+)| \geq [\Delta_{xl}]_{ijk} \\ - f_o \Delta N_{ijk}^+ F_X (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) + \\ + k_x^+ V [x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})] \quad \text{при} \quad |x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_j^+)| < [\Delta_{xl}]_{ijk} \end{cases}$$

$$F_X (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) = par5 \cdot (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) \text{ при } (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) < 1/A,$$

$$F_X (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) = 1 \quad \text{при} \quad (x_{ij}' + b(-1)^k (\psi_{ij}' - \psi_j^{+'})) \geq 1/A,$$

где параметр A зависит от условий решения конкретной задачи;

c_x – продольная жесткость рамы тележки при ее деформации после выбора зазора в буксовом проеме;

k_x^+ – демпфирование при продольных перемещениях буксы;

$[\Delta_{xl}]_{ijk}$ – зазор на сторону в буксовом проеме относительно его оси; индекс $l = 1$

для величины зазора впереди от его оси и $l = 2$ при направлении в сторону, проти-

воположную движению экипажа, соответственно;

$$l = \begin{cases} 1 & \text{при } x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_{\bar{\sigma}jk}) \geq 0; \\ 2 & \text{при } x_{ij} + b(-1)^k (\gamma_{ij} - \gamma_{\bar{\sigma}jk}) < 0, \end{cases}$$

где x_{ij} – продольное перемещение центра i -ой колесной пары относительно шкворневой точки тележки;

y_{ij} – угол поворота колесной пары относительно касательной к средней линии колеи в центре тележки;

M_{jk}^+ – момент, действующий на надрессорную балку со стороны боковины при ее повороте.

$$M_{jk}^+ = M_{Tj}^+ F_{M^+} (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}) + c_{\psi jk}^+ (\gamma_{\bar{\sigma}jk} - \gamma_j^+) + k_x^+ V (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}),$$

$$M_{Tj}^+ = B - C \cdot \Delta N_{jk}^*,$$

где параметры B и C зависят от условий решения конкретной задачи;

M_{Tj}^+ – момент трения при депланации тележки.

$$F_{M^+} (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}) = par8 \cdot (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}) \text{ при } (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}) < \frac{1}{D},$$

$$F_{M^+} (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}) = 1 \text{ при } (\psi'_{\bar{\sigma}jk} - \psi_j^{+'}) \geq \frac{1}{D},$$

где $c_{\psi jk}^+$ – жесткость при депланации тележки,

$$c_{\psi jk}^+ = E - G \cdot \Delta N_{jk}^*,$$

параметры D , E и G зависят от условий решения конкретной задачи.

Поворот боковой рамы тележки

$$V^2 J_{zp}^+ \psi''_{\bar{\sigma}jk} = (H_{P1jk} - H_{P2jk}) a - M_{jk}^+,$$

где H_{Pijk} – поперечная сила, действующая на боковую раму тележки от i -ой колесной пары;

J_{zp}^+ – момент инерции боковой рамы тележки относительно вертикальной оси.

$$H_{Pijk} = \begin{cases} c_{yijk} (y_{ij} - y_{ijk}^+ - [\Delta_y]_{ij} \text{sign}(y_{ij} - y_{ijk}^+)) - f_{\bar{\sigma}} \Delta N_{ijk}^+ F_{H_p} (y'_{ij} - y_{ijk}^+) + \\ + k_y^+ V (y'_{ij} - y_{ijk}^+) & \text{при } |y_{ij} - y_{ijk}^+| \geq [\Delta_y]_{ij} \\ - f_{\bar{\sigma}} \Delta N_{ijk}^+ F_{H_p} (y'_{ij} - y_{ijk}^+) + k_y^+ V (y'_{ij} - y_{ijk}^+) & \text{при } |y_{ij} - y_{ijk}^+| < [\Delta_y]_{ij} \end{cases}$$

Рамная сила

$$H_{Pij} = \sum_k H_{Pijk},$$

$$F_{Hp}(y'_{ij} - y^{+}_{ijk}) = par11 \cdot (y'_{ij} - y^{+}_{ijk}) \text{ при } (y'_{ij} - y^{+}_{ijk}) < \frac{1}{J},$$

$$F_{Hp}(y'_{ij} - y^{+}_{ijk}) = 1 \text{ при } (y'_{ij} - y^{+}_{ijk}) \geq \frac{1}{J},$$

где параметр J зависит от условий решения конкретной задачи;

c_{yijk} – жесткость связей, ограничивающих поперечное перемещение колесной пары относительно рамы тележки;

y_{ij} – перемещение колесной пары относительно оси пути;

y^{+}_{ijk} – перемещение сечения k -ой боковой рамы j -ой тележки над i -ой колесной парой относительно оси колеи:

$$y^{+}_{ijk} = y^{+}_{jk} - (-1)^i a \gamma_{\sigma jk} - \frac{a^2}{2} \phi'_j,$$

$$y^{+}_{ijk} = y^{+}_{jk} - (-1)^i a \gamma'_{\sigma jk}.$$

Углы поворота наддрессорной балки γ^+_j и боковой рамы $\gamma_{\sigma jk}$ j -ой тележки в колее

$$\gamma^+_j = \Psi^+_j - \phi'_j,$$

$$\gamma'_{\sigma jk} = \Psi'_{\sigma jk} - \phi'_j;$$

$[\Delta_y]_{ij}$ – поперечный зазор в буксовых челюстях на сторону относительно среднего положения i -ой колесной пары по отношению к продольной оси j -ой тележки;

f_{σ} – коэффициент трения по буксе;

k^+_y – демпфирование при поперечных перемещениях колесной пары.

Относ боковой рамы

$$V^2 m^+_p y^{+}_{jk} = \sum_i H_{Pijk} - Y^{+}_{jk} - m^+_p V^2 \phi'_j + P^+_p \sum_i \Phi_{ij}.$$

Составленная система уравнений полностью охватывает все степени свободы движения основных конструктивных элементов тележки модели ЦНИИ-ХЗ типа 18-100.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Вериго М.Ф., Коган А.Я.* Взаимодействие пути и подвижного состава. – М.: Транспорт, 1986. – 559 с.
2. *Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д.* Динамика экипажа. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
3. *Wickens A.H.* Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics: Guidance and Stability – Lisse: Taylor & Francis, 2003. – 295 p.
4. *Wickens A.H.* A History of Railway Vehicle Dynamics. Handbook of Railway Vehicle Dynamics. – Boca Raton: Taylor & Francis, 2006. – P. 5-38.
5. *Ромен Ю.С., Клебанов Я.М., Солдусова Е.А.* Моделирование колебаний кузова железнодорожного вагона // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – № 3(39). – С. 141-147.

Статья поступила в редакцию 25 октября 2013 г.

OSCILLATIONS IN THE RAILWAY CAR TRUCK

Yu.S. Romen¹, I.M. Klebanov², E.A. Soldusova²

¹All-Russian Scientific Research Institute of Railway Transport
10, 3rd Mytischinskaya st., Moscow, 107996

²Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

A complete system of differential equations of the railway car truck dynamics is introduced. This system is to determine the loads exerted on truck elements and to improve car movement stability and safety.

Keywords: *Differential equations of motion, computer simulation, the center of mass, truck oscillations, railway car.*

Yury S. Romen (Dr. Sci. (Techn.)), Chief Scientific Officer.

Iakov M. Klebanov (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.

Ekaterina A. Soldusova (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.