

## ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПО МГНОВЕННЫМ ЗНАЧЕНИЯМ СИГНАЛОВ, РАЗДЕЛЕННЫХ ВО ВРЕМЕНИ И ПРОСТРАНСТВЕ

*А. О. Лычев*

Самарский государственный технический университет  
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Проводится анализ погрешностей метода измерения интегральных характеристик с использованием пространственного и временного разделения мгновенных значений гармонических сигналов. Полученные результаты позволяют выбирать оптимальные параметры измерительного процесса для обеспечения наименьшей погрешности.*

**Ключевые слова:** интегральные характеристики, гармонический сигнал, мгновенные значения, погрешность.

Широкое распространение получили методы измерения интегральных характеристик гармонических сигналов (ИХГС), основанные на формировании дополнительных сигналов, сдвинутых по фазе относительно входных [1]. Однако подобным методам [2] присуща погрешность фазосдвигающих блоков (ФСБ), обусловленная тем, что при изменении частоты входного сигнала ФСБ производят сдвиг сигнала на угол, отличный от заданного.

Исключить влияние частотной погрешности ФСБ и погрешности из-за неидентичности измерительных каналов позволяет предложенный в [3] метод измерения ИХГС, основанный на сравнении только входного и сдвинутого относительно него на произвольный угол  $\Delta\alpha$  дополнительного сигнала напряжения.

В соответствии с данным методом в момент равенства входного и дополнительного сигналов напряжения одновременно измеряют мгновенные значения входного сигнала напряжения и сигнала тока; через произвольный интервал времени  $\Delta t$  измеряют мгновенные значения входного и дополнительного сигналов напряжения и сигнала тока и определяют ИХГС по измеренным значениям.

Временные диаграммы, поясняющие метод, приведены на рисунке.

Для входных сигналов напряжения  $u_1(t) = U_m \sin \omega t$  и тока  $i_1(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$  и дополнительного сигнала напряжения  $u_2(t) = U_m \sin(\omega t + \Delta\alpha)$  выражения для мгновенных значений в соответствующие моменты времени имеют вид

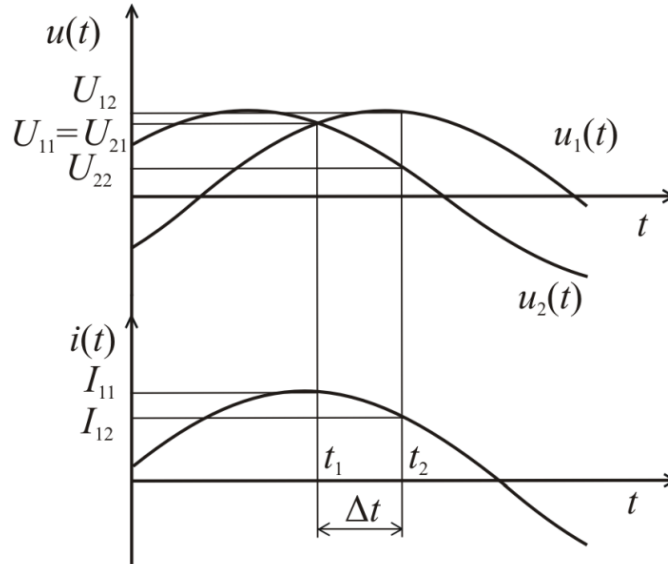
$$U_{21} = U_m \cos \frac{\Delta\alpha}{2}; \quad I_{11} = I_m \cos \left( \varphi - \frac{\Delta\alpha}{2} \right);$$

$$U_{12} = U_m \cos \left( \omega\Delta t - \frac{\Delta\alpha}{2} \right); \quad U_{22} = U_m \cos \left( \omega\Delta t + \frac{\Delta\alpha}{2} \right);$$

$$I_{12} = I_m \cos \left( \varphi - \frac{\Delta\alpha}{2} + \omega\Delta t \right),$$

где  $U_m$ ,  $I_m$  – амплитудные значения сигналов напряжения и тока;  $\Delta\alpha$  – угол сдвига дополнительного сигнала напряжения относительно основного сигнала;  $\omega$  – угловая

частота входного сигнала;  $\varphi$  – угол сдвига фаз между входными сигналами напряжения и тока.



Временные диаграммы, поясняющие метод

Используя выражения для мгновенных значений сигналов, можно определить основные ИХГС:

– среднеквадратические значения (СКЗ) напряжения и тока

$$U_{СКЗ} = \sqrt{\frac{2U_{21}^2(U_{21}^2 - U_{12}U_{22})}{4U_{21}^2 - (U_{22} + U_{12})^2}}; \quad (1)$$

$$I_{СКЗ} = \sqrt{\frac{I_{11}^2}{2} + \frac{[I_{11}(U_{22} + U_{12}) - 2U_{21}I_{12}]^2}{2[4U_{21}^2 - (U_{22} + U_{12})^2]}}; \quad (2)$$

– активная (АМ) и реактивная (РМ) мощности

$$P = \frac{U_{21}[U_{21}I_{12}(U_{12} - U_{22}) - I_{11}(U_{12}(U_{22} + U_{12}) - 2U_{21}^2)]}{4U_{21}^2 - (U_{22} + U_{12})^2}; \quad (3)$$

$$Q = \frac{U_{21}(U_{12}I_{11} - U_{21}I_{12})}{\sqrt{4U_{21}^2 - (U_{22} + U_{12})^2}}. \quad (4)$$

Рассматриваемый метод предназначен для определения интегральных характеристик сигналов с гармоническими моделями. При наличии в сигналах высших гармоник неизбежно возникает погрешность.

Проведем оценку методической погрешности, обусловленной отклонением реального сигнала от гармонической модели. Для этого используем предложенную в [1] методику оценки погрешности результата измерения интегральной характеристики как функции, аргументы которой заданы приближенно с погрешностью, соответствующей отклонению модели от реального сигнала. Как известно, погрешность

вычисления значения какой-либо функции, аргументы которой заданы приближенно, может быть оценена с помощью дифференциала этой функции.

Пусть предельные абсолютные погрешности аргументов соответствуют наибольшему отклонению модели от реальных сигналов. В этом случае предельные значения абсолютных погрешностей определения ИХГС в соответствии с (1) – (4) определяются следующими выражениями:

$$\Delta U_{CK3} = \left[ \left| \frac{\partial U_{CK3}}{\partial U_{21}} \right| + \left| \frac{\partial U_{CK3}}{\partial U_{12}} \right| + \left| \frac{\partial U_{CK3}}{\partial U_{22}} \right| \right] \Delta U_{\max}; \quad (5)$$

$$\Delta I_{CK3} = \left[ \left| \frac{\partial I_{CK3}}{\partial U_{21}} \right| + \left| \frac{\partial I_{CK3}}{\partial U_{12}} \right| + \left| \frac{\partial I_{CK3}}{\partial U_{22}} \right| \right] \Delta U_{\max} + \left[ \left| \frac{\partial I_{CK3}}{\partial I_{11}} \right| + \left| \frac{\partial I_{CK3}}{\partial I_{12}} \right| \right] \Delta I_{\max}; \quad (6)$$

$$\Delta P = \left[ \left| \frac{\partial P}{\partial U_{21}} \right| + \left| \frac{\partial P}{\partial U_{12}} \right| + \left| \frac{\partial P}{\partial U_{22}} \right| \right] \Delta U_{\max} + \left[ \left| \frac{\partial P}{\partial I_{11}} \right| + \left| \frac{\partial P}{\partial I_{12}} \right| \right] \Delta I_{\max}; \quad (7)$$

$$\Delta Q = \left[ \left| \frac{\partial Q}{\partial U_{21}} \right| + \left| \frac{\partial Q}{\partial U_{12}} \right| + \left| \frac{\partial Q}{\partial U_{22}} \right| \right] \Delta U_{\max} + \left[ \left| \frac{\partial Q}{\partial I_{11}} \right| + \left| \frac{\partial Q}{\partial I_{12}} \right| \right] \Delta I_{\max}, \quad (8)$$

где  $\Delta U_{\max} = U_{1m} \sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}$ ,  $\Delta I_{\max} = I_{1m} \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}$  – предельные абсолютные погрешности аргументов, соответствующие наибольшим отклонениям моделей от реальных сигналов, где  $h_{uk}$  и  $h_{ik}$  – коэффициенты  $k$ -тых гармоник напряжения и тока;  $U_{1m}$  и  $I_{1m}$  – амплитуды первых гармоник сигналов.

Используя выражения (1) – (4) и предельные значения абсолютных погрешностей (5) – (8), можно определить относительные погрешности определения СКЗ напряжения и тока и приведенные погрешности определения АМ и РМ:

$$\begin{aligned} \delta_{U_{CK3}} &= \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}}{4 \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right| \left| \sin \omega\Delta t \right|^2 \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}^2}} \left[ \cos \omega\Delta t - \cos(\Delta\alpha - \omega\Delta t) \right] + \\ &\quad + 2 \left| \cos \Delta\alpha - \cos 2\omega\Delta t \right| + \left| \cos(\Delta\alpha + \omega\Delta t) - \cos \omega\Delta t \right|; \\ \delta_{I_{CK3}} &= \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}}{4 \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right|^3 \left| \sin \omega\Delta t \right|^2 \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}^2}} \left[ \sin(\varphi - \Delta\alpha) + \sin \varphi \right] \times \left[ \sin(\varphi - \Delta\alpha + \omega\Delta t) + \sin(\varphi + \omega\Delta t) \right] + \\ &\quad + 0.5 \left| \sin(\varphi - \Delta\alpha + 2\omega\Delta t) + \sin(\varphi - \Delta\alpha) + \sin(\varphi + 2\omega\Delta t) + \sin \varphi \right| + \\ &\quad + \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}}{2 \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right| \left| \sin \omega\Delta t \right| \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}^2}} \left[ \left| \sin(\varphi - \Delta\alpha) + \sin \varphi \right| + \left| \sin(\varphi - \Delta\alpha + \omega\Delta t) + \sin(\varphi + \omega\Delta t) \right| \right]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_P = & \left[ \cos(\varphi - \Delta\alpha - \omega\Delta t) + \cos(\varphi - \Delta\alpha + \omega\Delta t) - 2\cos(\varphi + \omega\Delta t) \right] + \\
& + \left| \cos(\varphi - 2\omega\Delta t) - 3\cos(\varphi - \Delta\alpha) - \cos(\varphi - \Delta\alpha + 2\omega\Delta t) + 2\cos(\varphi + 2\omega\Delta t) + \cos\varphi \right| + \\
& + \left| \cos(\varphi - \omega\Delta t) - 2\cos(\varphi - \Delta\alpha + \omega\Delta t) + \cos(\varphi + \omega\Delta t) \right| \times \\
& \times \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}}{4 \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right| |\sin \omega\Delta t|^2 \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}^2} \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}^2}} + \\
& + \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}}{|\sin \omega\Delta t| \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}^2} \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}^2}} \left[ \left| \cos \left( \omega\Delta t - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \right| + \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right| \right]; \\
\gamma_Q = & \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}}{2 \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right| |\sin \omega\Delta t|^2 \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}^2} \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}^2}} \left[ 2 \left| \sin \varphi \cos^2 \omega\Delta t + \cos \left( \varphi - \frac{\Delta\alpha}{2} + \omega\Delta t \right) \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \sin \omega\Delta t \right| + \right. \\
& + \left. \left| 2 \cos \left( \varphi - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \sin \omega\Delta t + \cos \omega\Delta t \sin \varphi \right| + \left| \cos \omega\Delta t \sin \varphi \right| \right] + \\
& + \frac{\sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}}{|\sin \omega\Delta t| \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{uk}^2} \sqrt{1 + \sum_{k=2}^{\infty} h_{ik}^2}} \left[ \left| \cos \left( \omega\Delta t - \frac{\Delta\alpha}{2} \right) \right| + \left| \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \right| \right].
\end{aligned}$$

Анализ полученных выражений показывает, что относительные погрешности определения СКЗ напряжения и тока и приведенные погрешности определения АМ и РМ зависят от гармонического состава сигналов, угла сдвига фаз между входным и дополнительными сигналами напряжения и интервала времени. Кроме того, погрешности  $\delta_{I_{СКЗ}}$ ,  $\gamma_P$  и  $\gamma_Q$  зависят от угла сдвига фаз между напряжением и током.

Полученные результаты позволяют выбирать области использования метода в зависимости от спектра сигналов и требований по точности измерения, а также подбирать оптимальные параметры измерительного процесса для обеспечения наименьшей погрешности.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Мелентьев В.С., Батищев В.И. Аппроксимационные методы и системы измерения и контроля параметров периодических сигналов. – М.: Физматлит, 2011. – 240 с.
2. Мелентьев В.С., Лычев А.О., Миронов А.А. Синтез методов и систем измерения интегральных

характеристик с использованием ортогональных составляющих гармонических сигналов // Проблемы управления и моделирования в сложных системах: Труды XIV междунар. конф. – Самара: Самар. науч. центр РАН, 2012. – С. 625-633.

3. Мелентьев В.С., Иванов Ю.М., Лычев А.О. Метод измерения интегральных характеристик по мгновенным значениям сигналов, разделенных во времени и пространстве // Измерения: состояние, перспективы развития: тез. докл. междунар. науч.-практ. конф. – Челябинск: Издат. центр ЮУрГУ, 2012. – Т. 1. – С. 169-171.

*Статья поступила в редакцию 21 февраля 2013 г.*

## **ERROR ESTIMATION OF METHOD OF INTEGRATED CHARACTERISTICS MEASUREMENT ON INSTANT VALUES OF THE SIGNALS DIVIDED IN TIME AND SPACE**

***A.O. Lychev***

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

*The analysis of method errors of integrated characteristics measurement with use of spatial and temporary division of instant values of harmonious signals is carried out. The received results allow choosing optimum parameters of measuring process for providing the least error.*

***Keywords:*** *integrated characteristics, harmonic signal, instant values of the signals, error.*

---

*Alexander O. Lychev, Postgraduate Student.*