

УДК 681.5.013

## УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМ ПОЛЕМ СТРЕЖНЯ С ПОМОЩЬЮ НЕЧЁТКОГО МОДАЛЬНОГО РЕГУЛЯТОРА\*

*И.А. Данилушкин*

Самарский государственный технический университет  
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244

*Рассматривается типовая задача технологической теплофизики – формирование заданного температурного распределения по длине стержня при неизвестных тепловых потерях с боковой поверхности. Задача рассматривается в одномерной постановке. Для формирования управляющего воздействия используется модальное представление объекта управления. Формирование управляющего воздействия осуществляется за счёт использования функции принадлежности нечёткого вывода регулятора, определённой на области распределения внутренних теплоисточников. Значение функции принадлежности в каждой точке выступает в роли коэффициента пропорциональности мощности источников тепла. Получены результаты вычислительных экспериментов, показана работоспособность системы.*

**Ключевые слова:** *объект с распределёнными параметрами, система модального управления, нечёткий регулятор, функция принадлежности, нечёткий вывод, распределённое управляющее воздействие*

В работе [1] рассматривается способ построения системы модального управления с помощью нечёткого регулятора. При этом база правил нечёткого регулятора составлена с помощью лингвистического описания поведения температурного распределения объекта, основанного на модальном представлении. Разложение пространственно распределённого сигнала отклонения температурного поля от желаемого по собственным функциям уравнения теплопроводности позволяет анализировать значения весовых коэффициентов при собственных функциях уравнения, наделяя их некоторой смысловой нагрузкой. Так значение нулевой моды отклонения  $\hat{e}_0(t)$  трактуется как величина отклонения среднего значения температуры от заданного [1]. Значение первой моды  $\hat{e}_1(t)$  описывает отклонение от заданного перепада температуры между левым и правым концами стержня. Значение второй моды  $\hat{e}_2(t)$  позволяет определить перегрев или недогрев середины стержня по сравнению с его концами.

Структура системы модального регулятора, предложенная в [1], представлена на рис. 1. Для формирования распределённого сигнала отклонения  $e(x,t)$  текущее состояние распределённого сигнала  $Q(x,t)$  вычитается из желаемого  $Q^*(x,t)$ . Модальный анализатор обеспечивает расчёт вектора временных мод отклонения  $\mathbf{e}(t)$ , который, пройдя через блок-ограничитель, поступает на блок фаззификации. Значения функций принадлежности, рассчитанные в этом блоке используются для определения степени активации правил, формирующих нечёткий вывод регулятора. Функция принадлежности нечёткого вывода трактуется как распределённый управляющий сигнал.

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 14-08-00446-а.

*Иван Александрович Данилушкин (к.т.н.), доцент кафедры «Автоматика и управление в технических системах».*

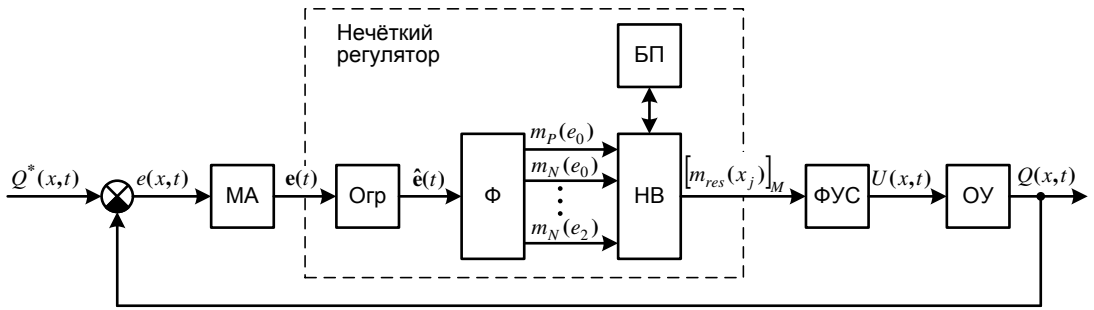


Рис. 1. Структура нечеткого регулятора на базе модального представления объекта:  
 МА – модальный анализатор; Огр – ограничитель входных сигналов; Ф – фаззификация;  
 НВ – нечёткий вывод; БП – база правил; ФУС – формирование управляющего сигнала;  
 ОУ – объект управления

В настоящей работе обсуждаются результаты компьютерного моделирования системы автоматического управления, реализованной предложенным способом. В качестве объекта управления выступает стальной стержень с изолированными торцами. Теплотери с боковой поверхности происходят за счёт конвективного теплообмена с окружающей средой и ведут себя аналогично граничным условиям третьего рода [2].

Математическая модель объекта задана уравнением

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} + \beta \cdot Q(x,t) + U(x,t), \quad x_L < x < x_R, \quad t > 0, \quad a, \beta = const, \quad (1)$$

с однородными граничными условиями второго рода

$$\frac{\partial Q(x_L,t)}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Q(x_R,t)}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

и начальным распределением температуры

$$Q(x,0) = 0, \quad (3)$$

собственные функции уравнения имеют выражения [3]

$$\varphi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{x_R - x_L}}, \quad \varphi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{x_R - x_L}} \cos \frac{n\pi(x - x_L)}{x_R - x_L}, \quad n \in \{1, 2, \dots\}. \quad (4)$$

Потери с торцов стержня пренебрежимо малы. Потери с боковой поверхности стержня учитываются слагаемым  $\beta \cdot Q(x,t)$ ,  $U(x,t)$  – распределение теплоисточников, за счёт которого осуществляется управление температурным полем,  $a = \lambda/c\gamma$  – коэффициент температуропроводности, зависящий от физических свойств материала: теплопроводности, теплоёмкости и плотности соответственно.

Длина стержня – 1 метр,  $x_L = 0$ ,  $x_R = 1$ , физические свойства материала приняты равными  $\lambda = 47$  Вт/(м·К),  $c = 462$  Дж/(кг·К),  $\gamma = 7800$  кг/м<sup>3</sup>. Приведённый коэффициент теплоотдачи рассчитан исходя из коэффициента теплоотдачи стали  $\alpha = 46$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) и площади поверхности стержня диаметром  $d=0.01$  м.

Распределение мощности теплоисточников по длине стержня задаётся в семи точках, расположенных с равными интервалами в диапазоне  $[x_L, x_R]$ . Распределение  $U(x,t)$  рассчитывается с помощью линейной интерполяции [4, 5]. Сигнал с выхода регулятора изменяется в диапазоне от нуля до единицы, максимальная мощность нагревателя – 2 кВт.

Исследование системы управления выполнено в среде численного моделирования нелинейных динамических систем. Температурное распределение на выходе объекта рассчитывалось в 13 точках, при расчёте учтены первые 11 мод модального представления объекта. Расчёт мод рассогласование температурного поля стержня и заданного температурного распределения осуществляется в трех точках – по краям стержня и в центре. Желаемое температурное распределение также задано в этих точках. Для работы нечёткого регулятора используются первые три моды сигнала рассогласования.

База правил нечёткого регулятора представлена в табл. 1–3 [1]. В качестве терм выходной лингвистической переменной используются команды на включение нагревателя в семи точках, равномерно распределённых по области  $[x_L, x_R]$ . Агрегация всех активированных выводов нечёткой базы правил осуществляется по методу логического сложения [6, 7]. Фаззификация входных переменных осуществляется по формулам

$$m_P(\hat{e}_j) = \min(\max(0.5 \cdot \hat{e}_j + 0.5, 0), 1), \quad m_N(\hat{e}_j) = 1 - m_P(\hat{e}_j), \quad j \in \{1, 2, 3\}. \quad (5)$$

Таблица 1

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_0(t)$

		B						
$\hat{e}_0(t)$	P	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$B_6$	$B_7$
	N	–	–	–	–	–	–	–

Таблица 2

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_1(t)$

		B						
$\hat{e}_1(t)$	P	$B_1$	$B_2$	–	–	–	–	–
	N	–	–	–	–	–	$B_6$	$B_7$

Таблица 3

База правил нечёткого регулятора для  $\hat{e}_2(t)$

		B						
$\hat{e}_2(t)$	P	$B_1$	$B_2$	–	–	–	$B_6$	$B_7$
	N	–	–	$B_3$	$B_4$	$B_5$	–	–

Предложенный в [1] подход потребовал некоторой коррекции: при анализе таблиц 1–3, с учётом выражений (5), видно, что при нулевых значениях ошибок, правила будут активизированы на 0,5. Поэтому первоначальный диапазон изменения сигнала на выходе нечёткого регулятора  $[0, 1]$  был отмасштабирован на диапазон  $[-1, 1]$ , но при этом сохранилось ограничение на диапазон изменения сигнала на выходе регулятора –  $[0, 1]$ .

Результаты моделирования системы управления представлены на рис. 2. По оси абсцисс откладывается время, по оси ординат – координата точки по длине стержня. На графике показаны изотермы в градусах Цельсия. Объект находился в установившемся режиме: температура в точках  $\mathbf{x} = \|0 \ 0,5 \ 1\|^T$  поддерживалась на уровне  $\Theta^* = \|90 \ 95 \ 95\|^T$ . В момент времени  $t=10$  с, задание было изменено на  $\Theta^* = \|105 \ 100 \ 90\|^T$ .

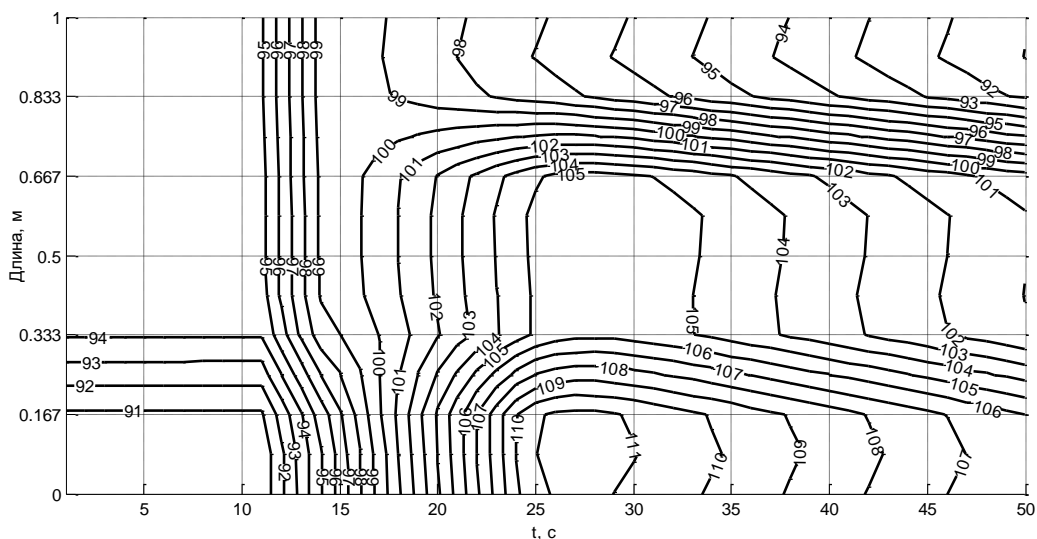


Рис. 2. Изменение температурного поля во времени

Анализ переходного процесса позволяет сделать вывод о работоспособности регулятора: объект переведён из начального состояния в заданное конечное. Переходный процесс сопровождается перерегулированием, которое связано с неравномерностью влияния значения мод на процесс управления. Фактически, под влиянием правил для нулевой моды, регулятор сначала доводит объект до заданной средней температуры, и только затем начинают действовать правила, обеспечивающие заданный температурный перепад по длине стержня. Дальнейшие исследования регулятора могут быть направлены на оптимизацию весовых коэффициентов на входе блока фаззификации, либо при вычислении нечёткого вывода.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Данилушкин И.А. Формирование распределённого управляющего воздействия на базе нечёткого вывода // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Технические науки». Выпуск №2(38)–2013: Самара: СамГТУ, 2013. С. 171–177.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
3. Бутковский А.Г. Структурная теория распределённых систем. – М., Наука, 1977.– 320 с.
4. Данилушкин И.А. Применение сплайн-интерполяции пространственного распределения в численно-аналитических моделях теплообмена// Информационные, измерительные и управляющие системы (ИИУС-2012): Материалы III Международной научно-технической конференции. 29-31 мая 2012 г. Самар. гос. техн. ун-т. – Самара, 2012. – С. 13–16.
5. Данилушкин И.А., Гусева М.А. Численно-аналитическое моделирование систем с распределёнными параметрами// Мехатроника, автоматизация, управление, №8(137). М.: «Новые технологии», 2012. С. 48–52.
6. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: Учебник / Под ред. Н.Д. Егунова.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
7. Пегат А. Нечёткое моделирование и управление [Текст] / А. Пегат; пер. с англ. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.– 798 с.

Статья поступила в редакцию 10 декабря 2014 г.

# CONTROL OF THERMAL FIELD OF ROD WITH FUZZY MODAL CONTROLLER

*I.A. Danilushkin*

Samara State Technical University  
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

*The paper deals with a typical problem of thermophysics process - the formation of a given temperature distribution along the length of the rod with unknown heat losses from the lateral surface. The problem is considered in one-dimensional formulation. The modal representation of the object management is used to generate the control action. Formation of the control action is carried out by using the membership function of the fuzzy controller output, defined on the distribution range of internal heat sources. The value of membership function at each point plays the role of the proportional coefficient for the power sources of heat. The results of computational experiments show the system efficiency.*

**Keywords:** *distributed parameters plant, modal control system, fuzzy logic controller, membership function, fuzzy logic conclusion, distributed parameter control.*