

621.785, 669.14, 519.6

ДВУМЕРНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО ПО ТИПОВЫМ КРИТЕРИЯМ КАЧЕСТВА УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ СКВОЗНОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА¹

Ю.Э. Плешивцева, А.В. Попов, А.И. Дьяконов

443100, 244

Объектом управления является процесс индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед последующими операциями пластической деформации. Сформулированы и решены задачи оптимального по типовым критериям качества управления процессом нагрева с чебышевской оценкой конечных температурных состояний. Параметрическая оптимизация алгоритмов оптимального по быстродействию, точности нагрева и расходу энергии управления проведена с помощью альтернативного метода оптимизации систем с распределенными параметрами, разработанного в СамГТУ. В качестве примеров рассматриваются решения поставленных задач оптимального управления процессами индукционного нагрева массивных цилиндрических алюминиевых заготовок. В оптимизационную процедуру интегрирована двумерная численная модель взаимосвязанных электромагнитных и тепловых полей, построенная на базе специализированного конечно-элементного пакета Cedrat FLUX.

Ключевые слова: индукционный нагрев, оптимальное управление, быстродействие, точность, минимум расхода энергии, альтернативный метод, численная модель, взаимосвязанные электромагнитные и тепловые поля, Cedrat FLUX.

Введение

()

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части Государственного задания (код проекта № 1436).

Юлия Эдгаровна Плешивцева (д.т.н., доц.), профессор кафедры «Управление и системный анализ в теплоэнергетике».

Антон Валерьевич Попов, магистрант.

Артём Игоревич Дьяконов, магистрант.

()

1. Модельные ЗОУ процессом индукционного нагрева

(),

$$\operatorname{curl} \bar{H} = \sigma(T) \bar{E} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}; \quad \operatorname{curl} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{div} \bar{B} = 0; \quad \operatorname{div} \bar{E} = 0; \quad (1)$$

$$c(T) \gamma(T) \frac{\partial T(r, l, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda(T) r \frac{\partial T(r, l, t)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial l} \left(\lambda(T) \frac{\partial T(r, l, t)}{\partial l} \right) + \frac{1}{\sigma(T)} \left(\frac{\partial H(r, l, t)}{\partial r} \right)^2, \quad (2)$$

\bar{H} - ; $\sigma(T)$ -
 ; T - ; \bar{E} - ; \bar{D} -
 ; t - ; \bar{B} -
 ; $\gamma(T)$, $c(T)$, $\lambda(T)$ -
 ; \bar{V} -
 ; $r \in [0; R]$; $l \in [0; L]$ -
 , R - , L -

(2)

$T(r, l, t)$

[1, 2].

ε

$T(r, l, t)$

$t = t^0$

$T^*(r, l)$:

$$\max_{r \in [0, R]; l \in [0, L]} |T(r, l, t^0) - T^*(r, l)| \leq \varepsilon. \quad (3)$$

(3)

ε .

$u(t)$,

$$f(H(r,l,t), T(r,l,t)), \quad H(r,l,t)$$

$$u(t) \quad u_{\min} = 0 \quad u_{\max} = \text{const} : \\ u_{\min} \leq u(t) \leq u_{\max}, t \in (0; t^0). \quad (4)$$

$$t^0 : \\ I_1 = \int_0^{t^0} dt = t^0 \rightarrow \min. \quad (5)$$

$$I_2 = \max_{r \in [0, R], l \in [0, L]} |T(r, l, t^0) - T^*(r, l)| \rightarrow \min. \quad (6)$$

$$I_3 = \int_0^{t^0} P(t) dt \rightarrow \min, \quad (7)$$

$P(t) -$

$$u_{onm}(t) \quad T(r, l, t) \quad (1)-(2) \\ T^*(r, l) \quad \varepsilon, -$$

(3),

(5)-(7)

(4).

$$T(r, l, 0) = T_0(r, l) \equiv T_0 = const, \quad r \in [0, R];$$

$l \in [0, L]$.

(5)-(7)

Задача оптимального по быстрдействию управления

$$u_{onm}(t), \quad (4),$$

$$T^*(r, l), \quad \varepsilon, \quad (3),$$

(1)-(2).

[3-5],

$$u_{onm}(t), t \in [0, t^0]$$

$t,$

$$(4), \quad u_{\max} \quad u_{\min} \equiv 0,$$

$$u_{onm}(t) = \frac{u_{\max}}{2} [1 + (-1)^{S+1}], \quad t_{S-1} < t < t_S, \quad s = \overline{1, N}. \quad (8)$$

$N \geq 1$

ε

N

$\varepsilon,$

$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_N$

$$\Delta = (\Delta_i), i = \overline{1, N},$$

$$u_{onm}(t),$$

$$u_{onm}(t) = \frac{u_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \quad \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < t < \sum_{i=1}^j \Delta_i, \quad j = \overline{1, N}. \quad (9)$$

(9)

$$t = t^0$$

$$\Delta_i, i = 1, 2, \dots, N, \quad T(r, l, t^0)$$

$r, l \in \Delta.$

$$T(r, l, \Delta)$$

(3)

$$\Phi(\Delta) = \max_{r \in [0; R]; l \in [0; L]} |T(r, l, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (10)$$

$\Delta_i, i = \overline{1, N},$

(10)

$\Delta_i.$

$$I(\Delta) = \sum_{i=1}^N \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}. \quad (11)$$

()

(11) N

Δ_i

(10),

(1)-(2).

(10)-(11)

Задача на максимум точности нагрева

(3).

$$u_{onm}(t), \quad (4),$$

(6),

t^0

(1)-

(2).

[1, 2],

(9),

$$I(\Delta) = \max_{\substack{r \in [0; R] \\ l \in [0; L]}} |T(r, l, \Delta) - T^*| \rightarrow \min_{\Delta}; \Phi(\Delta) = \sum_{i=1}^N \Delta_i = \tilde{t}^0 \quad (12)$$

$I(\Delta)$

$\Phi(\Delta),$

(10)-(11) [1-2].

Задача на минимум расхода энергии

(7)

$$u_{onm}(t), \quad (4),$$

$$T^*(r,l) \quad \varepsilon, \quad (3), \quad (1)-(2).$$

[1, 2] (« »)

$$\varepsilon \quad [6], \quad u_{onm}(t), \quad (9)$$

$$\Delta_i, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad N$$

$$(9) \quad (7) \quad (11) \quad [1-2].$$

(10)

$$I_3(\Delta) = \sum_{i=1,3,5,\dots,N_1}^{N_1} \Delta_i \rightarrow \min; \quad \Phi(\Delta) = \max_{l \in [0;R]; y \in [0;L]} |T(l, y, \Delta) - T^*(r, l)| \leq \varepsilon. \quad (13)$$

$$T(r, l, \Delta) \quad l, r \quad \Delta \quad (10)-(11), (12), (13)$$

$T(r, l, \Delta)$

$$(10)-(11), (12), (13)$$

[1-2].

$$\Delta_i,$$

Δ

(5)-(7).

(4),
()

(12).

[1, 2].

2. Параметрическая оптимизация алгоритмов управления с помощью альтернансного метода

(10)-(11), (12), (13),

1

(5)-(7)

[1, 2].

[1, 2, 7-12].

N -

$\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0$

(10)-(11), (12), (13).

Δ^0

Δ

$T(r, l, \Delta^0)$

[1-2].

$T(r, l, \Delta^0)$

$T(r, l, \Delta)$

$\Delta \neq \Delta^0$

$T(r, l, \Delta^0)$

$K \quad x_j^0 = \{r_j^0, l_j^0\}$

ε

$T(r, l, \Delta^0)$

T^*

N

$$0 \leq r_1^0 < r_2^0 < \dots < r_R^0 \leq R; \quad 0 \leq l_1^0 < l_2^0 < \dots < l_L^0 \leq L, \quad (9)$$

$$|T(r_j^0, l_j^0, \Delta^0) - T^*| = \varepsilon, \quad j = 1, 2, \dots, K; \quad \Delta^0 = (\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_N^0);$$

$$\frac{\partial T(r_i^0, l_i^0, \Delta^0)}{\partial l} = \frac{\partial T(r_i^0, l_i^0, \Delta^0)}{\partial r} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, K_1 < K; \quad (r_i^0, l_i^0) \in \{r_j^0, l_j^0\} \quad (14)$$

$$K = \begin{cases} N, & \varepsilon_{\min}^{(N)} < \varepsilon < \varepsilon_{\min}^{(N-1)}; \\ N+1, & \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(N)}. \end{cases}$$

$$\varepsilon_{\min}^{(1)} > \varepsilon_{\min}^{(2)} > \dots > \varepsilon_{\min}^{(N)} > \varepsilon_{\min}^{(N+1)} > \dots > \varepsilon_{\min}^{(N^*)} = \varepsilon_{\inf} \geq 0, \quad (15)$$

$$\varepsilon_{\inf} - \quad (9)$$

$$N = S \quad \varepsilon: \varepsilon_{\min}^{(S)} \leq \varepsilon = \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(S-1)}. \quad (16)$$

$$x_j^0 = \{r_j^0, l_j^0\} \quad T_k^* \quad x_j^0 \quad (14)$$

$$\{r_j^0, l_j^0\}$$

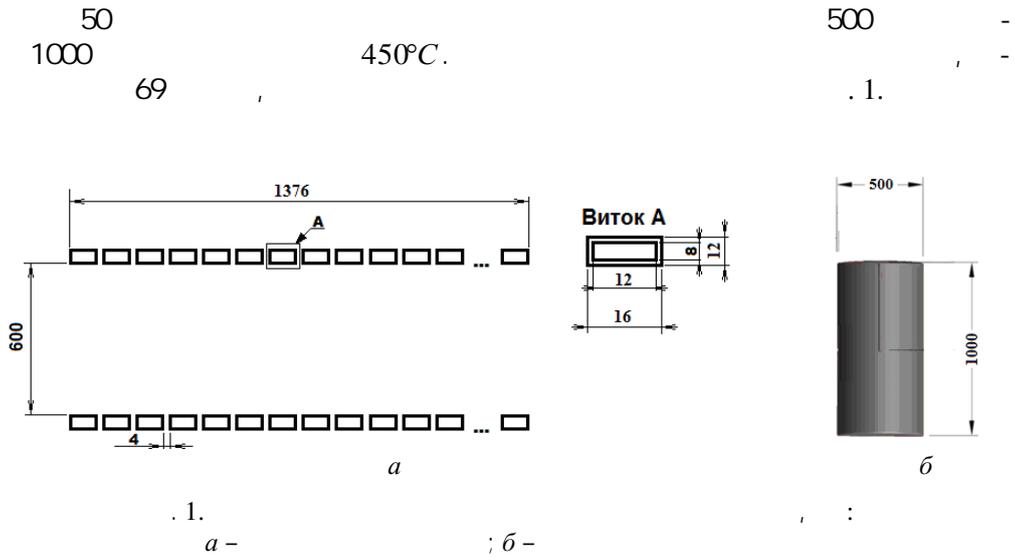
$$(14) \quad T(r, l, \Delta^0) \quad T^*$$

$$x_j^0$$

[1-2, 6, 12].

$$(14), \quad \Delta^0 \quad T(r, l, \Delta^0) \quad \varepsilon$$

3. Результаты решения задач параметрической оптимизации на базе численной двумерной FLUX модели



FLUX (Cedrat),
[13-14].

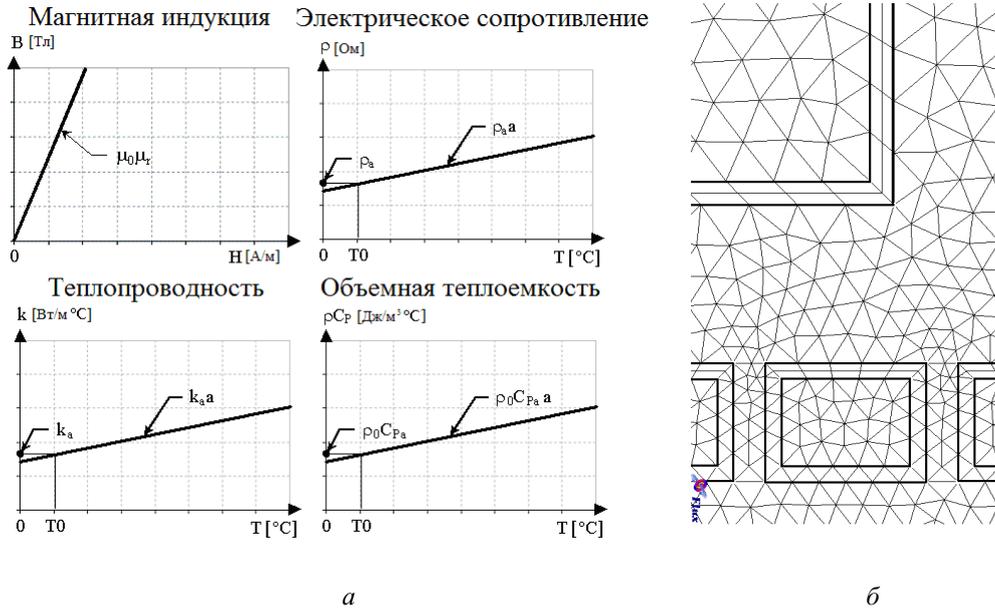
2а. - 20. 2б. - 0,3
« »
1.
 $u(t)$
 $u_{\min} = 0 \quad u_{\max} = 470B$

Решение задач оптимального по быстрдействию и точности нагрева управления

$$(12)$$

ε ,

(5) (6).



. 2.

(a)

б

«

» (б)

$$\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$$

[1-2, 6, 12]

: $\varepsilon_{\min}^{(1)}$, $\varepsilon_{\min}^{(2)}$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}$$

(14)

$$u_{onm}(t)$$

$$\Delta_1^0$$

$$u_{\max}$$

$$\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon = \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

$$u_{onm}(t)$$

$$u_{\max}$$

$$\Delta_2^0$$

$$(17) - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}, (18) - \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)} (19) - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

$$\begin{cases} T(0, l_1^0, \Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)}; T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0)}{\partial r} = \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0)}{\partial l} = 0; l_1^0 = 0; \end{cases}$$

(17)

$$\begin{cases} T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_0; T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_0; \\ \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial r} = \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; l_1^0 = 0; \end{cases}$$

(18)

$$\begin{cases} T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; & T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(R, l_3^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; & \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial r} = \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; & l_3^0 = l_1^0 = 0. \end{cases} \quad (19)$$

. 3, a-e [1-2, 6, 12].

(17)-(19),

$T(r, l, \Delta)$ r, l, Δ

FLUX

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}, \quad \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)} \quad \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon = \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)},$$

$$\Delta_1^0 \quad \Delta_2^0$$

$E_{\text{унд}}$

(17)-(19)

FLUX

Результаты решения модельных ЗОУ

	$\varepsilon, ^\circ\text{C}$	$\Delta_1^0, \text{сек}$	$\Delta_2^0, \text{сек}$	$E_{\text{унд}}, \text{МДж}$	$\varepsilon, ^\circ\text{C}$	$\Delta_1^0, \text{сек}$	$\Delta_2^0, \text{сек}$	$E_{\text{унд}}, \text{МДж}$
$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}$	85	1552	-	228,8	85	1430	179	207,9
$\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon < \varepsilon_{\min}^{(1)}$	50,8	1640	45	243,4	39,1	1610	164	238,29
$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$	25,4	1665	158	247,67	25,4	1665	158	247,67

Решение задачи оптимального по расходу энергии управления

$$: \varepsilon_{\min}^{(1)}, \varepsilon_{\min}^{(2)} \quad \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon = \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}.$$

$u_{\text{онм}}(t)$

$$(20) - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}, \quad (21) - \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon = \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)} \quad (22) -$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}.$$

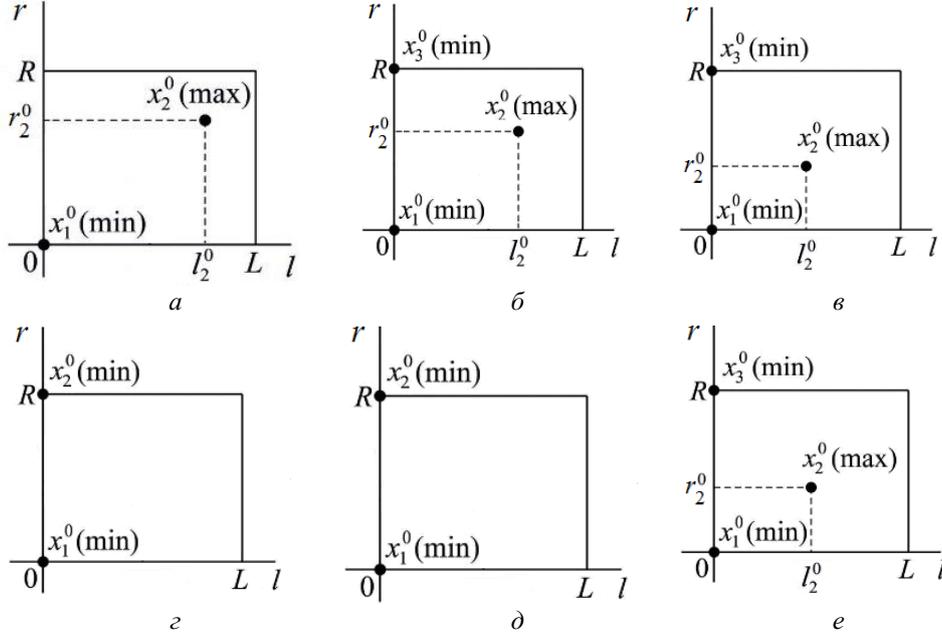
. 3, z-e [15].

$$T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)}; T(R, 0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(1)}; l_1^0 = 0; \quad (20)$$

$$T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_0; T(R, 0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_0; l_1^0 = 0; \quad (21)$$

$$T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(2)}; \quad (22)$$

$$T(R, l_3^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial r} = \frac{\partial T(r_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; l_3^0 = l_1^0 = 0.$$



. 3.

a-b-

$$a - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}; \bar{\theta} - \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}; \theta - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)};$$

z-e-

$$a - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}; \bar{\theta} - \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon = \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}; \theta - \varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

FLUX-

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}, \quad . 4,$$

. 5-6

$$\varepsilon_{\min}^{(2)} \quad \varepsilon_{\min}^{(1)}$$

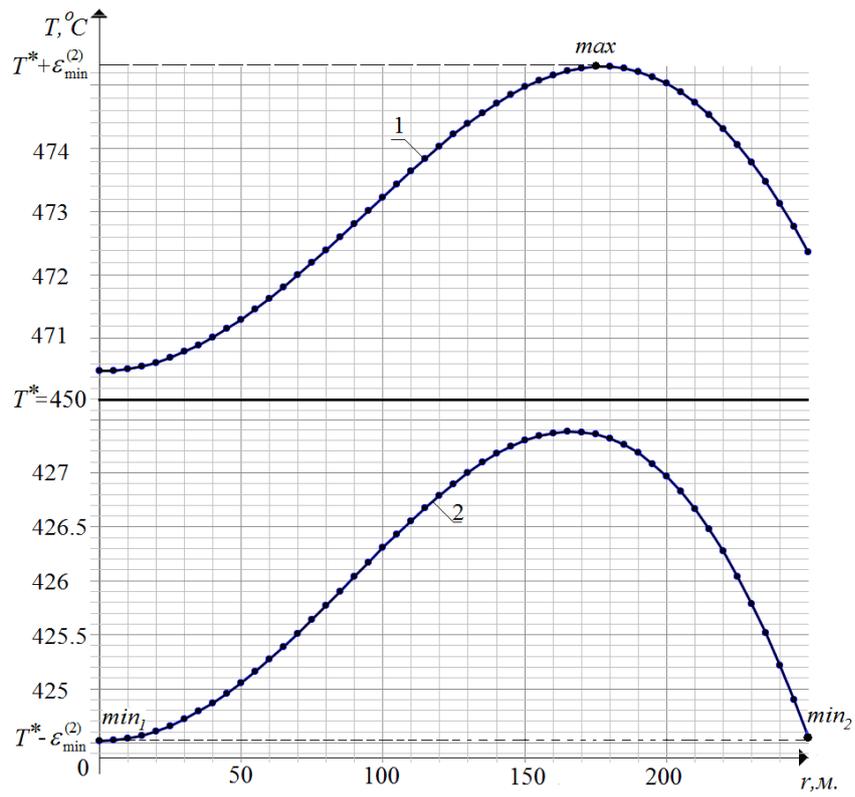
ε_0

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

(5)-(7).

(. 5, 6)



. 4.

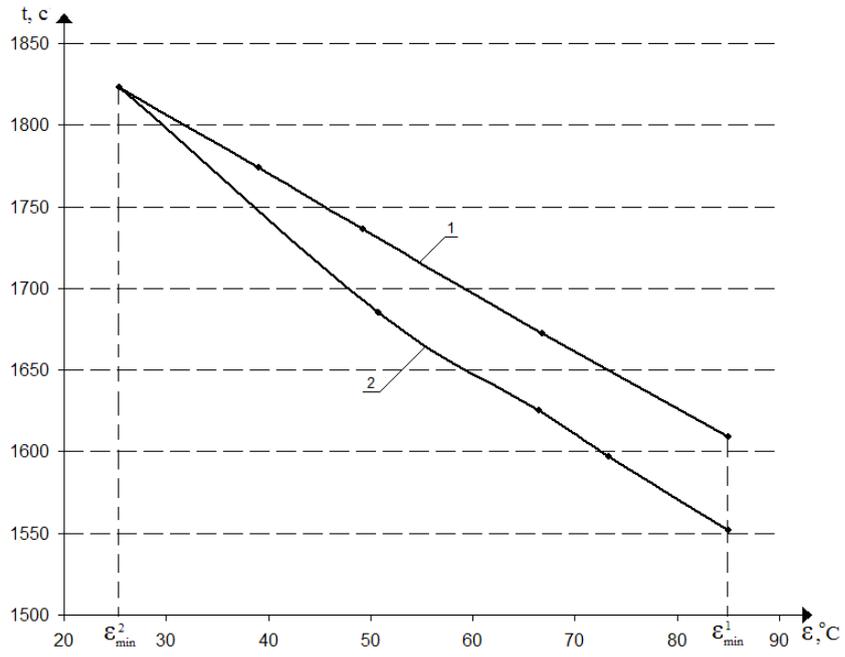
$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

1 -
2 -

. 7

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

Заклучение

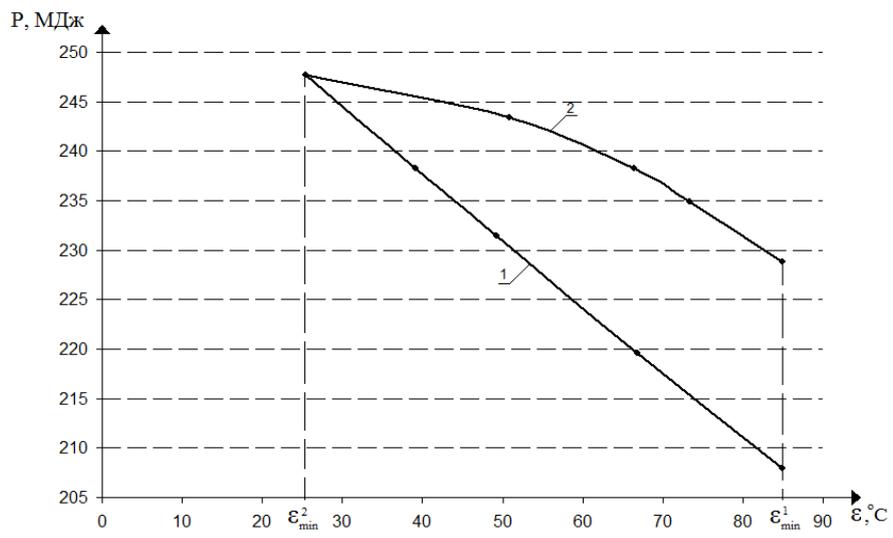


. 5.

$$\varepsilon_{\min}^{(2)} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\min}^{(1)}$$

1 -

; 2 -

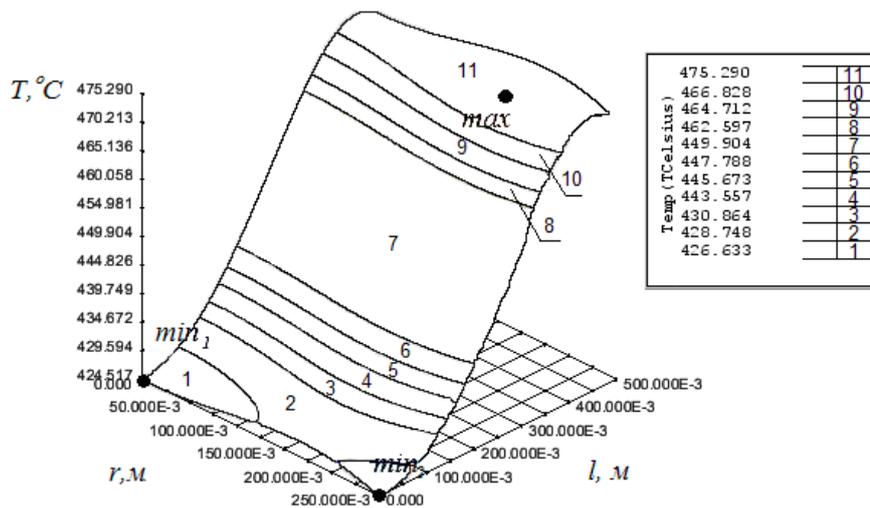


. 6.

$$\varepsilon_{\min}^{(2)} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{\min}^{(1)}$$

1 -

; 2 -



7.

$$\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(2)}$$

1. *Rapoport E.Ya., Pleshivtseva Yu.E.* Optimal Control of Induction Heating Processes. – London, N.Y.: CRC Press, Taylor & Francis Group. Boca Raton, 2007. – 349 .
2. *Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э.* . – : ., 2012. – 309 .
3. *Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э.* // . – 2012. – .48 – 5. – .3-13.
4. *Rapoport E.Ya., Pleshivtseva Yu.E.* Optimal Control of Nonlinear Objects of Engineering Thermophysics // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – Vol. 48. – No 5. – .429-437.
5. *Рапопорт Э.Я.* // ., 1996. – .81-91.
6. *Шаранова О.Ю.* . – : ., 2011. – 22 .
7. *Плешивцева Ю.Э., Рапопорт Э.Я.* // . – 2009. – 3. – .22-33.
8. *Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э.* // . – 2009. – .45. – 5. – .103-112.
9. *Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э.* // . – 2011. – 6 (119). – .180-192.
10. *Pleshivtseva Yu.E., Rapoport E.Ya.* The Successive Parametrization Method of Control Actions in Boundary Value Optimal Control Problems for Distributed Parameter Systems // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2009. – Vol. 48. – No 3. – pp. 351-362.
11. *Rapoport E.Ya., Pleshivtseva Yu.E.* Algorithmically Precise Method of Parametric Optimization in Boundary-Value Optimal Control Problems for Distributed Parameter Systems // Optoelectronics,

- Instrumentation and Data Processing. – 2009. – Vol. 45. – No 5. – . 464-471.
12. III / « », 2013. – 278 .
13. Пleshivtseva Ю.Э., Шаранова О.Ю. // « », 2011. – 4 (32). – . 172-180.
14. Шаранова О.Ю. FLUX // « », 2011. – 7 (28). – С. 180-185.
15. Cedrat Flux []: Flux. URL: www.cedrat.com/en/software/flux.html (17.04.2014).

Статья поступила в редакцию 5 марта 2014 г.

TWO-DIMENSIONAL PROBLEM OF OPTIMAL WITH RESPECT TO TYPICAL QUALITY CRITERIA CONTROL OF THROUGH INDUCTION HEATING PROCESSES

Yu.E. Pleshivtseva, A.V. Popov, A.I. Dyakonov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

A process of induction heating of metal billets before hot forming is considered as an object to be optimized. Optimal with respect to typical optimization criteria control problems are formulated and solved under conditions of Chebyshev's estimations of final temperature states. Three typical optimization problems are considered: time-optimal control problem, problem of maximum heating accuracy and minimum energy consumption problem. Parametric optimization of control algorithms is based on the developed at SamSTU alternance method of optimization of distributed parameters systems. Computational results for optimal heating of aluminum cylindrical billets are shown as examples of formulated problems solutions. Two-dimensional numerical model of interrelated electromagnetic and temperature fields has been developed in Cedrat FLUX software and integrated in optimization procedure.

Keywords: *induction heating, optimal control, time-optima; problem, heating accuracy, minimum of energy consumption, alternance method, numerical model, interrelated electromagnetic and temperature fields, Cedrat FLUX.*

*Yu. E. Pleshivtseva (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Anton V. Popov, Graduate student.
Artem I. Dyakonov, Graduate student.*