

УДК 621.757.05-52

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СХЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОЙ СБОРКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ДЕТАЛЕЙ

Л.Б. Черняховская

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассмотрен способ сборки цилиндрических деталей с гарантированным зазором, в котором втулка под действием силы тяжести перемещается, опираясь тремя точками на поверхность вала, закрепленного в горизонтальном положении. Проведен кинематический анализ процесса совмещения, установлено, что движение втулки в этом случае является плоскопараллельным, определены координаты и скорости всех точек, расположенных в плоскости симметрии деталей. Анализ особенностей контакта втулки с кромкой вала в двух симметрично расположенных точках позволил определить для них направления нормальных реакций и сил трения. Составлена система трех дифференциальных уравнений, описывающих движение втулки под действием силы тяжести, представляющая собой динамическую модель процесса горизонтальной схемы сборки цилиндрических деталей. Приведены результаты решения дифференциальных уравнений с помощью программы Mathcad для конкретных деталей, которые показали, что динамические реакции не превышают значения силы тяжести втулки, что исключает заклинивание деталей и повреждение их поверхностей в процессе рассматриваемой схемы сборки.

Ключевые слова: цилиндрические детали, горизонтальная схема сборки, три точки контакта, скорости, динамические реакции.

Большинство известных способов и устройств, предназначенных для автоматической сборки цилиндрических деталей с гарантированным зазором, реализуют схемы совмещения, в которых втулка закрепляется неподвижно в вертикальном или горизонтальном положении, а подвижной деталью является вал. Наиболее полно исследована вертикальная схема сборки, для которой определены геометрические и кинематические параметры, характеризующие процесс совмещения деталей при первоначальном контакте их поверхностей в трех или двух точках.

Недостатком вертикальной схемы сборки является действие на подвижную деталь в точках контакта значительных по величине сил сопротивления, которые могут приводить к повреждению совмещаемых поверхностей или к заклиниванию деталей. Причиной возникновения этих сил являются сила тяжести подвижной детали, препятствующая совмещению, и сборочное усилие, обеспечивающее этот процесс.

В данной работе анализируется (рис. 1) способ сборки цилиндрических деталей [1], заключающийся в том, что вал 1 закрепляют в горизонтальном положении, втулку 2 устанавливают на вал сверху так, чтобы она опиралась внутренней поверхностью на три точки поверхности вала, а противоположной стороной на подвижную в вертикальном направлении опору 3. Затем предоставляют втулке возможность под действием силы тяжести опускаться, перемещая опору вниз до

Людмила Борисовна Черняховская (к.т.н., доц.), доцент кафедры «Механика».

момента полного совмещения кромок, после чего горизонтальным толкателем 4 перемещают втулку по поверхности вала до полного совмещения рабочих поверхностей.

Целью исследования является создание динамической модели процесса совмещения втулки с горизонтально закрепленным валом, определение на ее основе сил взаимодействия между деталями в точках контакта и оценка их влияния на процесс совмещения.

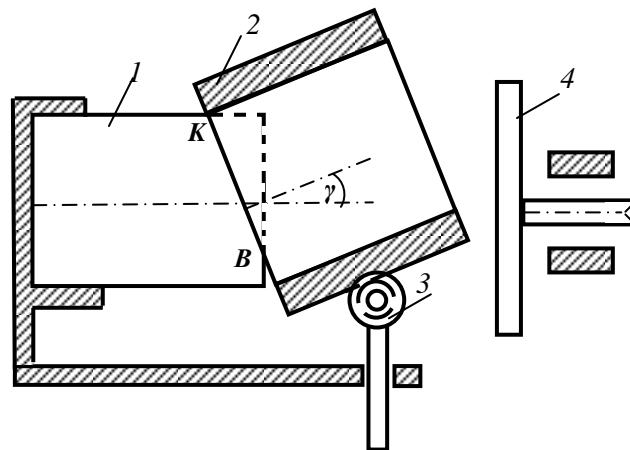


Рис. 1. Способ сборки цилиндрических деталей в случае горизонтально закрепленного вала

При решении этой задачи обе детали считаются абсолютно твердыми телами правильной геометрической формы, а контакт между их поверхностями – точечным, детали имеют гарантированный зазор $\delta = D - d$, где D – диаметр отверстия втулки, d – диаметр вала. Необходимые для расчетов геометрические параметры, характеризующие относительное расположение деталей, определены в работе [2].

В этом случае (рис. 2) так же, как и при вертикальной схеме сборки, одна точка контакта K деталей располагается в плоскости симметрии деталей между образующей вала и кромкой отверстия втулки, а две другие точки – между кромками обеих деталей симметрично плоскости, проходящей через их оси; середина отрезка, соединяющего симметричные точки контакта, точка B , находится в плоскости симметрии деталей на расстояниях O_1B и O_2B от центров окружностей O_1 и O_2 совмещаемых кромок втулки и вала.

Так как точки контакта расположены симметрично плоскости, проходящей через оси деталей, а сила тяжести расположена в этой плоскости, то движение втулки, протекающее под действием силы тяжести, является плоскопараллельным с основной плоскостью, совпадающей с плоскостью симметрии.

Плоскопараллельное движение втулки описывается совокупностью трех уравнений: уравнения Лагранжа и дифференциальных уравнений движения центра масс, связывающих угол γ с действующими на втулку силами:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma} = Q_\gamma;$$

$$m \frac{d^2 y_C}{dt^2} = \sum F_{ky}; \quad m \frac{d^2 z_C}{dt^2} = \sum F_{kz},$$

где T – кинетическая энергия втулки;
 Q_γ – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате;
 m – масса втулки; y_C, z_C – координаты ее центра масс;
 $\sum F_{ky}, \sum F_{kz}$ – суммы проекций всех приложенных к втулке сил на оси координат.

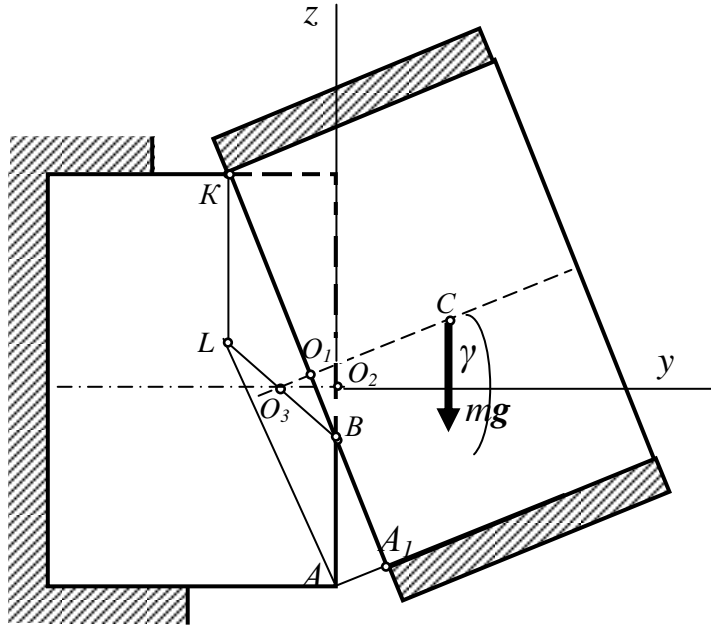


Рис. 2. Относительное расположение деталей в процессе совмещения

Кинетическая энергия втулки равна

$$T = \frac{m}{2}(V_{Cy}^2 + V_{Cz}^2) + \frac{I_{Cx}\dot{\gamma}^2}{2},$$

где $V_{Cy} = \frac{dy_C}{dt}$, $V_{Cz} = \frac{dz_C}{dt}$ – проекции скорости центра масс на оси координат;

I_{Cx} – момент инерции втулки относительно оси Cx , проходящей через центр масс, перпендикулярно плоскости симметрии деталей

Для составления дифференциальных уравнений необходимо:

1) выразить координаты центра масс втулки в зависимости от угла γ и получить значения их первых и вторых производных по времени, которые определяют левые части всех трех уравнений;

2) установить направления всех действующих на втулку сил, что необходимо для составления правых частей уравнений.

1. Положение центра масс втулки в процессе сборки определяется относительно неподвижной системы координат O_2yz , связанной с центром окружности совмещаемой кромки вала (см. рис. 2), ее координаты равны

$$y_C = \left(\frac{H}{2} + h_1\right)\cos\gamma - h_2, \quad z_C = 0,5H \sin\gamma + h_1 \sin\gamma,$$

где H – высота втулки;

$h_1 = O_3O_1$ и $h_2 = O_3O_2$ – расстояния между точкой пересечения осей деталей O_3 и центрами O_1 и O_2 совмещаемых кромок:

$$h_1 = \frac{d - D \cos \gamma}{2 \sin \gamma}, \quad h_2 = \frac{D - d \cos \gamma}{2 \sin \gamma}.$$

Проекция скорости центра масс на оси координат

$$V_{Cy} = \frac{dy_C}{d\gamma} \dot{\gamma}, \quad V_{Cz} = \frac{dz_C}{d\gamma} \dot{\gamma},$$

где $\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \omega$ – угловая скорость втулки.

Проекция ускорения центра масс на оси координат

$$a_{Cy} = \frac{d^2 y_C}{d\gamma^2} \dot{\gamma}^2 + \frac{dy_C}{d\gamma} \ddot{\gamma}, \quad a_{Cz} = \frac{d^2 z_C}{d\gamma^2} \dot{\gamma}^2 + \frac{dz_C}{d\gamma} \ddot{\gamma},$$

где $\ddot{\gamma} = \frac{d^2 \gamma}{dt^2} = \varepsilon$ – угловое ускорение втулки.

После подстановки полученных значений левые части дифференциальных уравнений центра масс и уравнения Лагранжа принимают вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma} = m \left[\left(\frac{dy_C}{d\gamma} \right)^2 + \left(\frac{dz_C}{d\gamma} \right)^2 \right] \ddot{\gamma} + I_{Cx} \ddot{\gamma} + m \left(\frac{dy_C}{d\gamma} \frac{d^2 y_C}{d\gamma^2} + \frac{dz_C}{d\gamma} \frac{d^2 z_C}{d\gamma^2} \right) \dot{\gamma}^2;$$

$$m \frac{d^2 y_C}{dt^2} = m \left[\frac{d^2 y_C}{d\gamma^2} \dot{\gamma}^2 + \frac{dy_C}{d\gamma} \ddot{\gamma} \right];$$

$$m \frac{d^2 z_C}{dt^2} = m \left[\frac{d^2 z_C}{d\gamma^2} \dot{\gamma}^2 + \frac{dz_C}{d\gamma} \ddot{\gamma} \right],$$

где $\frac{dy_C}{d\gamma} = -0,5H \sin \gamma - \frac{2d - D \cos \gamma (2 + \sin^2 \gamma)}{2 \sin^2 \gamma}$;

$$\frac{d^2 y_C}{d\gamma^2} = \frac{4d \cos \gamma - D(3 + \cos^4 \gamma)}{2 \sin^3 \gamma};$$

$$\frac{dz_C}{dt} = 0,5H \cos \gamma + 0,5D \sin \gamma;$$

$$\frac{d^2 z_C}{d\gamma^2} = -0,5H \sin \gamma + 0,5D \cos \gamma.$$

2. Для определения правых частей уравнений необходим анализ действующих на втулку сил. Движение втулки осуществляется силой тяжести, кроме нее на втулку в каждой точке контакта действуют две силы: нормальная реакция и сила трения.

Нормальная реакция N_K в точке K направлена перпендикулярно образующей вала, на которую опирается втулка.

В симметричных точках контакта втулка опирается своей кромкой на кромку вала, поэтому нормальная реакция в каждой из этих точек должна лежать одновременно в двух плоскостях, одна из которых проходит через ось вала, другая – через ось втулки. Следовательно, каждая из этих сил N_{B1} и N_{B2} направлена по ли-

нии пересечения этих плоскостей, т. е. проходит через точку O_3 пересечения осей обеих деталей.

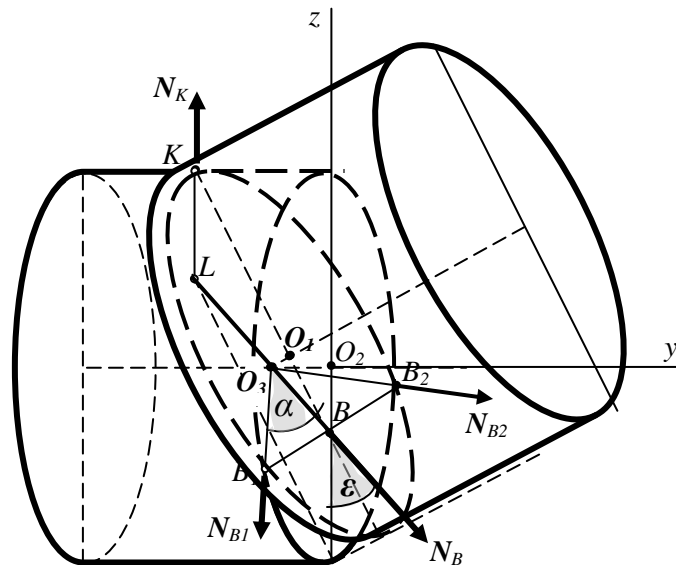


Рис. 3. Направление нормальных реакций, действующих на втулку в точках контакта

При плоскопараллельном движении втулки нормальные реакции в симметричных точках контакта равны по величине, а их равнодействующая N_B (рис. 3) проходит по прямой, соединяющей точку B с точкой O_3 , и равна $N_B = 2N_{B1} \cos \alpha$, где α – угол между одной из реакций N_{B1} или N_{B2} и равнодействующей N_B [2]. Значение угла α определяется из треугольника OBB_1 . Равнодействующая нормальных реакций N_B образует с вертикальной осью O_2z угол ϵ , значение которого определяется из треугольника O_3O_2B .

Силы трения во всех точках контакта направлены противоположно соответствующим скоростям (рис. 4). Следовательно, сила трения F_K в точке K направлена этой образующей вала противоположно скорости V_K .

Скорости симметричных точек контакта B_1 и B_2 равны скорости V_B точки B (рис. 4), являющейся серединой отрезка, соединяющего эти точки, и расположенной в плоскости симметрии.

Направление скорости V_B определяется с помощью мгновенного центра скоростей L , положение которого установлено для вертикальной схемы сборки и который находится в точке пересечения перпендикуляра к образующей вала в точке K и перпендикуляра, проведенного в точке A к прямой, являющейся продолжением образующей втулки. Следовательно, силы трения F_{B1} и F_{B2} в точках B_1 и B_2 равны по величине, параллельны и приводятся к равнодействующей, которая приложена в точке B и равна

$$F_B = 2F_{B1} = 2fN_{B1}.$$

Таким образом, силы, действующие на втулку, приводятся к плоской системе сил, расположенной в плоскости симметрии деталей (рис. 5), при этом направления реакций в точках контакта деталей в конкретный момент времени определяются положением мгновенного центра скоростей L . Линии действия

нормальных реакций N_K и N_B проходят через эту точку, а силы трения F_K и F_B перпендикулярны отрезкам, соединяющим точки их приложения с точкой L .

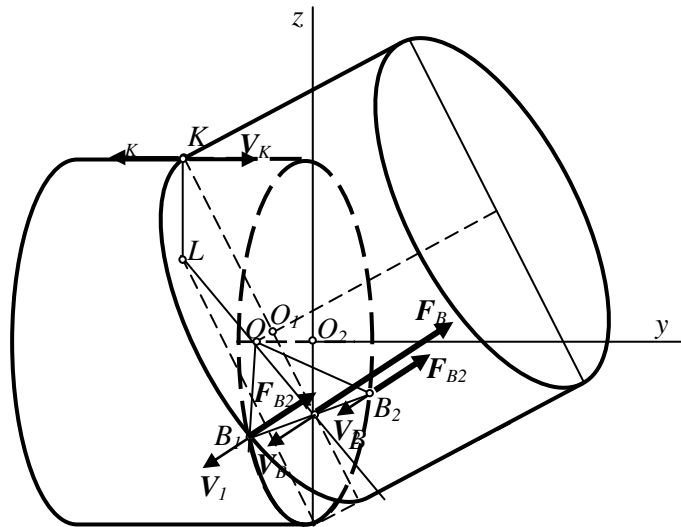


Рис. 4. Направления сил трения, действующих на втулку в точках контакта с валом

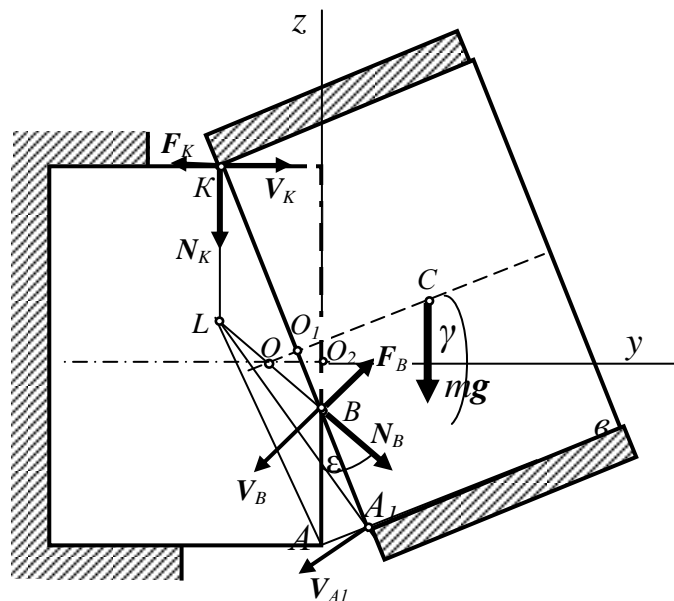


Рис. 5. Направления сил, действующих на втулку в точках контакта

На основе проведенного анализа определены проекции действующих сил на оси координат

$$\sum F_{ky} = -F_K + N_B \sin \varepsilon + F_B \cos \varepsilon,$$

$$\sum F_{kz} = -mg - N_K - N_B \cos \varepsilon + F_B \sin \varepsilon.$$

Обобщенная сила Q_γ равна сумме моментов относительно мгновенного центра L скоростей всех сил, приложенных ко втулке, при этом моменты нормальных реакций N_K и N_B , равны нулю, так как линии действия этих сил проходят через мгновенный центр скоростей L .

Следовательно,

$$Q_\gamma = -m_L(m\bar{g}) + m_L(\bar{F}_K) + m_L(\bar{F}_B) = -mg(y_C - y_L) + 2fN_{B1}l_B + fN_{K1}l_K,$$

где $l_B = \frac{h_1}{\cos \varepsilon}$, $l_K = \frac{2h_1}{\sin \gamma}$ – расстояния точек K и B до мгновенного центра скоростей L .

После всех преобразований дифференциальные уравнения, описывающие движение втулки в процессе совмещения, принимают вид

$$m\left[\left(\frac{dy_C}{d\gamma}\right)^2 + \left(\frac{dz_C}{d\gamma}\right)^2\right]\ddot{\gamma} + I_{Cx}\ddot{\gamma} + m\left(\frac{dy_C}{d\gamma} \frac{d^2y_C}{d\gamma^2} + \frac{dz_C}{d\gamma} \frac{d^2z_C}{d\gamma^2}\right)\dot{\gamma}^2 = ; \quad (1)$$

$$= -mg(y_C - y_L) + 2fN_{B1}LB + fN_{K1}KL$$

$$m\left[\frac{d^2y_C}{d\gamma^2} \dot{\gamma}^2 + \frac{dy_C}{d\gamma} \ddot{\gamma}\right] = -fN_K + 2N_{B1}(\sin \alpha \sin \varepsilon + f \cos \varepsilon); \quad (2)$$

$$m\left[\frac{d^2z_C}{d\gamma^2} \dot{\gamma}^2 + \frac{dz_C}{d\gamma} \ddot{\gamma}\right] = -mg + N_K - 2N_{B1}(\sin \alpha \cos \varepsilon - f \sin \varepsilon). \quad (3)$$

Полученная система уравнений (1), (2) и (3) связывает между собой три неизвестные переменные: угол γ , являющийся функцией времени, и динамические реакции N_K и N_B , являющиеся функциями угла γ . Совместное решение первых уравнений (1) и (2) определяет значения N_K и N_B в зависимости от угла γ и его производных

$$N_K = m\left[A_{K1}g + A_{K2} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + A_{K3}\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2\right], \quad (4)$$

$$N_B = m\left[f g + A_{B2} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + A_{B3}\left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2\right], \quad (5)$$

где все коэффициенты A_{K1} , A_{K2} , A_{K3} , A_{B2} , A_{B3} являются функциями угла γ .

Значения N_K и N_B были подставлены в уравнение (3), которое после преобразований стало уравнением с одной переменной $\gamma(t)$.

$$\left[A_1 \frac{d^2\gamma}{dt^2} + A_2 \left(\frac{d\gamma}{dt}\right)^2\right] + gA_3 = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) является нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка, все его коэффициенты A_1 , A_2 , A_3 не содержат массу m втулки, следовательно, искомая функция $\gamma(t)$ зависит только от геометрических параметров совмещаемых деталей.

Решение уравнения (6) было выполнено графически в программе Mathcad для деталей с размерами $d = 49,9$ мм, $D = 50$ мм, $H = 70$ мм.

На рис. 6 представлен график зависимости от времени угла $\gamma = \gamma(t)$, начало которого соответствует первоначальному контакту деталей в трех точках $\gamma_0 = 0.4$ рад. Завершение контакта происходит при $\gamma_k = \arccos \frac{d}{D} = 0.07$, что соответствует моменту времени $t_k = 1,5$ с.

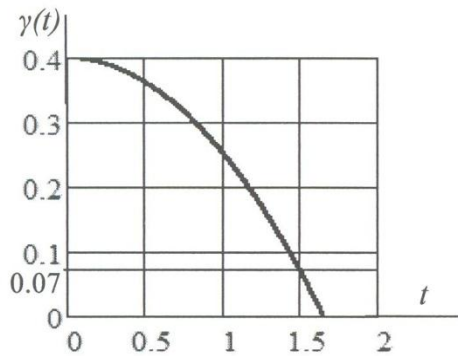


Рис. 6. График зависимости угла от времени $\gamma = \gamma(t)$

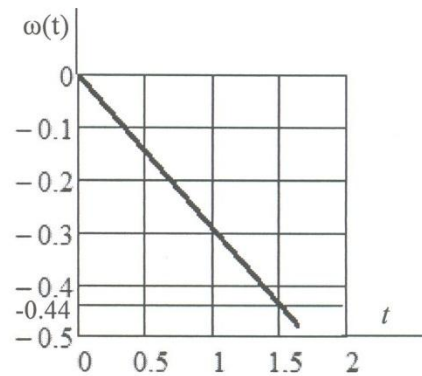


Рис. 7. График зависимости угловой скорости от времени $\omega = \omega(t)$

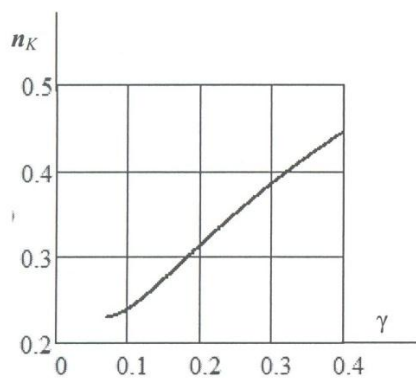


Рис. 8. Зависимость реакции N_K от угла между осями деталей

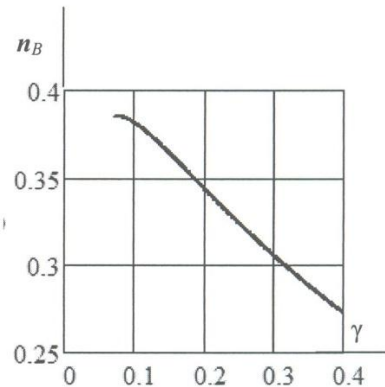


Рис. 9. Зависимость реакции N_B от угла между осями деталей

График зависимости угловой скорости от времени $\omega = \omega(t)$ (рис. 7) представляет собой прямую линию; следовательно, угловая скорость пропорциональна времени, угловое ускорение втулки является постоянной величиной, равной $\varepsilon = \frac{\omega_k}{t_k} = -0,28 \text{ 1/c}^2$, а угловая скорость может быть представлена формулой $\omega_k = -\varepsilon t$.

Нормальные реакции N_K и N_B после подстановки полученных значений в уравнения (5) и (6) принимают вид

$$N_K = m(A_{K1}g + A_{k2} \varepsilon + A_{K3}\omega^2); \quad N_B = m(f g + A_{B2}\varepsilon + A_{B3}\omega^2).$$

Полные динамические реакции с учетом сил трения после преобразований равны

$$R_K = m(A_{K1}g + A_{k2} \varepsilon + A_{K3}\omega^2)\sqrt{1 + f^2}; \quad R_B = m(f g + A_{B2}\varepsilon + A_{B3}\omega^2)\sqrt{1 + f^2},$$

а их отношения к силе тяжести втулки $n_K = \frac{R_K}{mg}$ и $n_B = \frac{R_B}{mg}$ позволяют оценить меру взаимодействия деталей в точках контакта, зависимости которых от угла γ представлены на рис. 8 и 9.

Как следует из графиков (см. рис. 8 и 9), максимальные значения динамиче-

ских реакций в течение всего процесса совмещения не превышают силу тяжести втулки, в то время как при вертикальном способе сборки реакции, возникающие при минимальных значениях сборочных усилий, на два порядка больше значения сил тяжести подвижной детали [2].

Таким образом, рассматриваемая горизонтальная схема сборки отличается тем, что совмещение деталей осуществляется силой тяжести втулки и не требует дополнительных сборочных усилий, при этом силы взаимодействия в точках контакта не превышают силы тяжести, что исключает заклинивание деталей и повреждение совмещаемых поверхностей.

Выводы

Рассмотрена схема сборки цилиндрических деталей, при которой втулка под действием силы тяжести перемещается, опираясь на три точки поверхности горизонтально закрепленного вала. Определены кинематические закономерности этого движения, установлены направления динамических реакций, возникающих в точках контакта деталей.

Составлена система дифференциальных уравнений, описывающих движение втулки, которая представляет собой динамическую модель процесса совмещения цилиндрических деталей для горизонтальной схемы сборки.

Приведены результаты решения дифференциальных уравнений с помощью программы Mathcad для конкретных деталей, которые показали, что динамические реакции не превышают значения силы тяжести втулки, что исключает заклинивание деталей и повреждение их поверхностей в процессе сборки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Патент на изобретение № 2487003. Способ сборки цилиндрических деталей с гарантированным зазором. Сам. гос. техн. ун-т, Черныховская Л.Б., Балакиров С.Н., Косулин С.И.
2. Черныховская Л.Б. Кинематический и динамический анализы автоматической сборки цилиндрических деталей: Монография. – Самара: Самар. гос. ун-т, 2011. – 76 с.

Статья поступила в редакцию 28 января 2014 г.

DYNAMICAL MODEL OF THE HORIZONTAL SCHEME OF AUTOMATIC ASSEMBLY OF CYLINDRICAL DETAILS

L.B. Chernyahovskaya

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russia

The scheme of the assembling of cylindrical details was considered. During the assembling a bush moves under the influence of the gravity, leaned on the surface of the horizontally fastened shaft. The kinematic laws of such of this movement, defined by the three-point contact, was established. The directions of the dynamical reaction force at the contact points were established. The system of the differential equations, being the dynamical model of the horizontal assembly of cylindrical details, and describing the motion of the bush, was formed.

Keywords: *cylindrical details, horizontal scheme of assembling, three-point contact, velocities, dynamical reaction forces.*