УДК 62-251

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ИЗГИБНЫХ ЧАСТОТ ШПИНДЕЛЯ МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО СТАНКА С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПНОЙ УПРУГОСТИ ОПОР

А.Ф. Денисенко, М.В. Якимов

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Рассматриваются изгибные колебания шпинделей металлорежущих станков с учетом податливости тела шпинделя и его опор. Отмечены особенности разработки динамической модели, связанные с формой шпинделя как вала с участками, несущественно отличающими по диаметру, существенной разницей величин жесткостей передней и задней опор и анизотропией их радиальной жесткости. Для годографа жесткости в виде овальности получены аналитические выражения для собственных частот изгибных колебаний. Показано, что наличие анизотропии жесткостей опор шпинделя приводит к появлению диапазона собственных изгибных частот шпинделя, существенно затрудняющему проведение диагностических мероприятий. На примере конструкции шпиндельного узла токарного станка мод. 16Б16Т1 рассмотрены факторы, влияющие на формирование приведенных коэффициентов жесткости динамической системы. Представлены результаты оценки влияния упругих характеристик опор шпинделя, формируемых при конструировании и при сборке на изменение величины и диапазон приведенных коэффициентов жесткости.

Ключевые слова: *шпиндельный узел, изгибные колебания, собственные частоты, жесткость, годограф жесткости, анизотропия податливости опор, приведенный коэффициент жесткости.*

Повышение точности обработки на металлорежущих станках наряду с увеличением диапазона регулирования привода главного движения и конструктивным упрощением шпиндельных узлов диктует необходимость поиска резервов в прогнозировании динамических процессов и разработке мероприятий по снижению возможных резонансных явлений.

Использование теоретических положений, разработанных для роторных систем [1–6], для исследования динамических процессов в шпиндельных узлах требует учета ряда особенностей шпинделей, не нашедших отражения в имеющихся моделях.

Первая особенность состоит в том, что современные шпиндели представляют собой массивные валы с участками, несущественно отличающимися по диаметру, что позволяет при рассмотрении динамики шпинделя пренебречь гироскопическими силами и рассматривать шпиндель как вал постоянного сечения.

Еще одной особенностью шпиндельных узлов является необходимость обеспечения высокой жесткости шпиндельного узла в зоне обработки, в связи с чем радиальная жесткость передней опоры обычно в несколько раз превышает жесткость задней. Кроме того, как показывают эксперименты, жесткость опор носит

Александр Федорович Денисенко (д.т.н., проф.), заведующий кафедрой «Автоматизированные станочные и инструментальные системы».

Михаил Владимирович Якимов, старший преподаватель кафедры «Автоматизированные станочные и инструментальные системы».

анизотропный характер, то есть не является одинаковой для различных радиальных направлений. Причем анизотропность может быть постоянной, связанной с упругими характеристиками системы «тела качения – наружное кольцо – корпус» и имеющей угловую привязку к корпусу шпиндельного узла, и переменной, связанной с вращением шпинделя: система «тела качения – внутреннее кольцо – вал».

Ограничимся рассмотрением годографа в виде овальности, характеристика которой оценивается соотношением размеров t и s и их ориентацией относительно координатной системы yoz (рис. 1).

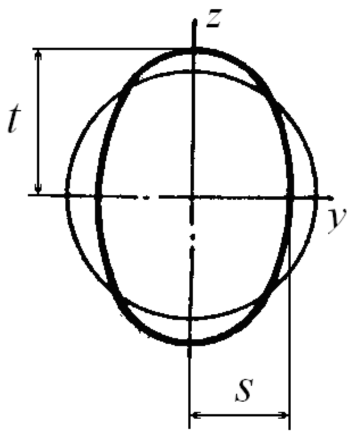


Рис. 1. Годограф жесткости в виде овальности

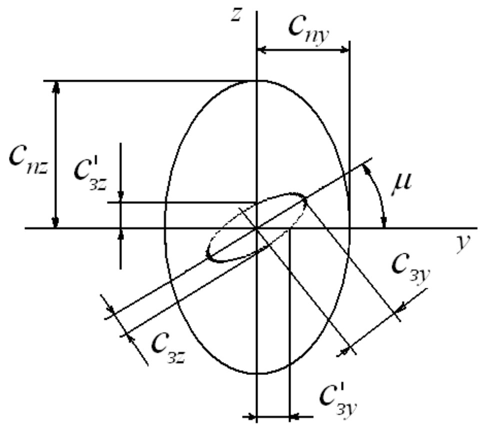


Рис. 2. Ориентация годографов жесткости опор шпинделя

Поскольку выбор координатной системы произволен, будем считать, что $\max t$ и $\min s$ для годографа жесткости совпадают соответственно с координатными осями z и y.

Рассматривая анизотропию податливости задней опоры шпинделя, следует учесть ее произвольную ориентацию относительно выбранной по передней опоре ориентации системы координат (рис. 2).

Тогда

$$c'_{зy} = \sqrt{c_{зy}^2 \cos^2 \mu + c_{зz}^2 \sin^2 \mu}\, ;\; c'_{зz} = \sqrt{c_{зy}^2 \sin^2 \mu + c_{зz}^2 \cos^2 \mu}\, . \tag{1}$$

Представим динамическую модель шпиндельного узла как одномассовую с массой m, сосредоточенной в точке, определяемой координатами a и b, совершающую изгибные колебания. Упругие свойства системы учтем изотропной упругостью тела шпинделя и анизотропной упругостью каждой из опор (рис. 3), где $y; z$ – смещение массы m; $c_n; c_з$ – жесткость передней и задней опор соответственно; $y_{no}; z_{no}$ – смещения оси шпинделя в передней опоре; $y_{зо}; z_{зо}$ – смещения оси шпинделя в задней опоре.

Для определения собственных частот воспользуемся энергетическим методом.

Используя уравнения Лангранжа второго рода и учитывая, что потенциальная энергия системы будет складываться из потенциальной энергии деформации опор и шпинделя, получим

$$
\begin{cases}
m\ddot{z}+c\left(z-z_o\right)=0;\\
m\ddot{y}+c\left(y-y_o\right)=0;\\
c'_{зz}z_{зо}-c\left(z-z_o\right)\dfrac{b}{a+b}=0;\\
c'_{зy}y_{зо}-c\left(y-y_o\right)\dfrac{b}{a+b}=0;\\
c_{nz}z_{no}-c\left(z-z_o\right)\dfrac{a}{a+b}=0;\\
c_{ny}y_{no}-c\left(y-y_o\right)\dfrac{a}{a+b}=0,
\end{cases}
\tag{2}
$$

где c – жесткость упругой изгибной деформации шпинделя в точке расположения массы m;

$z_o; y_o$ – перемещения массы m вследствие деформации опор (рис. 4):

$$
z_o=\frac{z_{no}+z_{зо}\dfrac{b}{a}}{1+\dfrac{b}{a}};\ y_o=\frac{y_{no}+y_{зо}\dfrac{b}{a}}{1+\dfrac{b}{a}}. \tag{3}
$$

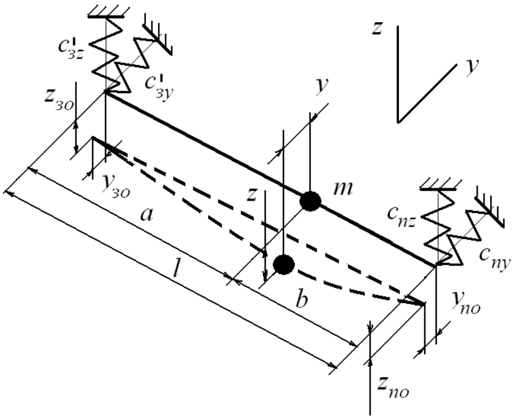


Рис. 3. Динамическая модель изгибных колебаний шпинделя

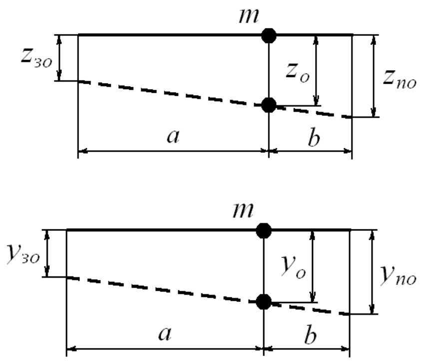


Рис. 4. Перемещения массы m вследствие деформации опор

При $c'_{зy}=c_{ny}$ и $c'_{зz}=c_{nz}$ обобщенных координат остается всего четыре $(y; z; z_{зо}=z_{no}; y_{зо}=y_{no})$, и при $a=b$, учитывая (3), получим

$$
\begin{cases}
m\ddot{z}+c\left(z-z_{зо}\right)=0;\\
m\ddot{y}+c\left(y-y_{зо}\right)=0;\\
c_{nz}z_{зо}-c\left(z-z_{зо}\right)\dfrac{1}{2}=0;\\
c_{ny}y_{зо}-c\left(y-y_{зо}\right)\dfrac{1}{2}=0.
\end{cases}
\tag{4}
$$

Полученная система (4) совпадает с системой, разработанной для случая $a=b$ и анизотропных, но одинаковых опор [7].

Рассматривая третье и пятое уравнения системы (2), получим

$$z_o = \frac{cA}{\frac{a+b}{a}c_{nz} + cA} z, \tag{5}$$

где

$$A = \frac{a + \frac{b^2}{a} \cdot \frac{c_{nz}}{c'_{зz}}}{a+b}. \tag{6}$$

Подставив выражение (5) в первое уравнение системы (2), получим

$$m\ddot{z} + c_z z = 0, \tag{7}$$

где c_z – приведенный коэффициент жесткости:

$$c_z = c\left(1 - \frac{cA}{\frac{a+b}{a}c_{nz} + cA}\right). \tag{8}$$

Из уравнения (7) можно найти собственные частоты:

$$\omega_z = \sqrt{\frac{c_z}{m}}. \tag{9}$$

Используя второе, четвертое и шестое уравнения системы (2), получим выражения для координаты y:

$$\omega_y = \sqrt{\frac{c_y}{m}},$$

где

$$c_y = c\left(1 - \frac{cB}{\frac{a+b}{a}c_{ny} + cB}\right); \tag{10}$$

$$B = \frac{a + \frac{b^2}{a} \cdot \frac{c_{ny}}{c'_{зy}}}{a+b}. \tag{11}$$

Из выражения (8) при $a=b$ и $c'_{зz} = c_{nz}$ легко получается приведенный коэффициент жесткости для симметричного расположения массы и одинаковых опор, рассмотренный в [7]:

$$c_z = \frac{2cc_{nz}}{2c_{nz} + c}.$$

Преобразуем выражения (8) и (10), подставив в них соответственно (6) и (11):

$$c_z = \frac{c_{nz}}{\dfrac{c_{nz}}{c} + \left(1 - \dfrac{b}{a+b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2 \cdot \dfrac{c_{nz}}{c'_{зz}}}; \tag{12}$$

$$c_y = \frac{c_{ny}}{\dfrac{c_{ny}}{c} + \left(1 - \dfrac{b}{a+b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2 \cdot \dfrac{c_{ny}}{c'_{зy}}}. \tag{13}$$

Таким образом, приведенный коэффициент жесткости по соответствующей координате и соответственно собственная частота изгибных колебаний зависят:

– от расположения центра масс по длине шпинделя (значение $\dfrac{b}{a+b}$);

– от жесткости передней опоры (c_{nz} или c_{ny});

– от соотношения жесткостей передней и задней опор ($c_{nz}/c'_{зz}$ и $c_{ny}/c'_{зy}$);

– от соотношения жесткостей передней опоры и тела шпинделя (c_{nz}/c и c_{ny}/c).

Учитывая овальность годографа жесткости, следует отметить, что приведенный коэффициент жесткости и собственная частота изгибных колебаний будут меняться по мере вращения шпинделя при повороте на 90°:

$$\frac{\omega_y}{\omega_z} = \sqrt{\frac{c_y}{c_z}} = \sqrt{\frac{\dfrac{c_{nz}}{c} + \left(1 - \dfrac{b}{a+b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2 \dfrac{c_{nz}}{c'_{зz}}}{\dfrac{c_{ny}}{c} + \left(1 - \dfrac{b}{a+b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2 \dfrac{c_{ny}}{c'_{зy}}} \cdot \frac{c_{ny}}{c_{nz}}}. \tag{14}$$

Разработка 3D-модели шпиндельного узла токарного станка мод. 16Б16Т1, у которого $a + b = 365$ мм, позволила определить массу вращающегося ротора m, положение центра тяжести (a, b) и жесткость тела шпинделя c для двух случаев:

– модель I – тело шпинделя (m = 20,9 кг; $a = 180$ мм; $b = 185$ мм; c = 2,49 · 105 Н/мм);

– модель II – тело шпинделя с шестерней перебора, полумуфтой и патроном (m = 56,5 кг; $a = 354$ мм; $b = 11$ мм; $c = 182$ · 105 Н/мм).

Жесткость опор шпинделя токарного станка мод. 16Б16Т1, рассчитанная по зависимостям, приведенным в [8], составила соответственно $c_n = 871612$ Н/мм; $c_з = 375150$ Н/мм.

Обозначая овальность годографов жесткости передней опоры через $W = c_{nz}/c_{ny}$ и задней – через $V = c_{зz}/c_{зy}$ и считая, что значения жесткостей опор c_n и $c_з$ связаны с предельными значениями выражениями

$$c_n = \frac{c_{ny} + c_{nz}}{2}; \; c_з = \frac{c_{зy} + c_{зz}}{2},$$

получим

$$c_{ny} = \frac{2c_n}{1+W};\ c_{nz} = \frac{2Wc_n}{1+W};\ c_{зy} = \frac{2c_з}{1+V};\ c_{зz} = \frac{2Vc_з}{1+V}. \qquad (15)$$

Подставив (15) в выражения (12) и (13), получим значения приведенных коэффициентов жесткости по соответствующим осям:

$$c_z = \frac{\dfrac{2W}{1+W}}{\dfrac{2W}{1+W}\cdot\dfrac{c_n}{c} + \left(1 - \dfrac{b}{a+b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2 \cdot \dfrac{2W}{1+W}\cdot\dfrac{c_n}{c'_{зz}}}\cdot c_n; \qquad (16)$$

$$c_y = \frac{\dfrac{2}{1+W}}{\dfrac{2}{1+W}\cdot\dfrac{c_n}{c} + \left(1 - \dfrac{b}{a+b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a+b}\right)^2 \cdot \dfrac{2}{1+W}\cdot\dfrac{c_n}{c'_{зy}}}\cdot c_n. \qquad (17)$$

Таким образом, полученные выражения учитывают форму годографа жесткости передней опоры (параметр W) и форму и ориентацию годографа жесткости задней опоры (параметры $c'_{зy}$ и $c'_{зz}$).

Так как ориентация годографа жесткости задней опоры носит случайный характер, то $c'_{зy}$ и $c'_{зz}$ могут принимать любые значения в диапазоне от $\dfrac{2c_з}{1+V}$ до $\dfrac{2Vc_з}{1+V}$.

Таким образом, приведенные коэффициенты жесткости имеют не фиксированное значение, а определяются некоторым диапазоном, связанным с возможным варьированием W и $c'_{зy}$ (или $c'_{зz}$).

Результаты расчета приведенных коэффициентов жесткости шпиндельного узла токарного станка мод. 16Б16Т1 для обеих расчетных моделей приведены в таблице.

Приведенные коэффициенты жесткости (Н/мм) шпиндельного узла токарного станка мод. 16Б16Т1

3D-модель	c_z		c_y	
	min	max	min	max
I	$1{,}88 \cdot 10^5$	$2{,}11 \cdot 10^5$	$1{,}83 \cdot 10^5$	$2{,}08 \cdot 10^5$
II	$8{,}80 \cdot 10^5$	$11{,}55 \cdot 10^5$	$5{,}96 \cdot 10^5$	$8{,}80 \cdot 10^5$

Объединенный диапазон изменения приведенного коэффициента жесткости (Н/мм) по осям y и z (изменения c_y и c_z) составляет для модели I – $1{,}83 \cdot 10^5...2{,}11 \cdot 10^5$, а для модели II – $5{,}96 \cdot 10^5...11{,}55 \cdot 10^5$.

Так как изменение приведенного коэффициента жесткости для расчетных моделей связано не только с изменением положения центра тяжести, но и с изменением массы шпинделя, то оценим собственные частоты изгибных колебаний ω, Гц, с учетом диапазонов варьирования приведенного коэффициента жесткости: для модели I диапазон изменения ω составит 2957,00...3174,49; для модели II – 3247,96...4519,91.

Представляет интерес оценка влияния упругих характеристик опор шпинделя, формируемых при конструировании (выбор конструкции опоры и типа подшипников) и при сборке (величина предварительного натяга), на изменение величины и диапазон приведенных коэффициентов жесткости c_y и c_z .

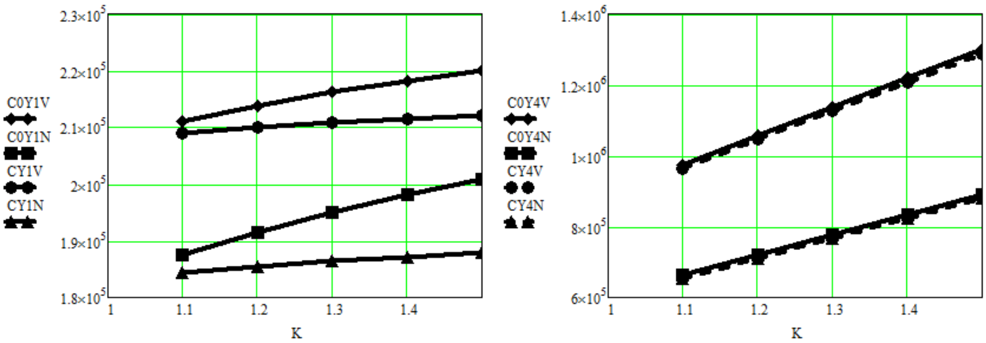
Для этого были рассчитаны значения c_y и c_z для следующих случаев:

– при увеличении жесткости передней опоры путем введения для $c_п$ увеличивающего коэффициента $К = 1{,}1$; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5;

– при увеличении жесткости задней опоры путем введения для $c_з$ увеличивающего коэффициента $К = 1{,}1$; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5;

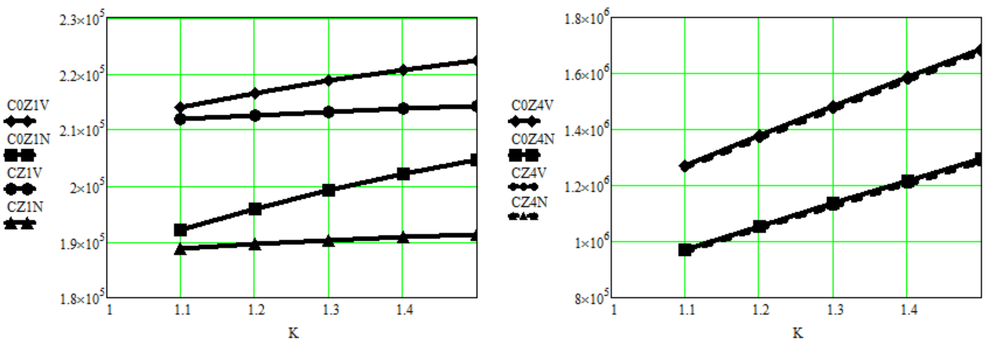
– при одновременном увеличении жесткости обеих опор.

Результаты сравнения приведенных коэффициентов жесткости c_y и c_z при увеличении только жесткости передней опоры и при одновременном увеличении жесткости обеих опор путем введения для $c_п$ и $c_з$ увеличивающего коэффициента $К = 1{,}1$; 1,2; 1,3; 1,4; 1,5 приведены на рис. 5 и 6.



а *б*

Рис. 5. Изменения приведенных коэффициентов жесткости c_y при одновременном увеличении жесткости обеих опор (C0Y) и увеличении жесткости только передней опоры (CY): *а* – расчетная модель I; *б* – расчетная модель II



а *б*

Рис. 6. Изменения приведенных коэффициентов жесткости c_z при одновременном увеличении жесткости обеих опор (C0Z) и увеличении жесткости только передней опоры (CZ): *а* – расчетная модель I; *б* – расчетная модель II

Из приведенных графиков следует, что увеличение жесткости обеих опор более существенно сказывается на уровне приведенных коэффициентов жесткости. Однако это наблюдается только для расчетной модели I. Для расчетной модели II, у которой центр тяжести расположен вблизи передней опоры, влияние жесткости задней опоры практически не наблюдается. Для расчетной модели I одновременное увеличение жесткости обеих опор приводит к некоторому незначительному уменьшению диапазона изменения приведенных коэффициентов жесткости по сравнению с диапазонами, полученными при изменении жесткости только передней опоры.

Выводы:

1. Получены зависимости, позволяющие оценить величины собственных изгибных колебаний шпинделя с учетом собственной жесткости шпинделя, межопорного расстояния, жесткостей опор шпинделя.
2. В отличие от существующих методик при определении собственных изгибных колебаний шпинделя учтена анизотропия жесткостей опор, связанная с погрешностями монтажа, и для случая годографа жесткости в виде овальности показано влияние взаимной ориентации годографов жесткостей передней и задней опор.
3. Показано, что наличие анизотропии жесткостей опор шпинделя приводит к появлению диапазона собственных изгибных частот шпинделя, что существенно затрудняет проведение диагностических мероприятий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Орликов М.Л.* Динамика станков. – Киев: Выща шк., 1989. – 272 с.
2. *Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В.* Расчет и конструирование роторных машин. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с.
3. *Диментберг Ф.М.* Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 247 с.
4. *Филипковский С.В., Аврамов К.В.* Колебания роторов на нелинейных опорах // Вестник двигателестроения. – 2009. – № 3. – С. 127-132.
5. *Перепелкин Н.В., Михлин Ю.В.* Анализ вынужденных форм колебаний однодискового ротора на нелинейно-упругих опорах // Механика твердого тела. – 2010. – Вып. 40. – С. 221-232.
6. *Горбенко А.Н.* О влиянии нелинейности опор ротора на динамику автобалансирующего устройства // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. – Львов: НУ «Львовская политехника», 2006. – Вып. 40. – С. 63-69.
7. *Маслов Г.С.* Расчеты колебаний валов: Справочник. – М.: Машиностроение, 1968. – 272 с.
8. Подшипники качения: Справочник / Р.Д. Бейзельман, Б.В. Цыпкин, Л.Я. Перель. – М.: Машиностроение, 1975. – 572 с.

Статья поступила в редакцию 24 декабря 2014 г.

DETERMINING NATURAL BENDING FREQUENCY OF A MACHINE-TOOL SPINDLE TAKING INTO ACCOUNT BEARING ANISOTROPIC ELASTICITY

A.F. Denisenko, M.V. Yakimov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100

The paper considers bending vibrations of machine-tool spindles, taking into account the compliance of the spindle body and bearings. The features of the development of dynamic models concerning the spindle shape as a shaft with portions slightly different in diameter, a significant difference in stiffness values of the front and rear bearings, and their radial stiffness anisotropy. For a stiffness hodograph in the form of an oval, analytical expressions for the natural frequencies of flexural vibrations are obtained. It is shown that the presence of the spindle bearing stiffness anisotropy results in a range of the spindle bending frequencies, which makes it difficult to conduct diagnostic activities. Taking as an example the design of a model 16B16T1 lathe spindle assembly, the factors affecting the formation of the given stiffness coefficients of the dynamical system are examined. The results of evaluating the influence of the spindle bearing elastic characteristics formed during the designing and assembly on changing the magnitude and range of the stiffness coefficients given.

Keywords: *spindle assembly, bending vibrations, natural frequencies, stiffness, hodograph stiffness, anisotropy supports compliance, reduced stiffness coefficient.*

Alexander F. Denisenko (Dr. Sci. (Techn.)), Professor.
Mihail V. Yakimov, Senior Lecture.