

УДК 517. 958: 539.3(4)

ТЕРМОУПРУГОСТЬ В МНОГОСЛОЙНЫХ КОНСТРУКЦИЯХ С ПЕРЕМЕННЫМИ ФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ СРЕДЫ

А.Э. Кузнецова

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: kuznetsovae@rambler.ru

Путем использования глобальной системы неизвестных коэффициентов, а также системы координатных функций, точно удовлетворяющих граничным условиям и условиям сопряжения, задача термоупругости для многослойного тела приведена к задаче для одного слоя с переменными (кусочно-неоднородными) свойствами среды. На основе ортогонального метода Бубнова – Галеркина получено ее приближенное аналитическое решение, позволяющее находить искомые функции практически с заданной степенью точности. При постоянных в пределах каждого слоя физических свойствах среды получено точное аналитическое решение данной задачи и выполнено его исследование в условиях теплового удара на граничных поверхностях.

Ключевые слова: многослойные конструкции, аналитическое решение, задача термоупругости, тепловой удар, переменные физические свойства среды, система координатных функций, ортогональный метод Бубнова – Галеркина.

Сложности решения задач термоупругости с переменными в пределах каждого слоя физическими свойствами среды состоят в нелинейности исходной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, а также в необходимости выполнения условий сопряжения в виде равенства напряжений и перемещений в точках контакта слоев.

Применительно к решению указанных задач в настоящей работе применен метод построения систем координатных функций, точно удовлетворяющих граничным условиям и условиям сопряжения. Путем использования ортогонального метода Бубнова – Галеркина решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений сведено к решению системы алгебраических линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов, число которых равно числу приближений. Получение аналитического решения в данном случае оказывается возможным благодаря использованию глобальной (одинаковой для всех слоев) системы неизвестных коэффициентов.

Математическая постановка задачи термоупругости для длинного полого цилиндра (плоская деформация) в случае, когда модуль упругости и коэффициент линейного расширения в пределах каждого слоя являются произвольными функциями радиуса, имеет вид [1, 2] (рис. 1)

$$\frac{d}{dr} \left(E_i r \frac{dU_i}{dr} \right) + \left(\frac{\nu_i}{1-\nu_i} \frac{dE_i}{dr} - \frac{E_i}{r} \right) U_i = \frac{(1+\nu_i)r}{1-\nu_i} \frac{d}{dr} (\alpha_i E_i T_i), \quad (1)$$

$$(i = \overline{1, m}; \quad r_i < r < r_{i+1})$$

где $U_i(r)$ ($i = \overline{1, m}$) – перемещение i -го слоя; $E_i(r)$, $\alpha_i(r)$, $T_i(r)$ ($i = \overline{1, m}$) – мо-

дуль упругости, коэффициент линейного расширения и температура i -го слоя; ν_i ($i = \overline{1, m}$) – коэффициент Пуассона; r – радиальная координата; m – число слоев.

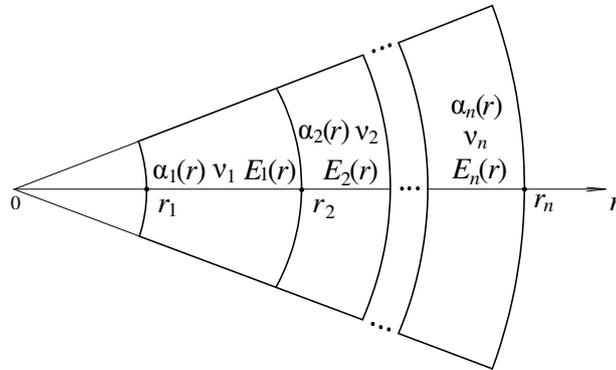


Рис. 1. Схема многослойного полого длинного цилиндра

В случае, когда $E_i = const$ и $\alpha_i = const$, система уравнений (1) приводится к виду

$$\frac{d^2 U_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_i}{dr} - \frac{U_i}{r^2} - \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i} \alpha_i \frac{dT_i}{dr} = 0. \quad (2)$$

$(i = \overline{1, m}; \quad r_i \leq r \leq r_{i+1})$

Напряжения в каждом слое по известному перемещению определяются по формулам

$$\sigma_{ri} = \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left[(1-\nu_i) \frac{dU_i}{dr} + \nu_i \frac{U_i}{r} - (1+\nu_i) \alpha_i T_i \right]; \quad (3)$$

$$\sigma_{\Theta i} = \frac{E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} \left[\nu_i \frac{dU_i}{dr} + (1-\nu_i) \frac{U_i}{r} - (1+\nu_i) \alpha_i T_i \right], \quad (4)$$

где $\sigma_{ri}, \sigma_{\Theta i}$ ($i = \overline{1, m}$) – радиальное и окружное напряжения в i -м слое.

Основную идею метода рассмотрим на примере решения задачи (2)–(4) применительно к двухслойному цилиндру с постоянными в пределах каждого слоя физическими свойствами среды, отмечая при этом, что без каких-либо изменений данный метод может быть применен и к решению задач термоупругости для многослойных конструкций с переменными в пределах каждого слоя физическими свойствами. Граничные условия и условия сопряжения применительно к задаче (2)–(4) для двухслойного цилиндра ($i = 1, 2$) имеют вид

$$\left(a_1 \frac{dU_1}{dr} + \nu_1 \frac{U_1}{r} = c_1 \alpha_1 T_1 \right)_{r=r_1}; \quad (5)$$

$$\left(a_2 \frac{dU_2}{dr} + \nu_2 \frac{U_2}{r} = c_2 \alpha_2 T_2 \right)_{r=r_3}; \quad (6)$$

$$\eta_1 E_1 \left(a_1 \frac{dU_1}{dr} + \nu_1 \frac{U_1}{r} - c_1 \alpha_1 T_1 \right)_{r=r_2} - \eta_2 E_2 \left(a_2 \frac{dU_2}{dr} + \nu_2 \frac{U_2}{r} - c_2 \alpha_2 T_2 \right)_{r=r_2} = 0; \quad (7)$$

$$U_1(r_2) = U_2(r_2) , \quad (8)$$

где $a_1 = 1 - \nu_1$; $a_2 = 1 - \nu_2$; $c_1 = 1 + \nu_1$; $c_2 = 1 + \nu_2$; $\eta_1 = 1/[(1 + \nu_1)(1 - 2\nu_1)]$; $\eta_2 = 1/[(1 + \nu_2)(1 - 2\nu_2)]$.

Введем следующие безразмерные переменные и параметры:

$$\vartheta_i = \frac{U_i}{U_i}; \rho = \frac{r}{r_3}; \rho_1 = \frac{r_1}{r_3}; \rho_2 = \frac{r_2}{r_3}; \rho_3 = \frac{r_3}{r_3} = 1; \varepsilon_1 = \frac{E_1}{E_1} = 1; \varepsilon_2 = \frac{E_2}{E_1};$$

$$\mu_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1} = 1; \mu_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}; \Theta_i = \frac{T_i}{T_i}; \sigma_{ri}^* = \frac{\sigma_{ri}}{\sigma_i}; \sigma_{\Theta i}^* = \frac{\sigma_{\Theta i}}{\sigma_i}; i = 1, 2, \quad (9)$$

где U_i , T_i , σ_i – масштабные значения перемещения, температуры и напряжения.

С учетом принятых обозначений задача (2), (5) – (8) принимает вид

$$\frac{d^2 \vartheta_i}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\vartheta_i}{d\rho} - \frac{\vartheta_i}{\rho^2} - \beta_i \mu_i \alpha_1 r_3 \frac{T_i}{U_i} \frac{d\Theta_i}{d\rho} = 0; \quad (10)$$

$$\left(a_1 \frac{d\vartheta_1}{d\rho} + \nu_1 \frac{\vartheta_1}{\rho} - \dot{A}_1 \cdot \Theta_1 \right)_{\rho=\rho_1} = 0; \quad (11)$$

$$\left(a_2 \frac{d\vartheta_2}{d\rho} + \nu_2 \frac{\vartheta_2}{\rho} - \dot{A}_2 \cdot \Theta_2 \right)_{\rho=1} = 0; \quad (12)$$

$$\eta_1 \varepsilon_1 \left(a_1 \frac{d\vartheta_1}{d\rho} + \nu_1 \frac{\vartheta_1}{\rho} - A_1 \cdot \Theta_1 \right)_{\rho=\rho_2} = \eta_2 \varepsilon_2 \left(a_2 \frac{d\vartheta_2}{d\rho} + \nu_2 \frac{\vartheta_2}{\rho} - A_2 \cdot \Theta_2 \right)_{\rho=\rho_2}; \quad (13)$$

$$\vartheta_1(\rho_2) = \vartheta_2(\rho_2), \quad (14)$$

где $\beta_i = (1 + \nu_i)/(1 - \nu_i)$; $i = 1, 2$; $\dot{A}_1 = \frac{c_1 \mu_1 \alpha_1 r_3 T_i}{U_i}$; $\dot{A}_2 = \frac{c_2 \mu_2 \alpha_1 r_3 T_i}{U_i}$.

Формулы (3), (4) для безразмерных напряжений будут

$$\sigma_{ri}^* = \eta_i \varepsilon_i \left[a_i \frac{d\vartheta_i(\rho)}{d\rho} + \nu_i \frac{\vartheta_i(\rho)}{\rho} - \frac{c_i \mu_i \alpha_1 r_3 T_i}{U_i} \Theta_i(\rho) \right] / \sigma_i; \quad (15)$$

$$\sigma_{\Theta i}^* = \eta_i \varepsilon_i \left[\nu_i \frac{d\vartheta_i(\rho)}{d\rho} + a_i \frac{\vartheta_i(\rho)}{\rho} - \frac{c_i \mu_i \alpha_1 r_3 T_i}{U_i} \Theta_i(\rho) \right] / \sigma_i \quad (i = 1, 2). \quad (16)$$

Найдем решение задачи (10) – (16) для случая, когда температура в каждом слое описывается следующей функцией:

$$T_i(r) = D_i + R_i r, \quad (i = 1, 2), \quad (17)$$

где $D_1 = 140,32$; $R_1 = -2880$; $D_2 = 53,375$; $R_2 = -625$.

Соотношение (17) в безразмерном виде для каждого слоя будет

$$\Theta_1(\rho) = 1,4032 - 1,584\rho; \quad \Theta_2(\rho) = 0,53375 - 0,34375\rho. \quad (18)$$

Решение задачи (10) – (14) принимается в виде [3]

$$\vartheta_1(\rho) = \Phi_1(\rho) + \sum_{k=2}^n q_k \Phi_{1k}(\rho); \quad (19)$$

$$\vartheta_2(\rho) = \Phi_2(\rho) + \sum_{k=2}^n q_k \Phi_{2k}(\rho), \quad (20)$$

где $\Phi_1(\rho) = F_1 + F_2\rho + F_3\rho^2$, $\Phi_2(\rho) = F_4\rho$ – функции, неизвестные коэффициенты которых F_i ($i = \overline{1,4}$) определяются так, чтобы выполнялись неоднородные граничные условия (11) и (12), неоднородное условие сопряжения (13) и однородное условие сопряжения (14); $\Phi_{1k} = B_{1k} + B_{2k}\rho + B_{3k}\rho^k$, $\Phi_{2k} = 1 + B_{4k}\rho^k$ ($k = \overline{2,n}$) – координатные функции, неизвестные коэффициенты B_{ik} ($i = \overline{1,4}$; $k = \overline{2,n}$) которых находятся из однородных граничных условий (11), (12) и однородных условий сопряжения (13), (14), то есть при равенстве нулю всех членов, находящихся в произведении с $\Theta_1(\rho)$ и $\Theta_2(\rho)$; q_k ($k = \overline{2,n}$) – неизвестные коэффициенты (одинаковые для каждого слоя), определяемые из выполнения дифференциальных уравнений (10).

После нахождения методом неопределенных коэффициентов F_i ($i = \overline{1,4}$) и B_{ik} ($i = \overline{1,4}$; $k = \overline{2,n}$) соотношения (19), (20) при любых значениях неизвестных коэффициентов q_k ($k = \overline{2,n}$) будут точно удовлетворять граничным условиям (11), (12) и условиям сопряжения (13), (14). Для определения неизвестных коэффициентов q_k ($k = \overline{2,n}$) составляется невязка уравнений (10) и требуется ортогональность невязок ко всем координатным функциям $\Phi_{1k}(\rho)$ и $\Phi_{2k}(\rho)$ ($k = \overline{2,n}$), то есть

$$\left. \begin{aligned} & \int_{\rho_1}^{\rho_2} \left(\frac{d^2 \vartheta_1}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\vartheta_1}{d\rho} - \frac{\vartheta_1}{\rho^2} - \beta_1 \mu_1 \alpha_1 r_3 \frac{T_i}{U_i} \frac{d\Theta_1}{d\rho} \right) \Phi_j(\rho) d\rho + \\ & + \int_{\rho_2}^1 \left(\frac{d^2 \vartheta_2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\vartheta_2}{d\rho} - \frac{\vartheta_2}{\rho^2} - \beta_2 \mu_2 \alpha_1 r_3 \frac{T_i}{U_i} \frac{d\Theta_2}{d\rho} \right) \Phi_j(\rho) d\rho = 0. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

($j = k = \overline{2,n}$)

Подставляя (19), (20) в (21), после определения интегралов относительно неизвестных коэффициентов q_k ($k = \overline{2,n}$) будем иметь систему $n - 2$ алгебраических линейных уравнений.

После определения неизвестных коэффициентов q_k ($k = \overline{2,n}$) перемещения находятся по формулам (19), (20). Напряжения σ_r^* и σ_Θ^* по известным перемещениям находятся из соотношений (15) – (16). Исходные данные для решения задачи были следующие [3, 4, 5]:

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,014 \text{ м}; \quad r_2 = 0,039 \text{ м}; \quad r_3 = 0,055 \text{ м}; \quad \nu_1 = \nu_2 = 0,2; \quad E_1 = 19,5 \cdot 10^9 \text{ кз/м}^2; \\ \sigma_i &= 0,1107 \text{ кз/м}^2; \quad E_2 = 13 \cdot 10^9 \text{ кз/м}^2; \quad \alpha_1 = 15 \cdot 10^{-6} / \text{К}; \quad \alpha_2 = 11 \cdot 10^{-6} / \text{К}; \quad T_i = 100^\circ \text{С}; \\ U_i &= 10^{-3} \text{ м}. \end{aligned}$$

Результаты расчетов безразмерных радиальных и окружных напряжений по формулам (15), (16) во втором, шестом и десятом приближениях даны на рис. 2 – 7. Их анализ позволяет сделать вывод о том, что радиальные напряжения σ_r^* имеют отрицательный знак (сжатие). При этом на внешних поверхностях стенок ($\rho = \rho_1 \text{ и } \rho = 1$), как это следует из граничных условий (11), (12), они равны нулю. Окружные напряжения σ_θ^* в пределах первого слоя имеют отрицательный знак, а в пределах второго – положительный (растяжение). В точке контакта слоев ($\rho = \rho_2$) наблюдается скачок окружных напряжений. Оценка точности получаемых решений выполнялась путем определения невязки уравнений (10), которая, как показали исследования, с увеличением числа приближений уменьшается.

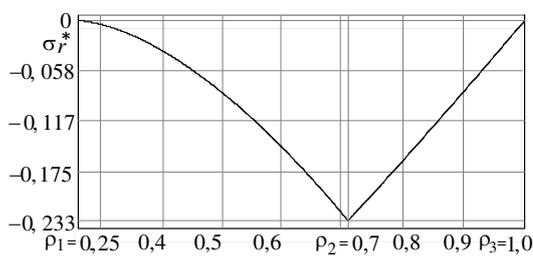


Рис. 2. Изменение радиальных напряжений (второе приближение)

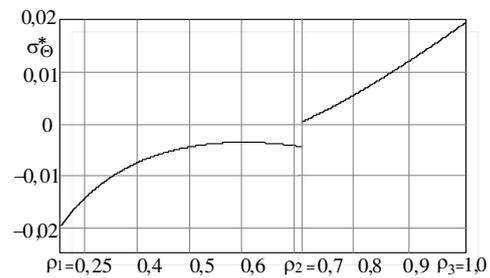


Рис. 3. Изменение окружных напряжений (второе приближение)

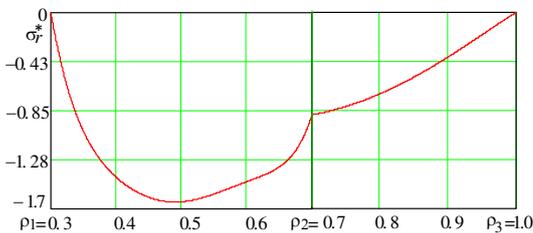


Рис. 4. Изменение радиальных напряжений (шестое приближение)

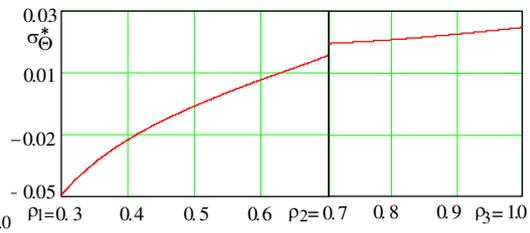


Рис. 5. Изменение окружных напряжений (шестое приближение)

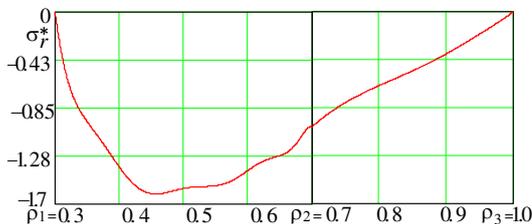


Рис. 6. Изменение радиальных напряжений (десятое приближение)

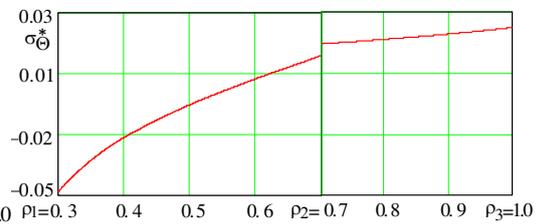


Рис. 7. Изменение окружных напряжений (десятое приближение)

Математическая постановка задачи термоупругости для двухслойного цилиндра при постоянных в пределах каждого слоя физических свойствах среды имеет вид [3 – 5]

$$\frac{d^2 U_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_i}{dr} - \frac{U_i}{r^2} - \frac{1+\nu_i}{1-\nu_i} \alpha_i \frac{dT_i}{dr} = 0; \quad (r_i \leq r \leq r_{i+1}; \quad i = \overline{1, 2}); \quad (22)$$

$$\sigma_{r1}(r_1) = 0; \quad (23)$$

$$\sigma_{r2}(r_3) = 0; \quad (24)$$

$$\sigma_{r1}(r_2) = \sigma_{r2}(r_2); \quad (25)$$

$$U_1(r_2) = U_2(r_2). \quad (26)$$

Общий интеграл уравнения (22) записывается в виде

$$U_i = C_{1i} r + \frac{C_{2i}}{r} + \frac{(1+\nu_i)\alpha_i}{(1-\nu_i)r} \int_{r_i}^r T_i(r) r dr, \quad (r_i \leq r \leq r_{i+1}; \quad i = \overline{1, 2}), \quad (27)$$

где C_{1i} , C_{2i} – постоянные интегрирования.

Формулы для определения радиальных $\sigma_{ri}(r)$ и окружных $\sigma_{\theta i}(r)$ напряжений в i -ом слое имеют вид

$$\sigma_{ri}(r) = \frac{C_{1i} E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} - \frac{C_{2i} E_i}{(1+\nu_i)r^2} - \frac{\alpha_i E_i}{(1-\nu_i)r^2} \int_{r_i}^r T_i(r) r dr; \quad (28)$$

$$\sigma_{\theta i}(r) = \frac{C_{1i} E_i}{(1+\nu_i)(1-2\nu_i)} + \frac{C_{2i} E_i}{(1+\nu_i)r^2} - \frac{\alpha_i E_i}{1-\nu_i} T_i(r) + \frac{\alpha_i E_i}{(1-\nu_i)r^2} \int_{r_i}^r T_i(r) r dr. \quad (29)$$

Для определения постоянных интегрирования C_{1i} , C_{2i} используются граничные условия (23), (24) и условия сопряжения (25), (26). Подставляя (27) в (23) – (26), относительно постоянных интегрирования C_{1i} , C_{2i} ($i = \overline{1, 2}$) получаем систему из четырех алгебраических линейных уравнений вида

$$\left. \begin{aligned} C_{11} D_1 + C_{12} D_2 / r_1^2 &= 0; \\ C_{11} D_1 + C_{12} (D_2 / r_2^2 + B_2) + C_{22} B_3 + B_1 &= 0; \\ C_{11} r_2 + C_{12} / r_2 + D_3 - C_{21} r_2 - C_{22} / r_2 &= 0; \\ C_{21} B_3 + C_{22} D_4 - D_5 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

$$\text{где } B_1 = \frac{\alpha_1 E_1}{(1-\nu_1)r_2^2} \int_{r_1}^{r_2} T_1(r) r dr; \quad B_2 = \frac{E_2}{(1+\nu_2)(1-2\nu_2)}; \quad B_3 = \frac{E_2}{(1+\nu_2)r_2^2};$$

$$D_1 = \frac{E_1}{(1+\nu_1)(1-2\nu_1)}; \quad D_2 = \frac{E_1}{(1+\nu_1)}; \quad D_3 = \frac{(1+\nu_1)\alpha_1}{(1-\nu_1)r_2} \int_{r_1}^{r_2} T_1(r) r dr;$$

$$D_4 = \frac{E_2}{(1+\nu_2)r_3^2}; \quad D_5 = \frac{E_2 \alpha_2}{(1-\nu_2)r_3} \int_{r_2}^{r_3} T_2(r) r dr.$$

После определения постоянных интегрирования из решения системы урав-

нений (30) перемещения и напряжения находятся по формулам (27) – (29).

На рис. 8 – 11 приведены графики распределения окружных σ_θ и радиальных σ_r напряжений при тепловом ударе (граничные условия первого рода) различной интенсивности на внешней ($r = r_3$) поверхности цилиндра. В частности, для различных вариантов расчета температура на поверхности была равной 250; 500; 750; 1000°C. При этом распределение температуры во втором слое принималось линейно изменяющимся от нуля в точке контакта ($r = r_2$) до величины температуры на поверхности при соответствующем варианте расчета. Температура по всей толщине первого слоя была одинаковой и равной 0°C. Физические свойства слоев для двухслойного цилиндра были следующие: $\alpha_1 = 15 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$; $\alpha_2 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$; $E_1 = 10,5 \cdot 10^4 \text{ Дин/см}^2$; $E_2 = 40,5 \cdot 10^4 \text{ Дин/см}^2$.

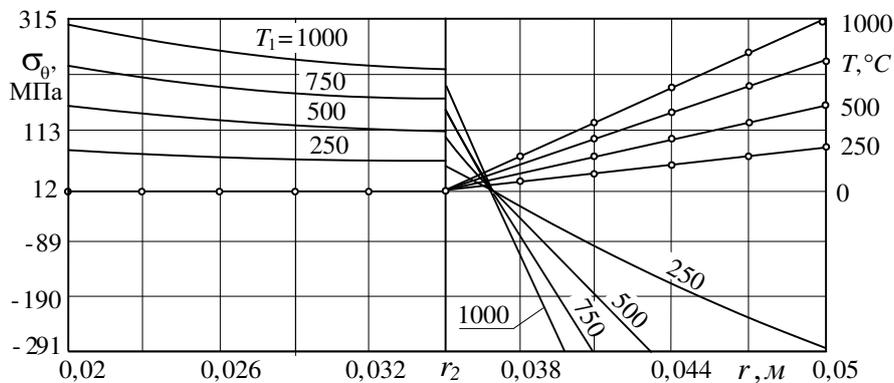


Рис. 8. Распределение окружных напряжений и температуры в двухслойном цилиндре: — — напряжения σ_θ (расчет по формуле (29)); —○— — распределение температуры

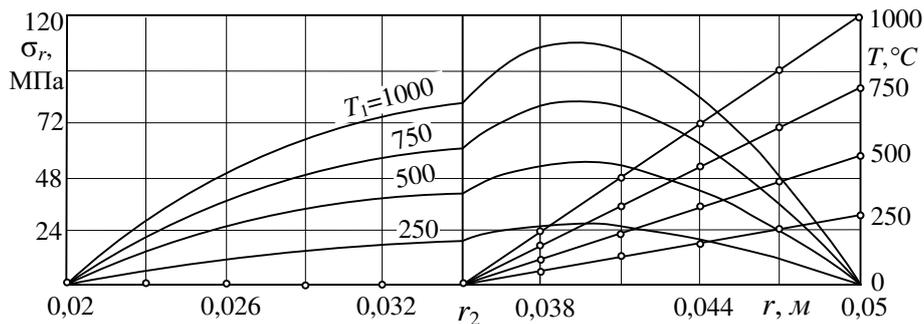


Рис. 9. Распределение радиальных напряжений и температуры в двухслойном цилиндре: — — напряжения σ_r (расчет по формуле (28)); —○— — распределение температуры

На графиках рис. 10, 11 приведены результаты расчета окружных и радиальных напряжений в случае, когда физические свойства слоев различны. Их анализ позволяет заключить, что окружные напряжения в точке контакта ($r = r_2$) имеют разрыв (см. рис. 8, 10). При этом на внешней поверхности наблюдаются окруж-

ные напряжения сжатия, а на внутренней – растяжения. Особенностью радиальных напряжений является наличие излома кривых в точке контакта слоев (см. рис. 9, 11).

На рис. 10, 11 приведены окружные и радиальные напряжения для двухслойного цилиндра в случае, когда температура в пределах второго слоя принимается одинаковой по его толщине ($T_2 = 250; 500; 750; 1000$ °C) при неизменной и равной 0°С температуре первого слоя. Такое распределение температуры может наблюдаться при существенно отличающихся коэффициентах теплопроводности слоев, когда теплопроводность второго слоя значительно превышает теплопроводность первого.

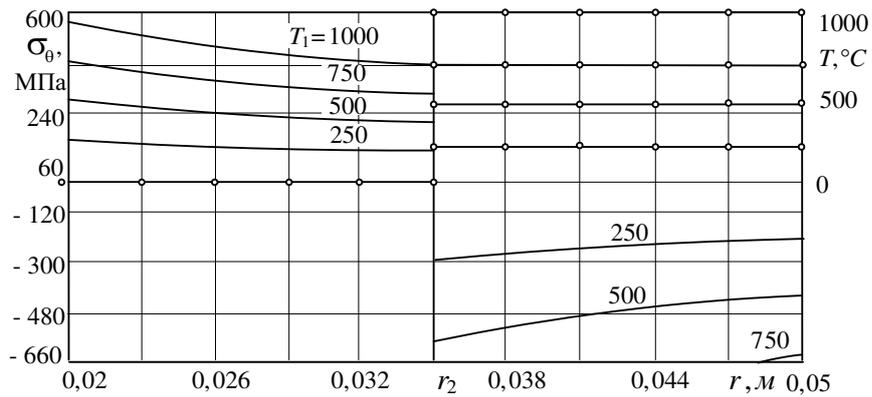


Рис. 10. Распределение окружных напряжений и температуры в двухслойном цилиндре: — — напряжения σ_θ (расчет по формуле (29)); —○— — распределение температуры

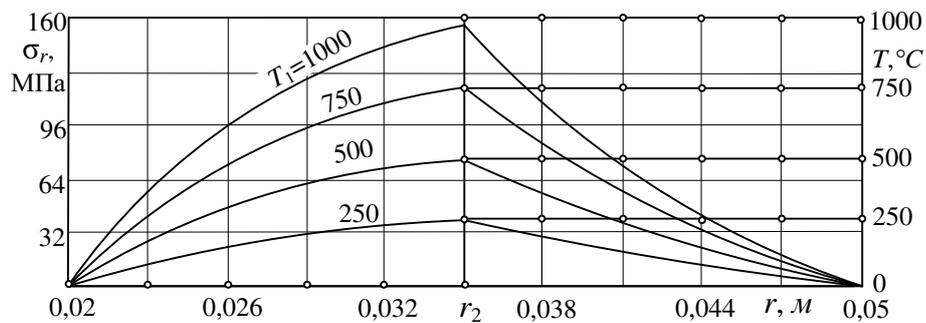


Рис. 11. Распределение радиальных напряжений и температуры в двухслойном цилиндре: — — напряжения σ_r (расчет по формуле (28)); —○— — распределение температуры

Анализ температурных напряжений для этого случая позволяет заключить, что окружные напряжения в точке контакта слоев имеют значительный скачок (см. рис. 10). При этом на внешнем слое цилиндра наблюдаются окружные напряжения сжатия, а на внутреннем – растяжения. Радиальные напряжения имеют положительный знак при изломе кривых в точке контакта слоев.

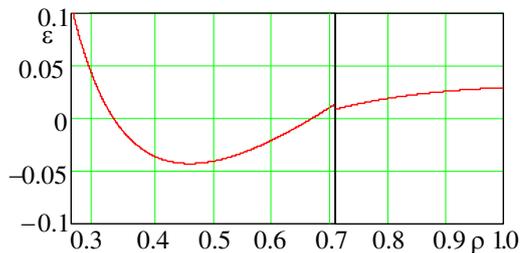


Рис. 12. Невязка уравнений (10)
(второе приближение)

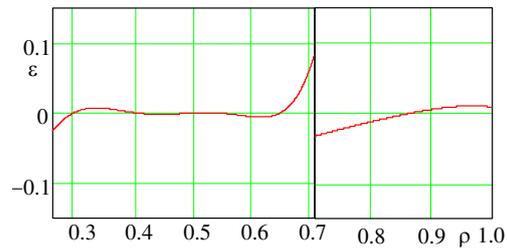


Рис. 13. Невязка уравнений (10)
(шестое приближение)

На рис. 12, 13 показано изменение невязки уравнений (10) в диапазоне независимой переменной $r_1 \leq r \leq r_3$ во втором и шестом приближениях. Анализ графиков позволяет заключить, что с увеличением числа приближений невязка уменьшается.

Выводы

1. При использовании системы координатных функций, точно удовлетворяющих граничным условиям и условиям сопряжения, получено приближенное аналитическое решение задачи термоупругости для двухслойного цилиндра с переменными физическими свойствами среды. Использование глобальной системы неизвестных коэффициентов позволяет свести решение исходной системы обыкновенных дифференциальных уравнений к решению системы алгебраических линейных уравнений, число которых равно числу приближений. Показано, что с увеличением числа приближений точность получаемого решения возрастает, что подтверждается уменьшением невязки исходных дифференциальных уравнений.

2. Показано, что при воздействии теплового удара на внешней поверхности цилиндра окружные температурные напряжения имеют противоположные знаки на внешней (отрицательные – напряжения сжатия) и внутренней (положительные – напряжения растяжения) поверхностях. В точке контакта слоев наблюдается скачок окружных напряжений, величина которого зависит от соотношения физических свойств слоев.

3. Максимальные окружные напряжения растяжения устанавливаются в момент времени, когда фронт температурного возмущения достигает внутренней поверхности цилиндра. Полученный результат позволяет сделать вывод, что окружные температурные напряжения растяжения могут достигать значительных величин на внутренних поверхностях цилиндрических тел, несмотря на отсутствие на них тепловой нагрузки.

4. Максимальные величины окружных напряжений растяжения, а также их скачок в точке контакта слоев наблюдаются в случае, когда температура внешнего слоя постоянна по его толщине (высокотеплопроводный материал) и превышает температуру внутреннего слоя (см. рис. 10, 11). Этот факт позволяет сделать заключение о том, что удаление различного рода отложений (накипь, кокс и прочее) на внутренних поверхностях трубопроводов посредством создания в слое отложений больших значений окружных напряжений, значительно превы-

шающих предел прочности их материала, возможно путем создания теплового удара на наружных поверхностях трубопроводов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коваленко А.Д. Введение в термоупругость. – Киев: Наукова думка, 1965. – 202 с.
2. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
3. Кудинов В.А., Карташов Э.М., Калашиков В.В. Аналитические решения задач тепломассопереноса и термоупругости для многослойных конструкций. – М.: Высшая школа, 2005. – 430 с.
4. Кудинов В.А., Ерёмин А.В., Котова Е.В. Получение точных аналитических решений задач термоупругости для многослойных цилиндрических конструкций // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физико-математические науки. – 2012. – № 2 (27). – С. 188-191.
5. Кудинов В.А., Кузнецова А.Э., Ерёмин А.В., Котова Е.В. Аналитические решения задач термоупругости в многослойных конструкциях с переменными физическими свойствами // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физико-математические науки. – 2013. – № 1 (30). – С. 215-221.

Статья поступила в редакцию 5 января 2014 г.

THERMOELASTICITY IN MULTILAYER STRUCTURES WITH VARIABLE PHYSICAL PROPERTIES OF THE MEDIUM

A.E. Kuznetsova

Samara State Technological University
244, Molodogvardejskaya st., Samara, 443100, Russia

E-mail: kuznetsovae@rambler.ru

Using the system of coordinate functions that precisely satisfy the boundary conditions and conditions mates, the problem of thermoelasticity for laminated body is given to the problem for a single layer with variables (ku-juicy-inhomogeneous) the properties of the medium.

On the basis of orthogonal method of Bubnov – Galerkin received its approximate analytical solution. At constant within each layer, the physical properties of the environment, the exact analytical solution for the multilayered structure and its detailed study under different conditions of heat stress.

Keywords: *multilayer construction, analytical solution, thermal shock, the thermoelasticity task, environmental variable physical properties, system of coordinate functions, orthogonal method of Bubnov – Galerkin.*