

## РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СМАЗАННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

*И.И. Волков, А.Г. Золин*

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244  
E-майл: zolin.a.g@gmail.com

*Рассмотрен метод построения двумерных обратных цифровых фильтров для решения обратных задач восстановления изображений на основе аппроксимационного подхода с регуляризирующими параметрами.*

**Ключевые слова:** восстановление смазанных изображений, КИХ-фильтр, весовая функция, обратный фильтр.

Современные космические системы высокодетального наблюдения (КСВН) Земли для получения изображений используют съемочные устройства на основе приборов с зарядовой связью (ПЗС). Для правильной работы в режиме накопления видеосигнала необходимо, чтобы скорость движения космического аппарата была точно согласована с периодом опроса матрицы. На практике это условие может нарушаться из-за ошибки вычисления скорости спутника и неточности задания частоты опроса ПЗС-матрицы. В результате возникают смазанные изображения [1]. Параметры смаза могут существенно варьироваться от долей до десятков пикселей и иметь как одну, так и две пространственные составляющие.

В настоящее время известны основные подходы к решению задачи восстановления смазанных изображений, однако их практическое применение связано с различными недостатками конкретных реализаций.

В статье [1] рассматриваются два подхода: спектральный метод коррекции, основанный на использовании фильтра Винера, и алгебраический метод, основанный на решении систем линейных уравнений методами псевдообращений. К сожалению, при реализации обоих подходов появляются заметные тени от контрастных объектов.

В статье [2] был представлен алгоритм восстановления изображения с использованием регуляризационного подхода на примере смаза в три пикселя. В настоящей статье обобщается данный подход для смазов произвольной длины и рассматривается случай, когда смаз имеет две пространственные составляющие. Для восстановления смазанного изображения приведенным ниже алгоритмом требуется известный параметр смаза. Задача получения параметров смаза рассматривается в [3].

Пусть наблюдается двумерная функция, описывающая смазанное изображение:

$$y(m_1, m_2) = \sum_{i=0}^{N_{01}-1} \sum_{j=0}^{N_{02}-1} h_0(i, j)x(m_1 - i, m_2 - j). \quad (1)$$

---

*Игорь Иванович Волков (к.т.н., доцент), доцент кафедры «Информационные технологии».*

*Алексей Георгиевич Золин (к.т.н., доцент), доцент кафедры «Информационные технологии».*

Она представляет собой преобразованную двумерным КИХ-фильтром функцию исходного изображения  $x(m_1, m_2)$  с весовой функцией  $h_0(i, j)$ . Требуется разработать алгоритм определения функции  $x(m_1, m_2)$  по заданным значениям  $y(m_1, m_2)$  при условии, что весовая функция равна

$$h_0(i, j) = \frac{1}{N_{01}N_{02}}, \text{ где } \begin{cases} 0 \leq i \leq N_{01} - 1 \\ 0 \leq j \leq N_{02} - 1 \end{cases}, \quad (2)$$

$m_1$  и  $m_2$  – координаты пикселей изображения;  $N_{01}$  и  $N_{02}$  – величины смаза по пространственным составляющим.

Перейдем в операторную область. Для этого найдем двумерное z-преобразование левой и правой частей выражения (1):

$$Y(z_1, z_2) = W_0(z_1, z_2)X(z_1, z_2). \quad (3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} Y(z_1, z_2) &= \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} y(m_1, m_2) z_1^{-m_1} z_2^{-m_2}; \\ X(z_1, z_2) &= \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} x(m_1, m_2) z_1^{-m_1} z_2^{-m_2}; \\ W_0(z_1, z_2) &= \sum_{i=0}^{N_{01}-1} \sum_{j=0}^{N_{02}-1} h_0(i, j) z_1^{-m_1} z_2^{-m_2}. \end{aligned}$$

Из (2) имеем

$$W_0(z_1, z_2) = \frac{1 - z_1^{-N_{01}}}{N_{01}(1 - z_1^{-1})} \frac{1 - z_2^{-N_{02}}}{N_{02}(1 - z_2^{-1})}. \quad (4)$$

Из (3) находим, что

$$X(z_1, z_2) = W(z_1, z_2)Y(z_1, z_2), \quad (5)$$

где  $W(z_1, z_2) = 1/W_0(z_1, z_2)$  – передаточная функция обратного фильтра.

С учетом (4)

$$W(z_1, z_2) = \frac{N_{01}N_{02}(1 - z_1^{-1})(1 - z_2^{-1})}{(1 - z_1^{-N_{01}})(1 - z_2^{-N_{02}})}. \quad (6)$$

Из (6) следует, что обратный фильтр с такой передаточной функцией неустойчив. Поэтому предлагается для него взять следующую передаточную функцию:

$$\bar{W}(z_1, z_2) = \frac{A_1 A_2 N_{01} N_{02} (1 - A_1 z_1^{-1})(1 - A_2 z_2^{-1})}{(1 - A_1^{N_{01}} z_1^{-N_{01}})(1 - A_2^{N_{02}} z_2^{-N_{02}})}. \quad (7)$$

В этом случае будем получать оценки

$$\bar{X}(z_1, z_2) = \bar{W}(z_1, z_2)Y(z_1, z_2), \quad (8)$$

где

$$\bar{X}(z_1, z_2) = \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \bar{x}(m_1, m_2) z_1^{-m_1} z_2^{-m_2},$$

$\bar{x}(m_1, m_2)$  – оценка восстанавливаемого сигнала.

Как видно из (7), введено два регуляризационных параметра –  $A_1$  и  $A_2$  ( $0 < A_1 < 1$ ,  $0 < A_2 < 1$ ) и справедливы соотношения

$$\lim_{\substack{A_1 \rightarrow 1 \\ A_2 \rightarrow 1}} \bar{W}(z_1, z_2) = W(z_1, z_2) \text{ и } \lim_{\substack{A_1 \rightarrow 1 \\ A_2 \rightarrow 1}} \bar{x}(m_1, m_2) = x(m_1, m_2).$$

На основании формул (7) и (8) найдем решение двумерной обратной задачи.

Подставив  $\bar{W}(z_1, z_2)$  из (7) в (8), будем иметь

$$\bar{X}(z_1, z_2) = \frac{A_1 A_2 N_{01} N_{02} (1 - A_1 z_1^{-1})(1 - A_2 z_2^{-1})}{(1 - A_1^{N_{01}} z_1^{-N_{01}})(1 - A_2^{N_{02}} z_2^{-N_{02}})} Y(z_1, z_2). \quad (9)$$

С учетом соотношений

$$\frac{1 - A_1 z_1^{-1}}{1 - A_1^{N_{01}} z_1^{-N_{01}}} = \frac{1}{\sum_{k=0}^{N_{01}-1} A_1^k z_1^{-k}};$$

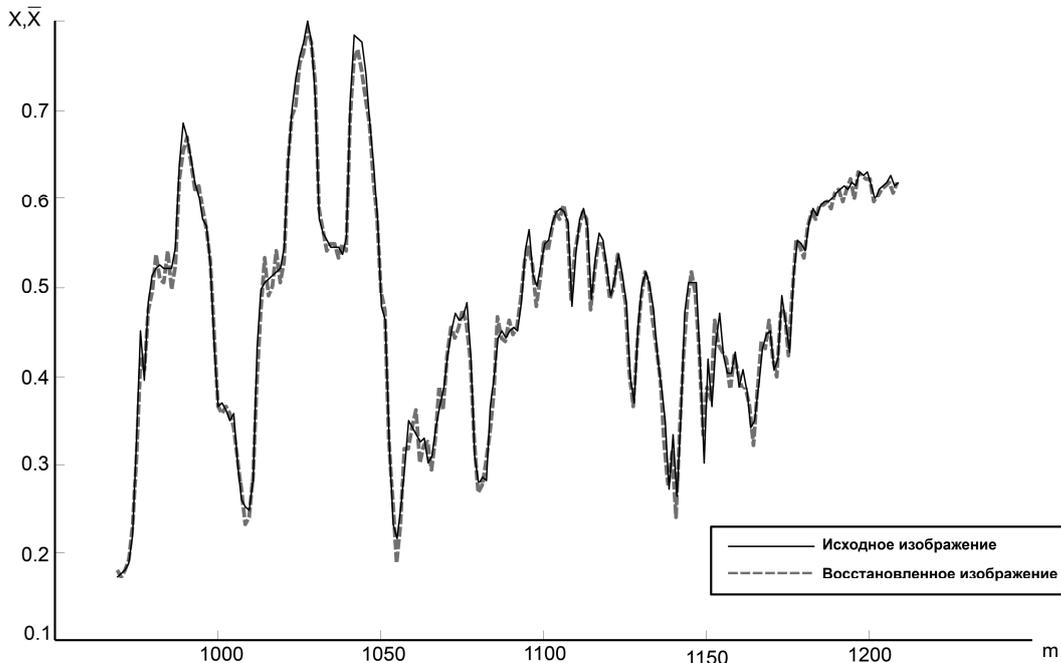
$$\frac{1 - A_2 z_2^{-1}}{1 - A_2^{N_{02}} z_2^{-N_{02}}} = \frac{1}{\sum_{k=0}^{N_{02}-1} A_2^k z_2^{-k}}$$

выражение (9) принимает вид

$$\bar{X}(z_1, z_2) = \frac{A_1 A_2 N_{01} N_{02}}{\sum_{k=0}^{N_{01}-1} \sum_{v=0}^{N_{02}-1} A_1^k A_2^v z_1^{-k} z_2^{-v}} Y(z_1, z_2); \quad (10)$$

отсюда

$$\bar{X}(z_1, z_2) = - \sum_{v=1}^{N_{02}-1} A_2^v z_2^{-v} \bar{X}(z_1, z_2) - \sum_{k=1}^{N_{01}-1} \sum_{v=0}^{N_{02}-1} A_1^k A_2^v z_1^{-k} z_2^{-v} \bar{X}(z_1, z_2) + A_1 A_2 N_{01} N_{02} Y(z_1, z_2).$$



Результаты восстановления смазанного изображения

Осуществив обратное z-преобразование левой и правой части этого соотношения, будем иметь:

$$\bar{x}(m_1, m_2) = - \sum_{v=1}^{N_{02}-1} A_2^v x(m_1, m_2) - \sum_{k=1}^{N_{01}-1} \sum_{v=0}^{N_{02}-1} A_1^k A_2^v x(m_1 - k, m_2 - v) + A_1 A_2 N_{01} N_{02} y(m_1, m_2). \quad (11)$$

Таким образом, мы получили алгоритм восстановления изображения. Значение регуляризирующих параметров  $A_1$  и  $A_2$  подбирается экспериментально: чем ближе оно к единице, тем выше точность, но больше время переходного процесса по соответствующим пространственным составляющим.

Для апробации алгоритма было взято тестовое изображение из КСВН, имеющее 1024 градации серого. Был выполнен смаз изображения вдоль горизонтальной и вертикальной оси на 3 пикселя, после чего предприняты попытки восстановления по алгоритму (12) с различными значениями регуляризирующих параметров  $A_1$  и  $A_2$ . Наилучшие результаты были получены при значениях  $A_1$  и  $A_2$ , близких к 1. Так, на рисунке показаны фрагменты строки исходного и восстановленного (пунктирная линия) изображений в устоявшемся режиме с значением  $A_1 = 0,9$  и  $A_2 = 0,9$ . Относительная среднеквадратическая погрешность восстановления вычислялась по формуле  $\Delta = \|x - \bar{x}\| / \|x\|$  и составила 0,0271.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Егошкин Н.А., Еремеев В.В.* Коррекция смаза изображений в системах космического наблюдения земли // Цифровая обработка сигналов. – 2010. – № 4.
2. *Батищев В.И., Волков И.И., Золин А.Г.* Синтез фильтров для восстановления смазанных изображений с использованием методов регуляризации // Проблемы управления и моделирования в сложных системах (ПУМСС-2013): Труды XV Международной конференции, ИПУСС РАН, Самара, 2013.
3. *Кузнецов П.К., Семавин В.И., Солодуха А.А.* Алгоритм компенсации скорости смаза изображения подстилающей поверхности, получаемого при наблюдении Земли из космоса // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки – 2005. – № 37. – С. 150-157.

*Статья поступила в редакцию 2 июня 2013 г.*

## SYNTHESIS OF FIR DIGITAL FILTERS FOR SOLVING SIGNAL RECONSTRUCTION USING CRITERIA OF MOMENTS

***I.I. Volkov, A.G. Zolin***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The method of two-dimensional inverse digital filters for solving inverse problems of image reconstruction based on an approximation approach with regularizing parameters.*

**Keywords:** *image reconstruction, FIR filter, the weight function, the inverse filter.*

---

*Igor I. Volkov (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.  
Aleksey G. Zolin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*