

## Энергетика

УДК 532.517.2

### ПЕРЕМЕШИВАНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В АППАРАТЕ С ТУРБИННОЙ МЕШАЛКОЙ РАШТОНА

*Н.А. Газизуллин*

Казанский национальный исследовательский технологический университет  
Россия, 420015, г. Казань, ул. К. Маркса, 68

*Методом контрольных объемов выполнено численное моделирование ламинарного течения вязкой жидкости в аппарате с турбинной мешалкой Раштона. В ходе итерационной процедуры решения проведены расчеты формы свободной поверхности жидкости. Результаты представлены в виде линий тока вторичной циркуляции жидкости.*

**Ключевые слова:** *перемешивание жидкости, турбинная мешалка Раштона, метод контрольных объемов, свободная поверхность, циркуляция жидкости, линии тока.*

Аппараты с механическими перемешивающими устройствами широко используются в ряде отраслей промышленности при проведении различных технологических процессов [1, 2]. Перемешивание в жидких средах оказывает влияние на теплообменные и массообменные процессы, а также на результаты химических процессов. Методы расчета, применяемые для решения задач перемешивания, непосредственно связаны с использованием гидродинамических характеристик потока. Результаты гидродинамического расчета представляют собой основу для расчета таких практически важных характеристик, как время перемешивания, скорость протекания процессов переноса перемешиваемых веществ, потребляемая на перемешивание мощность и коэффициенты теплопередачи.

Широкую область применения находят турбинные мешалки, которые пригодны для перемешивания жидкостей в большом диапазоне изменения вязкостей. Их используют для образования взвесей, растворения веществ, интенсификации теплопередачи и в ряде других случаев. Турбинные мешалки снабжены лопатками и имеют четко очерченный ротор. В зависимости от способа крепления лопаток и их конфигурации существуют различные типы турбинных мешалок. Наиболее простой и в то же время эффективной является турбинная мешалка Раштона, представляющая собой мешалку с прямыми лопатками, расположенными радиально [2]. Лопатки могут быть приварены к диску или прикреплены с помощью болтов (рис. 1).

При вращательном движении жидкости в аппарате с мешалкой происходит образование центральной вихревой воронки, глубина которой постепенно увеличивается с возрастанием угловой скорости жидкости. Перемешивание при

---

*Назым Абдуллович Газизуллин (к.т.н.), доцент кафедры «Высшая математика».*

образовании воронки связано с рядом трудностей. Если глубина воронки становится сопоставимой с глубиной установки мешалки, то в жидкость могут быть погружены только концы лопастей. Это приводит к увлечению воздуха в жидкость и образованию газожидкостной смеси в области мешалки. В результате ударов, получаемых мешалкой при работе в этой среде переменной плотности, вал мешалки начинает колебаться. Возникающие динамические нагрузки отрицательно сказываются на надежности подшипников и уплотнений вала. Отрицательные явления, связанные с образованием воронки, практически исключаются, если поверхность воронки располагается выше мешалки. Поэтому расчет формы и глубины воронки представляет несомненный практический интерес.

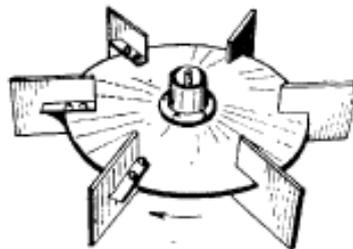


Рис. 1. Турбинная мешалка Раштона

Первые результаты исследований образования воронки в аппаратах с мешалками относятся к работам С.Я. Гзовского [3, 4]. Для определения формы и глубины воронки он впервые получил уравнение, решение которого, однако, возможно лишь на основе данных о распределении профиля окружной скорости. Позднее в работе [5] в приближенной аналитической форме были предложены зависимости распределения окружных скоростей для некоторых типов мешалок, позволившие провести расчеты глубины воронки. Следует отметить также монографию [6], автор которой приводит критериальные зависимости для расчета предельной частоты вращения вала мешалки, когда воронка достигает ступицы мешалки.

В последние годы в связи с бурным развитием вычислительной техники стало возможным численное моделирование течений в аппаратах с перемешивающими устройствами. Одной из основных проблем при этом является построение расчетных сеток. Наличие свободной границы в области течения вызывает необходимость построения подвижной адаптивной сетки, подстраивающейся на каждом итерационном шаге к форме этой границы. В этом случае на каждой итерации приходится также учитывать перемещение узлов сетки внутри области. Такой подход реализован в работах [7, 8], в которых на основе численного моделирования турбулентных течений с использованием различных моделей турбулентности представлены результаты расчетов формы свободной поверхности жидкости в аппаратах с турбинными мешалками. В настоящей работе использован альтернативный подход, основанный на преобразовании координат для отображения физической области на расчетную область с известными границами. Это позволяет проводить расчеты на фиксированной сетке, а также дает возможность использовать в расчетах равномерную сетку.

В данной работе проведено численное моделирование ламинарного течения несжимаемой вязкой жидкости в аппарате с турбинной мешалкой Раштона с

учетом образования центральной воронки.

Исходными уравнениями, описывающими течение жидкости в аппарате, являются уравнения Навье – Стокса и неразрывности [9]:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \vec{F} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{v}; \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (2)$$

Введем подвижную, связанную со вращающейся мешалкой, цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$ , в которой компоненты вектора скорости обозначим соответственно через  $u, v, w$ . Проекция объемной силы в подвижной системе координат содержит ускорение Кориолиса и центробежное ускорение, а также ускорение силы тяжести, и имеют вид

$$F_r = \rho(\omega^2 r + 2\omega v), \quad F_\varphi = -2\rho\omega u, \quad F_z = -\rho g.$$

Граничные условия на свободной поверхности включают в себя кинематическое и динамическое условия. Кинематическое условие

$$\frac{\partial h}{\partial t} = -u \frac{\partial h}{\partial r} + w, \quad (3)$$

где  $h$  – высота свободной поверхности над мешалкой, свидетельствует о том, что скорость движения свободной поверхности в направлении нормали к ней совпадает с нормальной составляющей скорости движения жидкости [10]. Динамическое условие является условием равенства сил, действующих на свободную поверхность [11]. Будем предполагать, что силы поверхностного натяжения незначительны, так как радиус кривизны поверхности жидкости в аппарате достаточно велик. Тогда динамическое условие может быть записано в виде

$$\vec{n} \cdot P = -p_0 \vec{n} \cdot I, \quad (4)$$

где  $P$  – тензор напряжений;

$I$  – единичный тензор;

$p_0$  – атмосферное давление,

а вектор нормали к свободной поверхности жидкости

$$\vec{n} = \left\{ -\frac{\partial h}{\partial r}; 0; 1 \right\}.$$

Граничные условия для составляющих скорости на твердых стенках заключаются в отсутствии относительного движения жидкости и твердой поверхности. Тогда на дне и боковой стенке аппарата

$$u = 0, \quad v = -\omega r, \quad w = 0,$$

а на поверхности вала и мешалки соответственно

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0,$$

где  $\omega$  – угловая скорость вращения вала и мешалки.

На оси вращения потока под мешалкой примем

$$u = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial r} = 0.$$

Начальные условия в задаче зададим в виде

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad p = 0.$$

Поскольку форма свободной поверхности жидкости неизвестна и должна быть найдена в результате расчетов, то перейдем от физической области течения к расчетной области с известными границами. Для этого физическую область поделим на две подобласти, нижнюю и верхнюю, горизонтальным сечением, проведенным через верхнюю поверхность мешалки. Введем безразмерные координаты и функции:

$$t^* = \pi n t, \quad r^* = \frac{r}{d}, \quad \varphi^* = \varphi, \quad z^* = \begin{cases} \frac{z}{d} & , \quad z \leq H + b \\ \frac{z - H - b}{h} & , \quad z > H + b \end{cases},$$

$$\vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{\pi n d}, \quad p^* = \frac{p - p_0}{\rho(\pi n d)^2},$$

где  $n$  – число оборотов мешалки в единицу времени;

$H$  – высота расположения мешалки над дном аппарата;

$b$  – высота лопасти мешалки, а в качестве характерной длины и характерной скорости потока выбраны соответственно диаметр мешалки  $d$  и окружная скорость (в неподвижной системе координат) конца лопасти  $\pi n d$ . Заметим, что свободной поверхности жидкости соответствует при этом значение  $z^* = 1$ .

После преобразования координат уравнение неразрывности (2) сохранит форму

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0,$$

в которой проекции вектора скорости в расчетной области определяются как

$$U = \gamma u^*, \quad V = \gamma v^*, \quad W = w^* - u^* z^* \frac{\partial \gamma}{\partial r^*},$$

где  $\gamma = 1$  для нижней подобласти и  $\gamma = h^*$  для верхней подобласти;

$h^* = h/d$ , а  $u^*$ ,  $v^*$ ,  $w^*$  – компоненты вектора скорости в безразмерной физической области, определяемой преобразованием

$$r^* = \frac{r}{d}, \quad \varphi^* = \varphi, \quad z^* = \frac{z}{d}.$$

В безразмерных переменных уравнению движения (1) в сочетании с уравнением неразрывности (2) соответствуют три уравнения в координатной форме относительно искомых функций  $u^*$ ,  $r^* v^*$ ,  $w^*$ , которые могут быть записаны в виде обобщенного уравнения переноса

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t^*} + \frac{1}{\gamma r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* U \Phi) + \frac{1}{\gamma r^*} \frac{\partial}{\partial \varphi^*} (V \Phi) + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial z^*} (W \Phi) =$$

$$= \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \Gamma r^* \frac{\partial \Phi}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \varphi^*} \left( \frac{\Gamma}{r^*} \frac{\partial \Phi}{\partial \varphi^*} \right) + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial z^*} \right) + S_\Phi, \quad (5)$$

где  $\Gamma = 1/(\pi Re)$  – коэффициент диффузии;

$Re = \rho n d^2 / \mu$  – центробежное число Рейнольдса;

$n$  – число оборотов мешалки в единицу времени;

$S$  – член типа источника, который соответствует искомой функции  $\Phi$  и определяется соотношениями

$$\begin{aligned}
S_{u^*} &= -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{v^{*2}}{r^*} - \frac{\Gamma}{r^{*2}} \left( u^* + 2 \frac{\partial v^*}{\partial \varphi^*} \right) + \frac{z^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} - \frac{\Gamma z^*}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{r^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \right) \frac{\partial u^*}{\partial r^*} - \\
&\quad - \frac{2\Gamma z^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \frac{\partial^2 u^*}{\partial r^* \partial z^*} + \Gamma z^* \left( \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z^*} \left( z^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) + 4(r^* + v^*), \\
S_{r^* v^*} &= -\frac{\partial p^*}{\partial \varphi^*} + \frac{2\Gamma}{r^*} \left[ \frac{\partial u^*}{\partial \varphi^*} - \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v^*) \right] - \frac{\Gamma z^*}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{r^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \right) \frac{\partial}{\partial z^*} (r^* v^*) - \\
&\quad - \frac{2\Gamma z^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \frac{\partial^2}{\partial r^* \partial z^*} (r^* v^*) + \Gamma z^* \left( \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ z^* \frac{\partial}{\partial z^*} (r^* v^*) \right] - 4r^* u^*, \\
S_{w^*} &= -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} - \frac{\Gamma z^*}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \frac{r^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \right) \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - \\
&\quad - \frac{2\Gamma z^*}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \frac{\partial^2 w^*}{\partial r^* \partial z^*} + \Gamma z^* \left( \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r^*} \right)^2 \frac{\partial}{\partial z^*} \left( z^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) - \frac{1}{\pi^2 Fr},
\end{aligned}$$

где  $Fr = n^2 d/g$  – центробежное число Фруда.

Численное моделирование течения проведем методом контрольных объемов в сочетании с алгоритмом *SIMPLE* [12]. Метод контрольных объемов основан на том, что расчетную область разбивают на конечное число контрольных объемов (ячеек) таким образом, чтобы каждая узловая точка содержалась в отдельной ячейке. Дифференциальное уравнение интегрируют по каждому контрольному объему. Поэтому одним из основных достоинств этого метода является то, что он обеспечивает интегральное сохранение физических законов для всей расчетной области.

Размещение всех узловых функций в одних и тех же точках приводит к дополнительным вычислительным трудностям, связанным с рассогласованием полей скорости и давления. Поэтому выберем разнесенную сетку, в которой точки, где определяются радиальная, тангенциальная и осевая составляющие скорости, смещены на полшага в соответствующих направлениях относительно основных точек, в которых определяется давление [13]. Это позволяет точно записать дискретный аналог уравнения неразрывности, а также точно рассчитать градиенты давления в уравнениях движения.

Алгоритм *SIMPLE* представляет собой итерационную процедуру для расчета полей скорости и давления. При этом итерационная процедура рассматривается как метод установления для решения нестационарных уравнений с целью получения стационарного решения. Проинтегрируем обобщенное уравнение (5) по контрольному объему и временному интервалу  $\Delta t^*$ . В результате получим дискретный разностный аналог, который связывает значения искомой функции  $\Phi$  в узловой точке  $P$  с ее значениями в центрах  $E, W, N, S, T, B$  смежных ячеек в форме

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S + a_T \Phi_T + a_B \Phi_B + S_P \Delta V, \quad (6)$$

где  $\Delta V$  – объем ячейки;  
 $S_P$  – узловое значение источникового члена.

Для расчета формы свободной поверхности жидкости воспользуемся методикой, предложенной ранее применительно к дисковой мешалке [14] и основанной на использовании динамического условия (4) в проекции на нормаль:

$$\frac{\partial h^*}{\partial r^*} = \frac{\left(\frac{\partial h^*}{\partial r^*}\right)^2 \frac{\partial u^*}{\partial r^*} - \left[1 + \left(\frac{\partial h^*}{\partial r^*}\right)^2\right] \left(\frac{p^* \text{Re}}{2} + \frac{1}{h^*} \frac{\partial w^*}{\partial z^*}\right)}{\left[1 + \left(\frac{\partial h^*}{\partial r^*}\right)^2\right] \frac{1}{h^*} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} + \frac{\partial w^*}{\partial r^*}}. \quad (7)$$

Будем полагать, что краевые углы смачивания вала и боковой стенки аппарата прямые. Это позволяет считать, что в любой момент времени в непосредственной близости от вала и стенки будут справедливы равенства

$$h^*(t^*, r_s^*) = h^*(t^*, r_s^* + \Delta r^*), \quad h^*(t^*, R^*) = h^*(t^*, R^* - \Delta r^*), \quad (8)$$

где  $r_s$  – радиус вала;  $R$  – радиус аппарата.

В правой части соотношения (7) используем кинематическое условие (3). Тогда получим

$$\frac{\partial h^*}{\partial r^*} = \frac{\left(\frac{w^*}{u^*} - \frac{1}{u^*} \frac{\partial h^*}{\partial t^*}\right)^2 \frac{\partial u^*}{\partial r^*} - \left[1 + \left(\frac{w^*}{u^*} - \frac{1}{u^*} \frac{\partial h^*}{\partial t^*}\right)^2\right] \left(\frac{p^* \text{Re}}{2} + \frac{1}{h^*} \frac{\partial w^*}{\partial z^*}\right)}{\left[1 + \left(\frac{w^*}{u^*} - \frac{1}{u^*} \frac{\partial h^*}{\partial t^*}\right)^2\right] \frac{1}{h^*} \frac{\partial u^*}{\partial z^*} + \frac{\partial w^*}{\partial r^*}}. \quad (9)$$

Решение уравнения (9) проводилось на каждой итерации методом Рунге – Кутты [15] при начальном условии  $h_0^* = h^*(t^* - \Delta t^*, r_s^* + \Delta r^*)$  с учетом условий (8) при фиксированном значении производной  $\partial h^*/\partial t^*$ , взятом с предыдущей итерации. При вычисленных на  $k$ -й итерации по уравнению (9) значениях высоты свободной поверхности  $h_i^{**k}$  может не выполняться условие постоянства объема жидкости в аппарате (при этом достаточно учитывать объем жидкости над мешалкой). Таким образом, возникает необходимость введения некоторой поправки  $\delta h^{(k)}$  к значениям  $h_i^{**k}$  на каждом итерационном шаге. Эта поправка находилась из соотношения

$$V_0 - V^{(k)} = \pi \left( R^{*2} - r_s^{*2} \right) \delta h^{(k)}, \quad (10)$$

где  $V_0$  – объем жидкости над мешалкой с невозмущенной свободной поверхностью;

$V^{(k)}$  – объем жидкости над мешалкой на  $k$ -й итерации, который вычислялся на каждой итерации путем численного интегрирования по значениям  $h_i^{**k}$ ;

$i$  – индекс нумерации узлов расчетной сетки в радиальном направлении.

Следует отметить, что в соответствии с формулой (10) поправка  $\delta h^{(k)}$  не влияет на форму свободной поверхности, а лишь корректирует ее по высоте. Окончательно с учетом поправки  $\delta h^{(k)}$  скорректированные значения высоты свободной поверхности  $h_i^{*(k)}$  могут быть найдены как

$$h_i^{*(k)} = h_i^{**k} + \delta h^{(k)}.$$

Алгоритм *SIMPLE* содержит циклическую последовательность действий типа «предположение – коррекция». Поэтому на каждой итерации компоненты

скорости определялись в два этапа. Вначале из уравнений (6) вычислялись предварительные значения компонент скорости, не удовлетворяющие уравнению неразрывности. С учетом приближенного решения для скорости находилась поправка к давлению  $\delta p$  из уравнения

$$a_P \delta p_P = a_E \delta p_E + a_W \delta p_W + a_N \delta p_N + a_S \delta p_S + a_T \delta p_T + a_B \delta p_B + b_P, \quad (11)$$

представляющего собой дискретный аналог уравнения неразрывности.

Затем с учетом поправок  $\delta p$  рассчитывались скорректированные значения компонент скорости и давления по формуле

$$p^* = p^{**} + \alpha \delta p,$$

где  $\alpha=0,8$  – коэффициент релаксации.

Дискретные уравнения (6) и (11) решались методом прогонки [12]. Расчеты проводились на равномерной сетке при  $H_0=D$ ;  $d/D=0,3$ ;  $d_s/D=0,05$ ;  $a=d/4$ ;  $b/a=0,8$ ;  $d_0=0,75d$ ;  $H/H_0=0,4$ , где  $H_0$  – высота невозмущенной поверхности жидкости над дном аппарата;  $D$  – диаметр аппарата;  $d_s$  – диаметр вала;  $d_0$  – диаметр диска;  $a$  – длина лопатки. Результаты расчетов представлены на рис. 2 и 3 в виде линий тока  $\psi=\text{const}$ , где  $\psi$  – функция тока.

Мешалка создает потоки жидкости, которые вызывают циркуляцию во всем объеме аппарата. Окружная циркуляция, называемая первичной, связана с вращением массы жидкости вокруг оси вращения мешалки. Существенную роль в перемешивании играет вторичная циркуляция, которая связана с насосным действием мешалки. Линии тока в меридиональной плоскости аппарата характеризуют вторичное циркуляционное течение, которое накладывается на основное окружное течение. Перемешиванию способствуют два потока радиально-осевой циркуляции соответственно сверху и снизу от мешалки. Во время движения на частицы жидкости действует ускорение, вызванное вращением мешалки. Величина этого ускорения определяется центробежными силами. Когда центробежные силы малы, то это движение приводит к незначительному понижению уровня жидкости у вала мешалки (рис. 2).

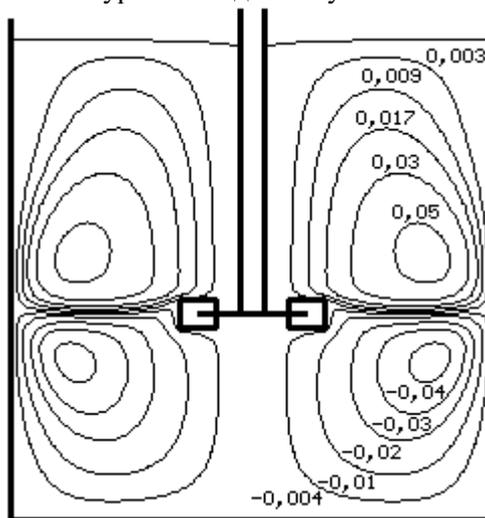


Рис. 2. Радиально-осевая циркуляция в аппарате при  $Re=100$ ,  $Fr=0,05$

Увеличение чисел Рейнольдса и Фруда связано с ростом центробежных сил, что находит отражение в усилении радиально-тангенциальной конвекции. Соответственно возрастает и интенсивность радиально-осевой циркуляции жидкости. В свою очередь, это приводит к углублению образовавшейся центральной воронки, характерной для аппаратов с мешалками (рис. 3).

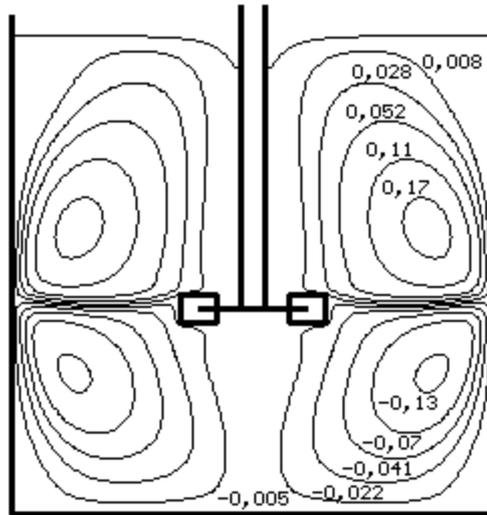


Рис. 3. Радиально-осевая циркуляция в аппарате при  $Re=800$ ,  $Fr=0,25$

Путем подбора в расчетных формулах можно определять предельную частоту вращения мешалки, при которой поверхность жидкости достигает ступицы мешалки. Предлагаемая методика расчета формы воронки может быть использована также и при моделировании турбулентных течений в аппаратах с мешалками.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Васильцов Э.А., Ушаков В.Г. Аппараты для перемешивания жидких сред. – Л.: Машиностроение, 1979. – 272 с.
2. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками. – Л.: Химия, 1975. – 384 с.
3. Гзовский С.Я. Исследование кинематики потока при перемешивании жидкости радиально-лопастными мешалками // Химическое машиностроение. – 1959. – № 6. – С. 13-20.
4. Гзовский С.Я. Исследование гидродинамики потока при перемешивании жидкостей радиально-лопастными мешалками // Химическое машиностроение. – 1960. – № 1. – С. 17-20.
5. Брагинский Л.Н. О распределении окружных скоростей жидкости и глубине воронки в аппаратах с мешалками // Теоретические основы химической технологии. – 1967. – Т. 1. – № 5. – С. 675-681
6. Zlokarnik M. *Stirring: Theory and Practice*. – Weinheim: Wiley-VCH, 2001. – 362 p.
7. Turbulent flow in closed and free surface unbaffled tanks stirred by radial impellers / M. Ciofalo, A. Brucato, F. Grisafi, N. Torracca // *Chemical Engineering Science*. – 1996. – Vol. 51. – P. 3557-3573.
8. Modeling turbulent flows with free surface in unbaffled agitated vessels / J.N. Haque, T. Mahmud, K.J. Roberts, D. Rhodes // *Industrial and Engineering Chemistry Research*. – 2006. – Vol. 45. – P. 2881-2891.
9. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
10. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Проблемы гидродинамики и их математические модели*. – М.: Наука, 1977. – 408 с.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Гидродинамика*. – М.: Физматлит, 2003. – 732 с.
12. Патанкар С. *Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости*. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 152 с.

13. Harlow F.H., Welch J.E. Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // Physics of Fluids. – 1965. – Vol. 8. – P. 2182-2189.
14. Газизуллин Н.А. К расчету формы свободной поверхности жидкости в аппарате с перемешивающим устройством // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. – 2012. – № 1. – С. 89-95.
15. Холл Д., Уатт Д. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1979. – 312 с.

*Статья поступила в редакцию 28 марта 2014 г.*

## **VISCOUS FLUID MIXING WITH A FREE SURFACE IN A TANK WITH A RUSHTON TURBINE**

***N.A. Gazizullin***

Kazan National Research Technological University  
68, Karl Marx st., Kazan, 420015, Russian Federation

*Numerical simulation of the flow field in a tank with a Rushton turbine is carried out by the control volume method. The profile of the free surface in the tank is computed as a part of the solution by means of an iterative technique. The results are presented as streamline contours of the secondary circulation .*

***Keywords:*** *fluid mixing, Rushton turbine, control volume method, free surface, fluid circulation, streamline contours.*

---

*Nazym A. Gazizullin (Ph.D. (Techn.)), Associate Professor.*