

Добыча, транспорт и переработка нефти и газа

УДК 681.5

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ТРУБОПРОВОДНОГО ТРАНСПОРТА НЕФТИ МЕТОДОМ ФУНКЦИЙ ГРИНА

А.А. Афиногентов, Ю.А. Тычинина, А.В. Попов

Самарский государственный технический университет
Россия, 443110, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244
E-mail: julok@pisem.net

Магистральный нефтепровод рассматривается в качестве объекта управления с распределенными параметрами (ОРП). Зависимость от времени и координаты скорости потока в трубопроводе рассматривается в качестве управляемой величины ОРП. Краевая задача математического моделирования процесса трубопроводного транспорта нефти представлена в виде линейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка, правая часть которого содержит разрывные функции, описывающие программы включения насосных агрегатов нефтеперекачивающих станций. Указанные функции выступают в роли внутренних сосредоточенных управлений ОРП. Линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка представлено в виде бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, для интегрирования которых применен метод функций Грина.

Ключевые слова: математическое моделирование, объект с распределенными параметрами, краевая задача, трубопроводный транспорт нефти и нефтепродуктов.

Введение

Системы трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов стали одним из значимых элементов промышленного комплекса современной России. Магистральные трубопроводы (МТП) имеют значительную протяженность и являются одним из дешевых и эффективных способов транспортировки нефти и нефтепродуктов на большие расстояния.

В конкурентных условиях развития производства возникает задача повышения комплексной технико-экономической эффективности систем МТП, которая может быть сформулирована как задача достижения предельных показателей работы магистральных трубопроводов в условиях, обеспечивающих гибкость процесса транспортировки. Получение качественных результатов при решении поставленной задачи возможно путем оптимизации технологических режимов работы магистральных трубопроводов.

Александр Александрович Афиногентов (к.т.н.), ассистент кафедры «Трубопроводный транспорт».

Юлия Александровна Тычинина (к.т.н.), доцент кафедры «Автоматика и управление в теплоэнергетике».

Антон Валерьевич Попов, магистрант.

Постановка и решение задачи оптимального управления (ЗОУ) технологическим режимом работы МТП может основываться на методах теории управления системами с распределенными параметрами (СРП), такой подход предложен в работе [1].

Применение методов теории управления СРП обуславливает необходимость разработки проблемно-ориентированных математических моделей трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. В работе [2] в рамках указанного подхода сформулирована краевая задача математического моделирования процесса трубопроводного транспорта жидких углеводородов как объекта управления с распределенными параметрами (ОРП).

Взаимосвязь основных параметров (давление P и средняя скорость потока ω) процесса транспортировки нефти по МТП в [2] представлена системой двух пространственно-одномерных нелинейных неоднородных уравнений, описывающих движение капельной слабосжимаемой жидкости в трубах с учетом гидравлического сопротивления. В правые части системы уравнений, рассматриваемой в работе [2], входят функции распределения источников давления по длине трубопровода и функция распределения источников жидкости по длине трубопровода, которые можно рассматривать в качестве внутренних управляющих сосредоточенных воздействий.

Решение задач математического моделирования возможно как с применением численных методов и специального программного обеспечения (такой подход в частности использован в работе [2]), так и с применением аналитических методов.

В работе [3] краевая задача математического моделирования процесса транспорта нефти по МТП решена с использованием классического метода разделения переменных (метода Фурье). При этом система двух *нелинейных* дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка, рассматриваемая в работе [2], была сведена к одному *линейному* дифференциальному уравнению в частных производных второго порядка, что обусловлено применением аналитических методов.

Полученное в работе [3] решение краевой задачи математического моделирования процесса трубопроводного транспорта нефти описывает в аналитическом виде зависимости от времени и координаты управляемых величин ОРП при условии наличия гладких, как минимум дважды дифференцируемых функций управления в правой части уравнения состояния ОРП.

При наличии разрывных функций в правой части уравнения состояния ОРП, получаемых при решении задач оптимального управления на основе принципа максимума Понтрягина, для интегрирования уравнений необходимо применение аппарата *обобщенных функций*, в частности метода функций *Грина*, – такой подход использован в настоящей работе.

Краевая задача математического моделирования процесса трубопроводного транспорта нефти, представленная в работе [3], включает в себя *линейное* дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, которое имеет вид

$$\frac{\partial^2 \omega(x,t)}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 \omega(x,t)}{\partial x^2} + 2\bar{v} \frac{\partial \omega(x,t)}{\partial t} = \frac{u_p^*(x,t)}{\rho}, \quad (1)$$

где c – скорость распространения волн в жидкости;
 $\bar{v}$ – коэффициент линеаризации, описан в [1–3];

$u_p^*(x, t)$ определяется как

$$u_p^*(x, t) = \sum_{k=1}^K \frac{du_{pk}(t)}{dt} \delta(x - x_{pk}). \quad (2)$$

Уравнение состояния (1) описывает поведение управляемой величины (средней скорости потока нефти ω) ОРП при наличии только внутренних источников давления $u_{pk}(t)$, приложенных в точках расположения нефтеперекачивающих станций (НПС) $x_{pk} \in [0, L]$, $k = \overline{1, K}$, выступающих в роли внутренних сосредоточенных управлений, где $\delta(x - x_{pk})$ – функция Дирака, K – число работающих НПС [1, 2].

Уравнение состояния (1), дополненное начальными граничными условиями, составляет краевую задачу математического моделирования процесса транспорта нефти по магистральному трубопроводу.

В линейной постановке ω однозначно определяет движение нефтепродукта плотностью ρ по трубопроводу постоянного диаметра D длиной L в любой точке x , $x \in [0, L]$, по направлению движения потока и в любой момент времени t , $t \geq 0$.

Граничные условия, обуславливающие неизменное значение давлений в начальной и конечной точках трубопровода с координатами $x = 0$ и $x = L$, принимают вид

$$\frac{\partial \omega(0, t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \omega(L, t)}{\partial x} = 0, \quad (3)$$

а начальные условия записываются в виде

$$\omega(x, t_0) = \omega_0, \quad \frac{\partial \omega(x, t_0)}{\partial t} = 0, \quad t_0 = 0, \quad x \in [0, L], \quad (4)$$

характеризующем стационарное состояние гидродинамической системы в начальный момент времени.

Решение краевой задачи (1) нужно искать в виде

$$\omega(x, t) = w_0(x, t) + w(x, t), \quad (5)$$

где $w_0(x, t)$ – решение однородной задачи при заданных (в общем неоднородных) начальных условиях;

$w(x, t)$ – решение неоднородной задачи при однородных начальных условиях.

Линейное дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка из левой части уравнения (1) допускает разделение переменных и может быть представлено в виде бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка путем разложения по собственным функциям $\phi_n(\mu_n)$, являющимися решением соответствующей задачи Штурма – Лиувилля с однородными граничными условиями, с точностью до постоянных множителей μ_n . Согласно результатам, полученным в работе [3],

$$\phi_n(\mu_n, x) = \cos\left(\frac{\mu_n}{c} x\right), \quad \mu_n = \frac{\pi n c}{L}, \quad n = 1, 2, \dots \infty. \quad (6)$$

Функция (2) в правой части уравнения (1) может быть представлена в виде разложения в ряд Фурье по косинусам [3]:

$$\frac{u_p^*(x, t)}{\rho} = f(t)\phi(x) = \frac{f_0(t)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right), \quad (7)$$

где коэффициенты разложения $f_n(t)$ будут определяться согласно известным свойствам δ -функции в виде

$$f_0(t) = \frac{2}{\rho L} \sum_{k=1}^K \frac{du_{pk}(t)}{dt}, \quad n=0, \quad f_n(t) = \frac{2}{\rho L} \sum_{k=1}^K \frac{du_{pk}(t)}{dt} \cos\left(\frac{\pi n x_{pk}}{L}\right). \quad (8)$$

Приравнивая правые и левые части при соответствующих значениях n , получим эквивалентное представление уравнения (1) в виде бесконечномерной системы уравнений вида

$$\frac{d^2 T_n(t)}{dt^2} + 2\bar{\nu} \frac{dT_n(t)}{dt} + \mu_n^2 T_n(t) = f_n(t), \quad n = 1, 2, \dots, \infty. \quad (9)$$

Общий вид решения для однородных дифференциальных уравнений в левой части (9) получен в работе [3] в форме

$$\begin{aligned} T_0(t) &= C_{01} e^{2\alpha t} + C_{02}, \quad n=0, \\ T_n(t) &= C_{3n} e^{(\alpha+\beta_n)t} + C_{4n} e^{(\alpha-\beta_n)t}, \quad 0 < n < N^*, \\ T_n(t) &= e^{\alpha t} (C_{5n} \cos(\beta_n^* t) + C_{6n} \sin(\beta_n^* t)), \quad n > N^*, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\alpha = -\bar{\nu}, \quad \beta_n = \sqrt{\bar{\nu}^2 - \left(\frac{\pi n c}{L}\right)^2}, \quad \beta_n^* = \sqrt{\left(\frac{\pi n c}{L}\right)^2 - \bar{\nu}^2}, \quad N^* = \left\lfloor \frac{L\bar{\nu}}{\pi c} \right\rfloor. \quad (11)$$

Согласно полученным в работе [3] результатам, при отсутствии внутренних управлений ($u_p^*(x, t) \equiv 0$) и однородных ГУ второго рода (3) в системе бесконечно долго сохраняется начальное стационарное состояние, и решение *однородной* краевой $w_0(x, t)$ задачи для (5) имеет вид

$$w_0(x, t) = \omega_0. \quad (12)$$

Далее положим в (8):

$$\frac{du_{pk}(t)}{dt} = \begin{cases} u_{pk}^{\max} = \text{const}, & t \in [0, \tau_{pk}), \\ u_{pk}^{\min} = \text{const}, & t \in [\tau_{pk}, \infty). \end{cases} \quad (13)$$

В таком виде $u_{pk}(t)$ – кусочно-непрерывная функция, принимающая свои максимальные либо минимальные (ограниченные) значения. Функция (13) не является гладкой, а ее производная в точке $t = \tau_{pk}$ неограниченно возрастает. В такой ситуации для интегрирования уравнений (9) необходимо применение аппарата обобщенных функций.

Применение метода функций Грина для решения краевой задачи математического моделирования процесса транспорта нефти по МТП

Рассмотрим подробно возможность решения поставленной выше краевой задачи с управлением вида (13), приводящим к разрывным правым частям в (9). Для получения аналитического интеграла в (9) с правой частью (13) воспользуемся методом функций Грина.

Запишем (13) в следующем виде:

$$\frac{du_{pk}(t)}{dt} = g_{pk}(t, \tau_{pk}) = u_{pk}^{\min} + u_{pk}^{\max} h(t - \tau_{pk}), \quad t \in [0, \infty), \quad (14)$$

где $h(t - \tau_{pk})$ – функция Хевисайда, имеющая единичный скачок в точке $t = \tau_{pk}$ (функция Хевисайда является обобщенной функцией).

Ввиду линейности (9) ограничимся в (13) единственным членом суммы, в качестве которого выступает программа изменения давления на произвольной k -й НПС ($K = 1$), тогда (9) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T_n(t)}{dt^2} + 2\bar{\nu} \frac{dT_n(t)}{dt} + \mu_n^2 T_n(t) &= U_n^{pk} \left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} + h(t - \tau_{pk}) \right), \\ U_n^{pk} &= \frac{2u_{pk}^{\max}}{\rho L} \cos\left(\frac{\pi n x_{pk}}{L}\right), \quad U_0^{pk} = \frac{u_{pk}^{\max}}{\rho L}. \end{aligned} \quad (15)$$

Введем функцию $G_n(t, \tau)$ такую, что

$$\frac{d^2 G_n(t, \varphi)}{dt^2} + 2\bar{\nu} \frac{dG_n(t, \varphi)}{dt} + \mu_n^2 G_n(t, \varphi) = \delta(t - \varphi). \quad (16)$$

Начальные условия для (16) примут вид

$$G(0, \varphi) = 0. \quad (17)$$

$G_n(t, \varphi)$ – функция Грина краевой задачи (15, 16, 17), удовлетворяющая следующим требованиям:

– $G_n(t, \varphi)$ непрерывна в квадрате $\{(t, \varphi) \in R^2 \mid t \in [t_1, t_2], \varphi \in [t_1, t_2]\}$:

$$G_n(\varphi_{+0}, \varphi) = G_n(\varphi_{-0}, \varphi); \quad (18)$$

– $G_n(t, \varphi)$ при любом фиксированном $\varphi \in [t_1, t_2]$ в промежутках (t_1, φ) и (φ, t_2) удовлетворяет однородному уравнению для (16);

– $G_n(t, \varphi)$ удовлетворяет граничным условиям при любом $\varphi \in [t_1, t_2]$;

– производная $\frac{dG_n(t, \varphi)}{dt}$ при любом $\varphi \in [t_1, t_2]$ имеет разрыв первого рода в точке $t = \varphi$ с величиной скачка предельных значений, равной единице:

$$\frac{G_n(\varphi_{+0}, \varphi)}{dt} - \frac{G_n(\varphi_{-0}, \varphi)}{dt} = 1. \quad (19)$$

Тогда функция $G_n(t, \varphi)$ является фундаментальным решением неоднородной задачи (15), а общее решение неоднородной задачи (15) с правой частью в виде обобщенной функции $\chi(t) = \left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} + h(t - \tau_{pk}) \right)$ будет иметь вид свертки:

$$T_n(t) = U_n^{pk} (\chi \times G_n)(t) = U_n^{pk} \int_0^t \chi(\tau) G_n(t - \tau) d\tau. \quad (20)$$

Построим теперь функцию Грина:

$$G_n^*(t, \varphi) = \begin{cases} a_1(\varphi) y_1(t), & t \leq \varphi, \\ a_2(\varphi) y_2(t), & t \geq \varphi, \end{cases} \quad (21)$$

где $y_{1,2}(t)$ – решение однородного уравнения для (16) слева и справа от $t = \varphi$ соответственно, т. е. удовлетворяющее начальным условиям (17), тогда при $n > N^*$ в (10) получим

$$\begin{cases} y_{1n}(t) = e^{\alpha t} \sin(\beta_n^* t), & C_{5n} = 0, C_{6n} = 1, \\ y_{2n}(t) = e^{\alpha t} \sin(\beta_n^* t), & C_{5n} = 0, C_{6n} = 1, \end{cases} \quad (22)$$

коэффициенты $a_{1,2}(\tau)$ найдем, решив систему уравнений вида (18):

$$\begin{cases} a_{2n}(\varphi) y_{2n}(\varphi) - a_{1n}(\varphi) y_{1n}(\varphi) = 0, \\ a_{2n}(\varphi) y_{2n}'(\varphi) - a_{1n}(\tau) y_{1n}'(\varphi) = 1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{1n}(\varphi) = 0, \\ a_{2n}(\varphi) = \frac{1}{\beta_n^*}. \end{cases} \quad (23)$$

С учетом того, что для краевой задачи с постоянными коэффициентами в (16) всегда можно положить $\varphi = 0$, а коэффициенты a_{1n}, a_{2n} независимы от φ , окончательно получим:

$$G_n^*(t, \varphi) \equiv G_n^*(t, 0) = G_n^*(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \frac{1}{\beta_n^*} e^{\alpha t} \sin(\beta_n^* t), & t \geq 0. \end{cases} \quad (24)$$

Аналогично для случаев $n = 0$ и $0 < n \leq N^*$ получим:

$$G_0(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \frac{e^{2\alpha t} - 1}{2\alpha}, & t \geq 0, \end{cases} \text{ и } G_n(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0, \\ \frac{1}{\beta_n} e^{\alpha t} sh(\beta_n t), & t \geq 0. \end{cases} \quad (25)$$

Тогда с учетом свойств свертки получим:

$$\begin{aligned} T_n(t) &= U_n^{pk} \left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} \int_0^{\tau_{pk}} G_n(t - \tau) d\tau + \left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} + 1 \right) \int_{\tau_{pk}}^t G_n(t - \tau) d\tau \right) = \\ &= U_n^{pk} \left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} F_n(t - \tau) \Big|_{\tau=0}^{\tau=\tau_{pk}} + \left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} + 1 \right) F_n(t - \tau) \Big|_{\tau=\tau_{pk}}^{\tau=t} \right) = \\ &= U_n^{pk} \left(\left(\frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} + 1 \right) F_n(t - \tau) \Big|_{\tau=t} - \frac{u_{pk}^{\min}}{u_{pk}^{\max}} F_n(t - \tau) \Big|_{\tau=0} - F_n(t - \tau) \Big|_{\tau=\tau_{pk}} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$F_n(t-\tau) = \begin{cases} -\frac{e^{2\alpha(t-\tau)} + 2\alpha\tau}{4\alpha^2}, & n=0, \\ -\frac{e^{\alpha(t-\tau)}(\alpha sh(\beta_n(t-\tau)) - \beta_n ch(\beta_n(t-\tau)))}{\beta_n(\alpha^2 - \beta_n^2)}, & 0 < n \leq N^*, \\ -\frac{e^{\alpha(t-\tau)}(\alpha \sin(\beta_n^*(t-\tau)) - \beta_n^* \cos(\beta_n^*(t-\tau)))}{\beta_n^*(\alpha^2 + \beta_n^{*2})}, & n > N^*. \end{cases} \quad (27)$$

Подставляя (27) в (26) и суммируя все частные решения по n , получим для характерного случая $u_{pk}^{\min} = 0$:

$$\begin{aligned} \omega(x, t) = & \omega_0 + \frac{U_0^p}{4\alpha^2} \left(e^{2\alpha(t-\tau_p)} + 2\alpha\tau_p - 1 - 2\alpha t \right) + \\ & + \sum_{n=1}^{N^*} \frac{U_n^p \cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)}{(\alpha^2 - \beta_n^2)} \left(1 + \frac{e^{\alpha(t-\tau_p)}(\alpha sh(\beta_n(t-\tau_p)) - \beta_n ch(\beta_n(t-\tau_p)))}{\beta_n} \right) + \\ & + \sum_{n=N^*+1}^{\infty} \frac{U_n^p \cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)}{(\alpha^2 + \beta_n^{*2})} \left(1 + \frac{e^{\alpha(t-\tau_p)}(\alpha \sin(\beta_n^*(t-\tau_p)) - \beta_n^* \cos(\beta_n^*(t-\tau_p)))}{\beta_n^*} \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Примеры моделирования программ включения насосных агрегатов НПС

На рис. 1 приведен пример расчета распределения скорости потока нефти в трубопроводе протяженностью $L=450$ км и диаметром $D=1200$ мм при включении насосного агрегата НПС-2, расположенной в точке трубопровода с координатой $x_{p2}=0,2L$. Программа пуска представлена на рис. 2 при $\tau_{p2}^{(2)} < t < \tau_{p2}^{(3)}$. Скорость роста давления на выходе НПС-2 $u_{p2}^{\max} = 2 \cdot 10^5$ Па/с, длительность запуска насосного агрегата $\Delta = 10$ с. Для расчетов учитывались первые сто членов ряда в (28) при $N^*=2$.

Окончательно уравнение для расчета распределения скорости движения нефти по длине трубопровода в произвольный момент времени согласно программе работы насосного агрегата, приведенной на рис. 2, будет иметь вид

$$\begin{aligned} \omega(x, t) = & \omega_0 + \frac{U_0^{p2}}{4 \cdot \alpha^2} \left(e^{2\alpha t} \sum_{j=1}^M \left(J_j e^{-2\alpha\tau_{p2}^{(j)}} \right) + 2\alpha \sum_{j=1}^M \left(J_j \tau_{p2}^{(j)} \right) \right) + \\ & + \sum_{n=1}^{N^*} \frac{U_n^{p2} \cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)}{(\alpha^2 - \beta_n^2)} \left(\frac{\sum_{j=1}^M \left(J_j e^{\alpha(t-\tau_{p2}^{(j)})} (\alpha sh(\beta_n(t-\tau_{p2}^{(j)})) - \beta_n ch(\beta_n(t-\tau_{p2}^{(j)}))) \right)}{\beta_n} \right) + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{n=(N^*+1)}^{\infty} \frac{U_n^{p2} \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right)}{\left(\alpha^2 + \beta_n^{*2}\right)} \left(\frac{\sum_{j=1}^M \left(J_j e^{\alpha(t-\tau_{p2}^{(j)})} \left(\alpha \sin\left(\beta_n^* (t-\tau_{p2}^{(j)})\right) - \beta_n^* \cos\left(\beta_n^* (t-\tau_{p2}^{(j)})\right) \right) \right)}{\beta_n^*} \right),$$

$$J = \{1, -1, -1, 1\}, t \geq \tau_{p2}^{(M)}, M = 1, 2 \dots 4.$$

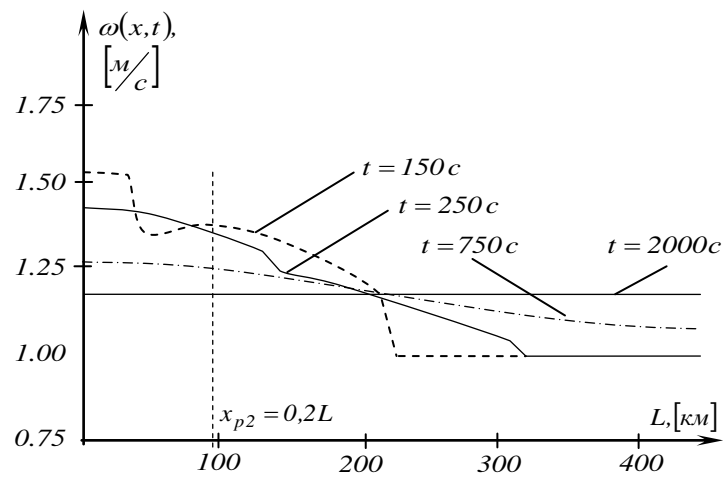
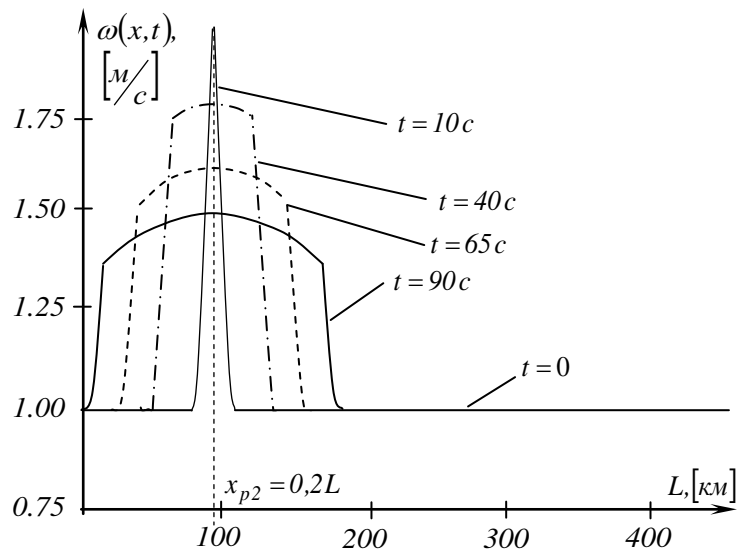


Рис. 1. Распределение скорости потока по длине трубопровода в различные моменты времени

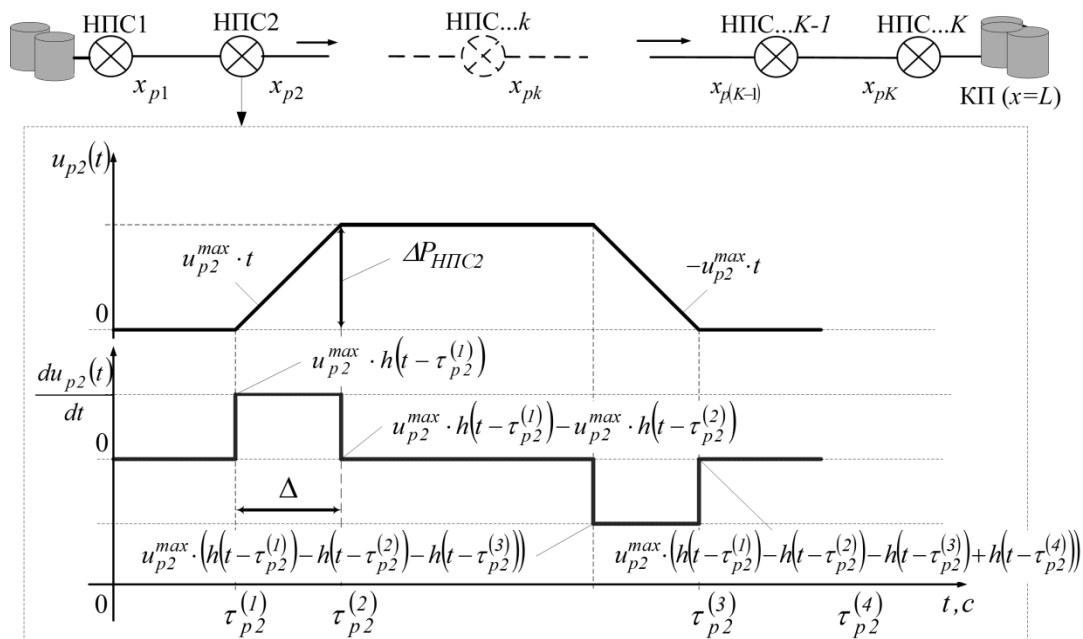


Рис. 2. Программа работы насосного агрегата НПС-1

Заключение

В работе в аналитическом виде получено решение краевой задачи математического моделирования процесса трубопроводного транспорта нефти, описываемой линейным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка, которое представлено в виде бесконечной системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Для интегрирования полученных уравнений был применен аппарат обобщенных функций, в частности метод функций Грина.

Отличительной особенностью применяемого метода решения дифференциальных уравнений является возможность получения аналитического интеграла при наличии разрывных функций в правых частях системы уравнений, выступающих в роли сосредоточенных управляющих воздействий. Зависимость от времени и координаты скорости потока в трубопроводе рассматривается в качестве управляемой величины объекта управления с распределенными параметрами (ОРП).

Представленные в работе результаты позволяют использовать рассматриваемую математическую модель при решении задач оптимизации режимов работы магистральных нефтепроводов на основе принципа максимума Понтрягина, т. к. получаемые на основе принципа максимума программы оптимального управления имеют характерную релейную (негладкую) форму.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Афиногентов А.А., Плешивецкая Ю.Э., Ефимов А.П. Оптимальное по быстродействию управление переходными режимами работы магистрального нефтепровода // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2011. – Вып. 3(31). – С. 6-13.
2. Афиногентов А.А., Плешивецкая Ю.Э., Снопков А.С. Математическое моделирование управля-

- емых гидродинамических процессов трубопроводного транспорта жидких углеводородов // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2010. – Вып. 7(28). – С. 137-144.
3. Афиногентов А.А., Тychинина Ю.А. Решение краевой задачи математического моделирования процесса трубопроводного транспорта нефти методом Фурье // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2013. – Вып. 2(38). – С. 188-196.

Статья поступила в редакцию 13 января 2014 г.

SOLUTION OF BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR MATHEMATICAL MODEL OF OPERATION OF TRUNK PIPELINES FOR PETROLEUM TRANSPORTATION BY THE METHOD OF GREEN FUNCTIONS

A.A. Afinogentov, Yu.A. Tychinina, A.V. Popov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The oil-trunk pipeline is seen as object with distributed parameters (ODP). The dependence on time and coordinates of the flow velocity in the pipeline is seen as ODP controlled value. boundary-value problems of mathematical modeling of trunk pipelines for petroleum transportation is presented in the form of the linear differential equation of the second order, the right part of which contains discontinuous functions describing involvement programs pump units at oil booster stations. These functions act as internal concentrated control functions of ODP. The linear differential equation of the second order is presented in the form of an infinite system of ordinary differential equations of second order, for integration of which applied the method of green functions.

Keywords: *mathematical simulation, object with distributed parameters, boundary problem, trunk pipelines for petroleum and petrochemical products transportation.*

*Alexander A. Afinogentov (Ph.D. (Techn.)), Assistant.
Yulia A. Tychinina (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.
Anton V. Popov, Graduate Student.*