

УДК 621.785, 669.14, 519.6

ОПТИМАЛЬНОЕ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЯ НА МАКСИМАЛЬНУЮ ТЕМПЕРАТУРУ*

А.В. Попов, А.И. Дьяконов

Самарский государственный технический университет
Россия, 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244

Объектом управления является периодический процесс индукционного нагрева металлических полуфабрикатов перед последующими операциями пластической деформации. В работе сформулирована и решена задача оптимального по критерию быстродействия управления процессом нагрева с учетом технологического ограничения на максимально достижимую в процессе нагрева температуру. Параметрическая оптимизация алгоритмов оптимального по быстродействию управления проведена с помощью альтернативного метода оптимизации систем с распределенными параметрами, разработанного в СамГТУ. В оптимизационную процедуру интегрирована двумерная численная модель взаимосвязанных электромагнитных и тепловых полей, построенная на базе специализированного конечно-элементного пакета Cedrat FLUX.

Ключевые слова: индукционный нагрев, оптимальное управление, быстродействие, технологическое ограничение, альтернативный метод, численная модель, взаимосвязанные электромагнитные и тепловые поля, Cedrat FLUX.

При решении задач оптимального управления реальными производственными процессами необходимо учитывать различные технологические ограничения. Основные технологические ограничения определяются требованиями, предъявляемыми к поведению температурного поля нагреваемого изделия, согласно которым максимальные по объему заготовки значения растягивающих термонапряжений и/или температуры не должны превышать заданных предельно допустимых величин. Наличие подобных технологических ограничений серьезно осложняет процедуру поиска решения задач оптимального управления. В данной работе на базе двумерной численной FLUX модели взаимосвязанных электромагнитных и температурных полей рассматривается решение задачи оптимального по быстродействию управления периодическим процессом индукционного нагрева цилиндрических заготовок с учетом ограничения на максимально достижимую в процессе нагрева температуру.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ (базовая часть госзадания, проект № 1436).

Антон Валерьевич Попов, ассистент кафедры «Автоматика и управление в технических системах», аспирант.

Артем Игоревич Дьяконов, ассистент кафедры «Автоматика и управление в технических системах», аспирант.

Оптимальный по быстрдействию алгоритм управления

Задача оптимального по быстрдействию управления периодическим процессом индукционного нагрева перед пластической деформацией [1–3] с учетом технологического ограничения представляет собой задачу поиска такого переменного во времени управляющего воздействия $u_{\text{опт}}(t)$, стесненного ограничением $0 \leq u_{\text{опт}}(t) \leq u_{\text{max}}$, которое обеспечивает перевод объекта, описываемого уравнениями (1)–(4), из начального состояния (5) в заданное конечное состояние (6) при минимальном значении критерия оптимальности (7) в условиях ограничения на максимальную температуру (8) [2]:

$$c(T)\gamma(T)\frac{\partial T(l,y,t)}{\partial t} = \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}\left(\lambda(T)\frac{\partial T(l,y,t)}{\partial l}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda(T)\frac{\partial T(l,y,t)}{\partial y}\right) + \frac{1}{\sigma(T)}\left(\frac{\partial H(l,y,t)}{\partial l}\right)^2, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\mu_a(H(l,y,t),T)H(l,y,t))}{\partial t} - \frac{1}{l}\frac{\partial}{\partial l}\left(l\frac{1}{\sigma(T)}\frac{\partial H(l,y,t)}{\partial l}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\sigma(T)}\frac{\partial H(l,y,t)}{\partial l}\right) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial H(0,y,t)}{\partial l} = 0; H(R,y,t) = H_L; H(l,0,t) = H_{R1}; H(l,L,t) = H_{R2}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(0,y,t)}{\partial l} = 0; \lambda(T)\frac{\partial T(R,y,t)}{\partial l} = -\alpha(T)(T(R,y,t) - T_a);$$

$$\lambda(T)\frac{\partial T(l,0,t)}{\partial y} = \alpha(T)(T(l,0,t) - T_a); \lambda(T)\frac{\partial T(l,L,t)}{\partial y} = -\alpha(T)(T(l,L,t) - T_a) \quad (4)$$

$$T(l,y,t) = T(l,y,0) = T_0(l,y), \quad l \in [0,R]; y \in [0,L]; \quad (5)$$

$$\max_{\substack{l \in [0;R] \\ y \in [0;L]}} |T(l,y,t^0) - T^*| \leq \varepsilon_0, \quad (6)$$

$$J_1 = \int_0^{t^0} t dt = t^0 \rightarrow \min; \quad (7)$$

$$T_{\text{max}}(t) = \max_{\substack{l \in [0;R] \\ y \in [0;L]}} T(l,y,t) \leq T_{\text{доп}}. \quad (8)$$

Здесь $H(l,y,t)$ – напряженность магнитного поля;

$T(l,y,t)$ – пространственно-временное распределение температуры по объему заготовки;

$\mu_a(H,T)$ – абсолютная магнитная проницаемость;

$\alpha(T)$ – коэффициент теплоотдачи в окружающую среду;

$\sigma(T), c(T), \gamma(T), \lambda(T)$ – соответственно удельная электропроводность, теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности нагреваемого металла;

t – время;

l, y – соответственно радиальная и продольная пространственная координаты;

ε_0 – максимально допустимая величина абсолютного отклонения температуры от заданной;

T_a – температура окружающей среды;

L – длина заготовки;

R – радиус заготовки;

T^* – заданное значение температуры;

$T_{\text{доп}}$ – предельно допустимое значение максимальной температуры нагрева.

Решение задачи оптимального по быстродействию управления без учета ограничения имеет вид релейной функции [2]

$$u_{\text{опт}}(t) = \frac{u_{\text{max}}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], \sum_{i=1}^{j-1} \Delta_i < t < \sum_{i=1}^j \Delta_i, j = \overline{1, N}, \quad (9)$$

где Δ_i – длительность i -го интервала знакопостоянства управляющего воздействия $u_{\text{опт}}(t)$.

Если ограничение (8) не нарушается при оптимальном управляющем воздействии вида (9), то данное управляющее воздействие остается оптимальным и в сформулированной задаче с ограничением (8).

Однако в большинстве реальных ситуаций из-за превышения допустимой величины температурного максимума на некотором временном интервале процесса нагрева не выполняется условие (8) (рис. 1).

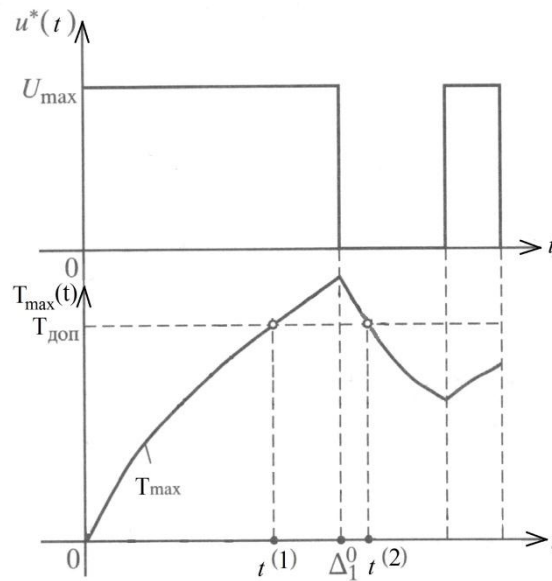


Рис. 1. Изменение управляющего воздействия $u^*(t)$ и максимальной температуры $T_{\text{max}}(t)$ в процессе индукционного нагрева

Следовательно, необходим поиск управляющего воздействия на участке от $t^{(1)}$ до $t^{(2)}$, на котором максимальная температура по объему заготовки $T_{\text{max}}(t) = \max T(l, y, t)$ не будет превышать допустимого значения $T_{\text{доп}}$. Очевидно, что если на этом участке будет выполняться условие $T_{\text{max}}(t) = T_{\text{доп}}$, то время нагрева в оптимальном процессе с введенным ограничением (8) будет минимальным из всех возможных.

При этом характер изменения остальных интервалов оптимального управляющего воздействия остается неизменным. Тогда алгоритм оптимального по быстродействию управления (9) в условиях ограничения (8) принимает вид

$$u^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, t \in (0, t_T); \\ u^T(t), t \in (t_T, \Delta_1^0); \\ \frac{u_{\max}}{2} [1 + (-1)^{j+1}], t_{j-1} < t < t_j, j = 2, 3, \dots, N, \end{cases} \quad (10)$$

где t_T – момент времени, когда максимальная температура в процессе нагрева T_{\max} становится равной максимально допустимому значению $T_{\text{доп}}$;

$u^T(t)$ – управляющее воздействие на участке движения по ограничению.

Таким образом, поиск оптимального алгоритма управления (10) сводится к определению количества N и длительностей интервалов постоянства $\Delta_i, i = \overline{1, N}$, управляющего воздействия $u^*(t)$, а также длительности интервала движения по ограничению и характера изменения управляющего воздействия $u^T(t)$ на этом интервале [2].

Решение задачи параметрической оптимизации с помощью альтернансного метода

Известно [1, 2], что наличие технологического ограничения на максимальную температуру нагрева не изменяет процедуру редукции задачи оптимального управления к задаче математического программирования, сформулированной в [1]. При управлении вида (9) температурное распределение в любой точке $(l, y), l \in [0; R], y \in [0; L]$ заготовки в момент времени $t = t^0$ зависит только от величин $\Delta_i, i = \overline{1, N}$. Следовательно, температурное распределение описывается зависимостью $T(l, y, \Delta)$.

Таким образом, нужно определить длительности $\Delta_i, i = \overline{1, N}$ чередующихся интервалов нагрева и остывания, обеспечивающие выполнение условия (11) за минимальное время, которое будет равно сумме $\Delta_i, i = \overline{1, N}$:

$$\Phi(\Delta) = \max_{\substack{l \in [0; R] \\ y \in [0; L]}} |T(y, l, \Delta) - T^*| \leq \varepsilon_0. \quad (11)$$

В данном случае роль критерия оптимальности исполняет сумма:

$$\sum_{i=1}^N \Delta_i \rightarrow \min_{\Delta}. \quad (12)$$

Следовательно, решение задачи оптимального по быстродействию управления без технологического ограничения сводится к задаче математического программирования на минимум целевой функции (12) N переменных Δ_i с заданным ограничением на множество допустимых значений Δ_i в форме неравенства (11).

Возникает вопрос о возможности распространения основных закономерностей альтернансного метода на задачу с технологическим ограничением.

Как показано в [2], форма кривой распределения температуры в конце оптимального процесса и ее свойства, как правило, не меняются при учете технологического ограничения (8), если эти свойства не противоречат данным ограничениям.

Последнее условие практически всегда выполняется в том случае, когда требуемая точность нагрева оказывается не меньше разности допустимого температурного максимума $T_{\text{доп}}$ и заданного значения температуры T^* , т. е. когда выполняется неравенство

$$\varepsilon \leq T_{\text{доп}} - T^*. \quad (13)$$

Системы уравнений альтернансного метода [2–10] в задаче оптимального управления с ограничением для точностей $\varepsilon_{\min}^{(1)}, \varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}, \varepsilon_{\min}^{(2)}$ имеют вид (14)–(16), как и в задаче без учета ограничения. Здесь $\varepsilon_{\min}^{(i)}$ – максимально достижимая точность нагрева в классе i -интервальных управлений, где $i = \overline{1, N}$. При этом оптимальное управляющее воздействие для точности $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ описывается выражением (17), для точностей $\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$ и $\varepsilon_{\min}^{(2)}$ – выражением (18).

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0, l_1^0, \Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(1)}; \\ \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0)}{\partial y} = \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0)}{\partial l} = 0; l_1^0 = 0; \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ T(R, l_3^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(2)}; \\ \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial y} = \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; l_3^0 = l_1^0 = 0; \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T(0, l_1^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = -\varepsilon_0; \\ T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0) - T^* = +\varepsilon_0; \\ \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial y} = \frac{\partial T(y_2^0, l_2^0, \Delta_1^0, \Delta_2^0)}{\partial l} = 0; l_1^0 = 0; \end{array} \right. \quad (16)$$

$$u^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, t \in (0, t_T); \\ u^T(t), t \in (t_T, \Delta_1^0); \end{cases} \quad (17)$$

$$u^*(t) = \begin{cases} U_{\max}, t \in (0, t_T); \\ u^T(t), t \in (t_T, \Delta_1^0); \\ 0, t \in (\Delta_1^0, \Delta_2^0). \end{cases} \quad (18)$$

В выражениях (14)–(16) y_i^0, l_i^0 – пространственные координаты точек с максимальным отклонением температуры от заданного значения.

При выполнении условия (13) последовательность решения задачи оптимального управления с ограничением на максимальную температуру нагрева имеет следующий вид [2]:

- по результатам решенной задачи оптимального по быстродействию управления процессом индукционного нагрева в отсутствие технологических ограничений находится зависимость изменения максимальной температуры процесса T_{\max} во времени;

- по данной зависимости выбирается характер изменения управляющего воздействия на первом интервале постоянства;

- определяется момент времени t_T начала движения по технологическому ограничению как момент времени, когда максимальная температура в процессе нагрева T_{\max} становится равной максимально допустимому значению $T_{\text{доп}}$;

- осуществляется поиск управления $u^T(t)$ на участке движения по ограничению. В целях максимального упрощения используется приближенный алгоритм вычисления $u^T(t)$ с помощью кусочно-постоянной аппроксимации на каждом временном шаге (рис. 2). Необходимая точность аппроксимации определяется выбором достаточно большого количества J шагов изменения величины управляющего воздействия с длительностью t' . Значения $u^{(g)}$, $g = 1, 2, \dots, J$ выбираются таким образом, чтобы выполнялось условие $T_{\max}(t) = T_{\text{доп}}$ в точках $(l_{\max}^{(1)}, y_{\max}^{(1)}), (l_{\max}^{(2)}, y_{\max}^{(2)}), \dots, (l_{\max}^{(J)}, y_{\max}^{(J)})$ и в моменты времени $t^{(1)}, t^{(2)}, \dots, t^{(J)}$, где $t^{(g)} = t_T + gt'$ [2];

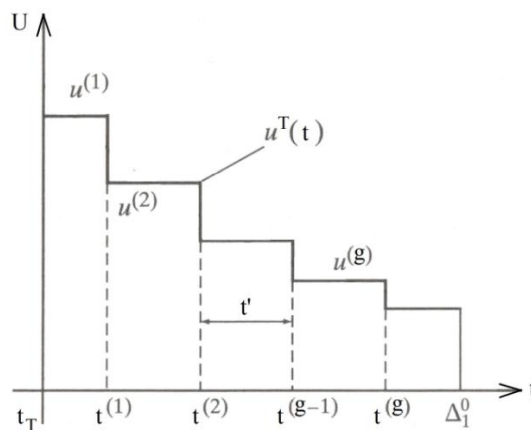


Рис. 2. Кусочно-постоянная аппроксимация управляющего воздействия $u^T(t)$ на участке движения по ограничению

– решается задача оптимального управления для точности $\varepsilon_{\min}^{(1)}$. Характерная особенность решения данной задачи заключается в том, что при одноинтервальном управляющем воздействии согласно выражению (10) оптимальный процесс заканчивается на участке движения по ограничению. Таким образом, максимальное температурное отклонение от желаемой температуры составляет $\varepsilon_{\min}^{(1)} = T_{\text{доп}} - T^*$ (рис. 3).

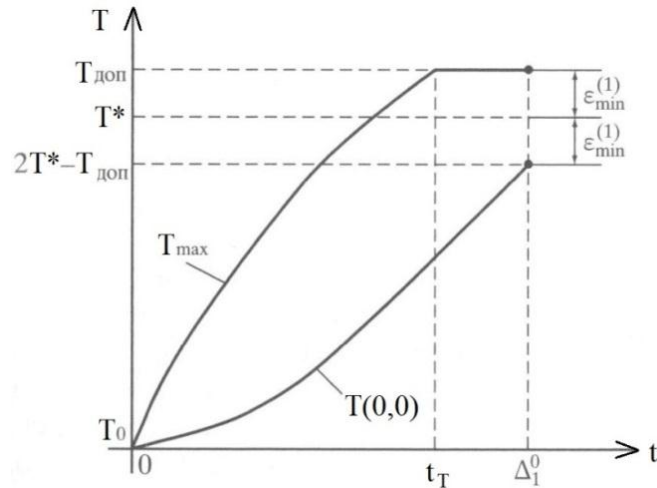


Рис. 3. Температурное поле в оптимальном по быстродействию процессе нагрева с ограничением на максимальную температуру при $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}$

Длительность интервала Δ_1^0 оптимального процесса однозначно определяется из уравнения, составленного для центральной точки нагреваемой заготовки:

$$T(0,0,\Delta_1^0) - T^* = -\varepsilon_{\min}^{(1)} = -(T_{\text{доп}} - T^*). \quad (19)$$

Для значений точности $\varepsilon < \varepsilon_{\min}^{(1)}$, для которых выполняется условие (13), справедлива методика решения задач оптимального управления, применяемая в отсутствие технологических ограничений: остаются неизменными и правило выбора количества интервалов управления N в зависимости от требуемой точности нагрева, и типовая форма кривых температурного распределения, и расчетные системы уравнений.

В ряде прикладных задач актуальным является случай, когда условие (13) не выполняется. Как правило, такое возможно, если допустимая температура нагрева совпадает с заданной:

$$T_{\text{доп}} = T^*. \quad (20)$$

Здесь имеет место одноинтервальное управление вида (10) в условиях (20) при $N = 1$ в (9).

В этом случае максимальная температура возрастает до заданного значения $T^* = T_{\text{доп}}$ при максимальном управляющем воздействии, а затем максимальная температура поддерживается на уровне $T^* = T_{\text{доп}}$ до тех пор, пока температура в центральной точке заготовки не достигнет значения T^* с некоторой точностью,

равной $\varepsilon = \varepsilon_{\min}^{(1)}$.

В условиях (20) оптимальный процесс заканчивается на участке движения по технологическому ограничению, входящему в первый интервал управления, то есть в таких задачах N всегда равно 1. Величина $\varepsilon_{\min}^{(1)}$ в условиях (20) равна максимально достижимому значению ε_{\inf} .

Численное решение задачи и анализ полученных результатов

Рассмотрим процесс сквозного индукционного нагрева на частоте 50 Гц алюминиевых цилиндрических слитков диаметром 500 мм и длиной 1000 мм до температуры 450 °С. Подробные конструктивные и теплофизические характеристики системы «индуктор – заготовка» представлены в [1].

На основе указанных исходных данных была построена двумерная численная модель в конечно-элементном программном пакете Cedrat FLUX [1, 11–12], на базе которой решалась рассматриваемая задача оптимального управления.

Анализ процесса нагрева на основе разработанной модели показал, что максимальная по объему температура превышает допустимое значение $T_{\text{доп}} = 500^{\circ}\text{C}$ в момент времени $t_T = 1400$ сек.

В результате решения задач быстрогодействия в соответствии с методикой, описанной в п. 2, получены значения максимально достижимой точности нагрева ε_0 , длительности и интервалов нагрева Δ_1^0 и выравнивания температуры Δ_2^0 (см. таблицу).

Результаты решения задач быстрогодействия при $T_{\text{доп}} = 500^{\circ}\text{C}$

	$t_T, \text{c.}$	$\varepsilon_0, ^{\circ}\text{C}$	$\Delta_1^0, \text{c.}$	$\Delta_2^0, \text{c.}$
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$	1400	50	1747	–
$\varepsilon_{\min}^{(2)} < \varepsilon_0 < \varepsilon_{\min}^{(1)}$		31,5	1853	25,5
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$		19	1905	89

Конечные радиальные температурные распределения, изменение во времени управляющего воздействия максимальной и минимальной температур для случая $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ представлены на рис. 4–5. На кривых радиального распределения температуры отмечены точки, в которых достигаются максимальные и минимальные отклонения конечной температуры от заданной.

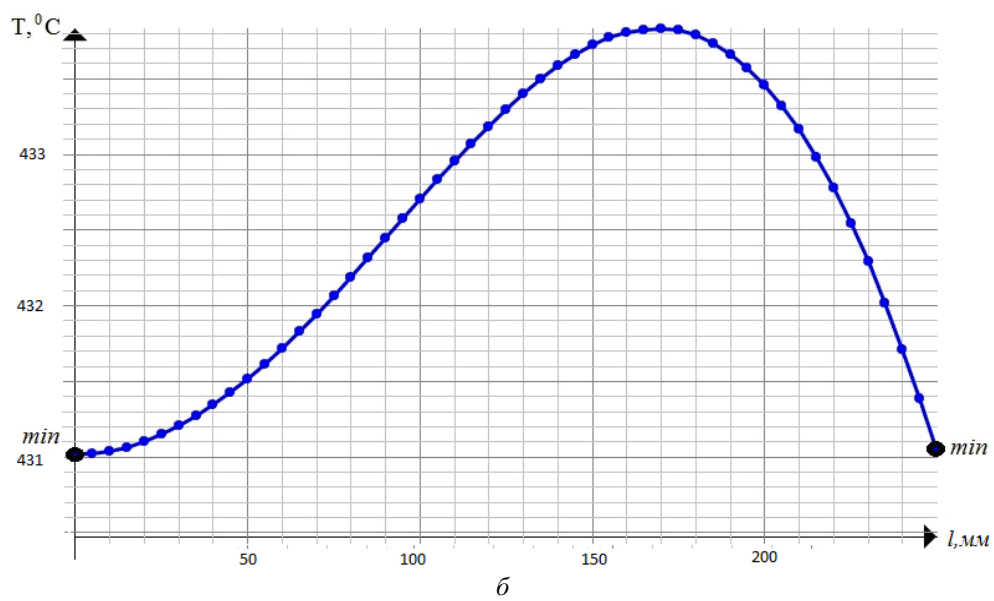
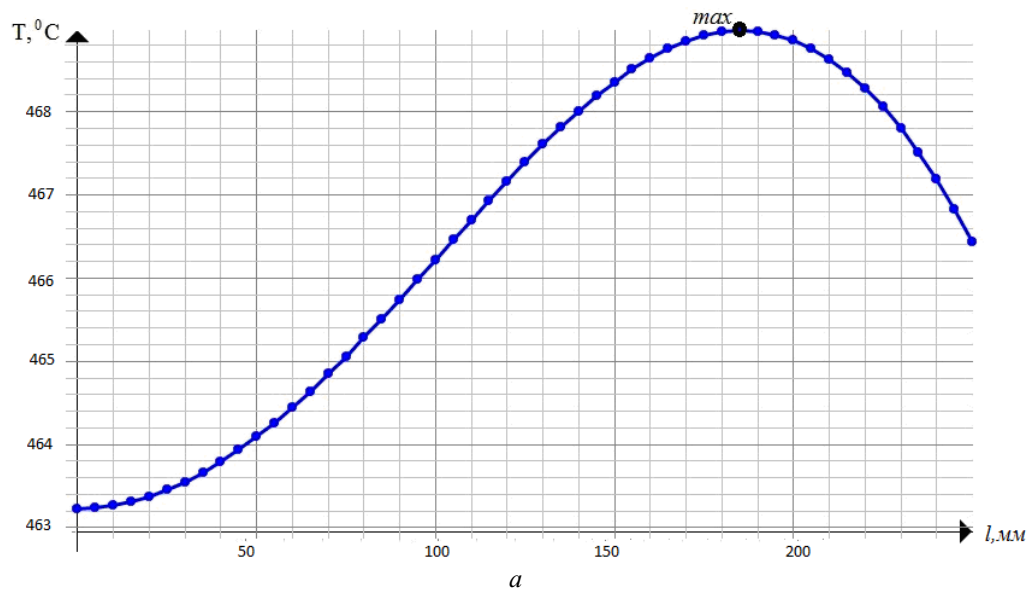


Рис. 4. Конечные радиальные температурные распределения при точности $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ ($T_{\text{доп}} = 500^0\text{C}$): a – сечение с точкой температурного максимума; b – сечение с точками температурных минимумов

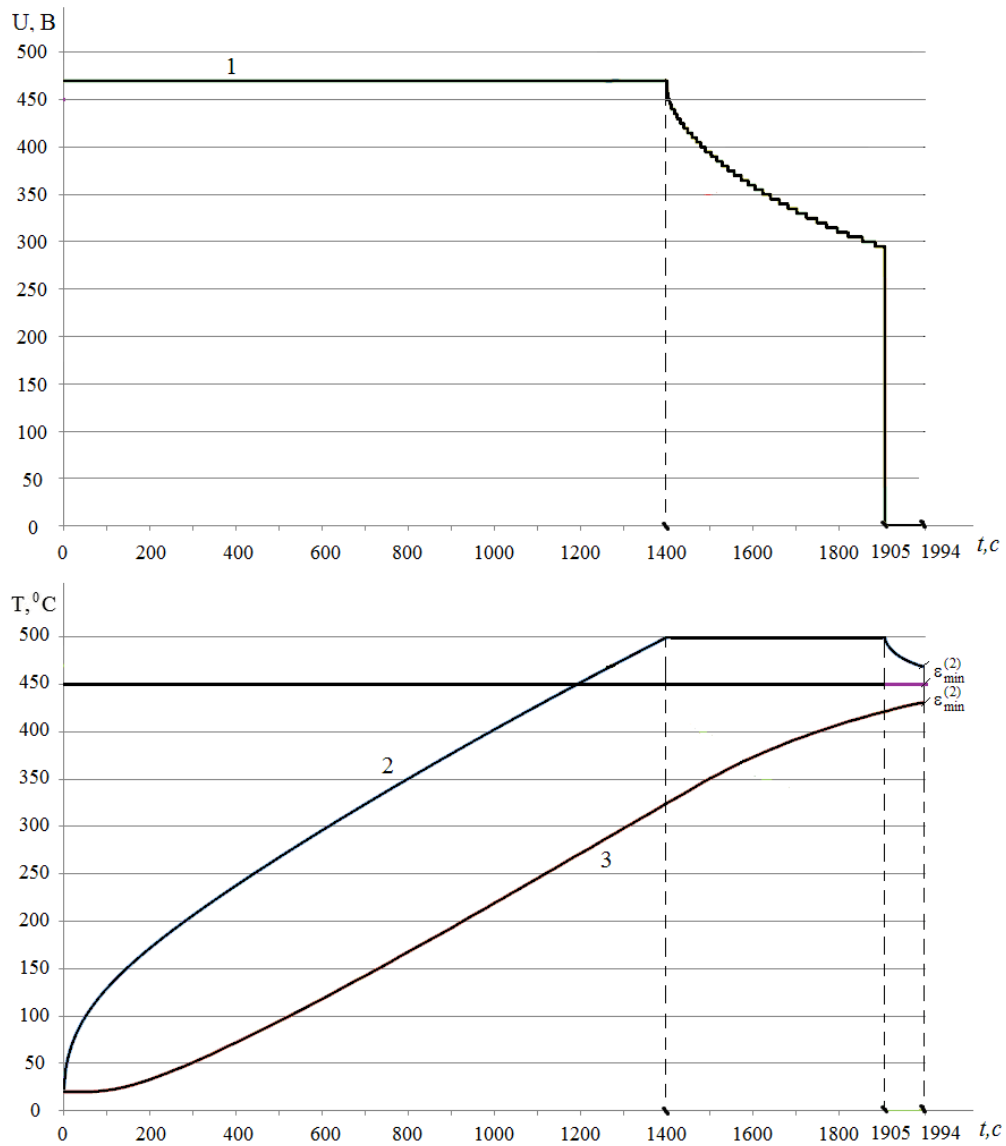


Рис. 5. Изменение управляющего воздействия (1), максимальной (2) и минимальной (3) температур в процессе нагрева при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(2)}$ ($T_{\text{доп}} = 500^{\circ}\text{C}$)

Конечные радиальные температурные распределения представлены на рис. 6. Изменение во времени управляющего воздействия, максимальной и минимальной температур показано на рис. 7.

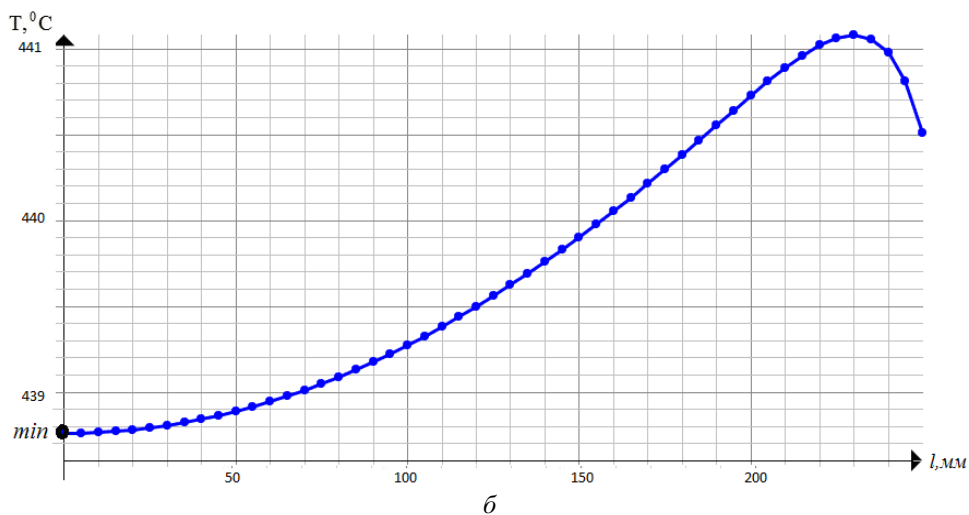
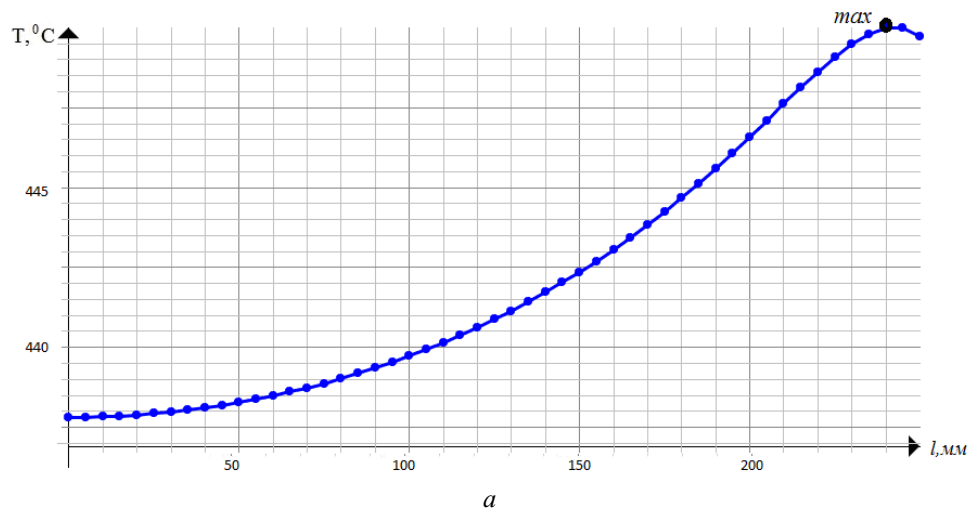


Рис. 6. Конечные радиальные температурные распределения при точности

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)} (T_{\text{доп}} = 450^0 C):$$

a – сечение с точкой температурного максимума;

б – сечение с точкой температурного минимума

Интересным представляется случай, когда требуемая температура совпадает с максимально допустимым ее значением, что согласно (19) в рассматриваемой задаче соответствует выполнению условия $T_{\text{доп}} = T^* = 450^0 C$. Как было описано ранее, в условиях (20) оптимальный по быстродействию алгоритм управления будет содержать только один интервал управления, при этом достижимая точность ε_{inf} является предельно достижимой.

С помощью численной модели при $T_{\text{доп}} = 450^0 C$ получены следующие результаты решения задачи быстродействия: $t_T = 1200c$, значение точности нагрева $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)} = 13,2^0 C$, длительность интервала нагрева $\Delta_1^0 = 3067c$.

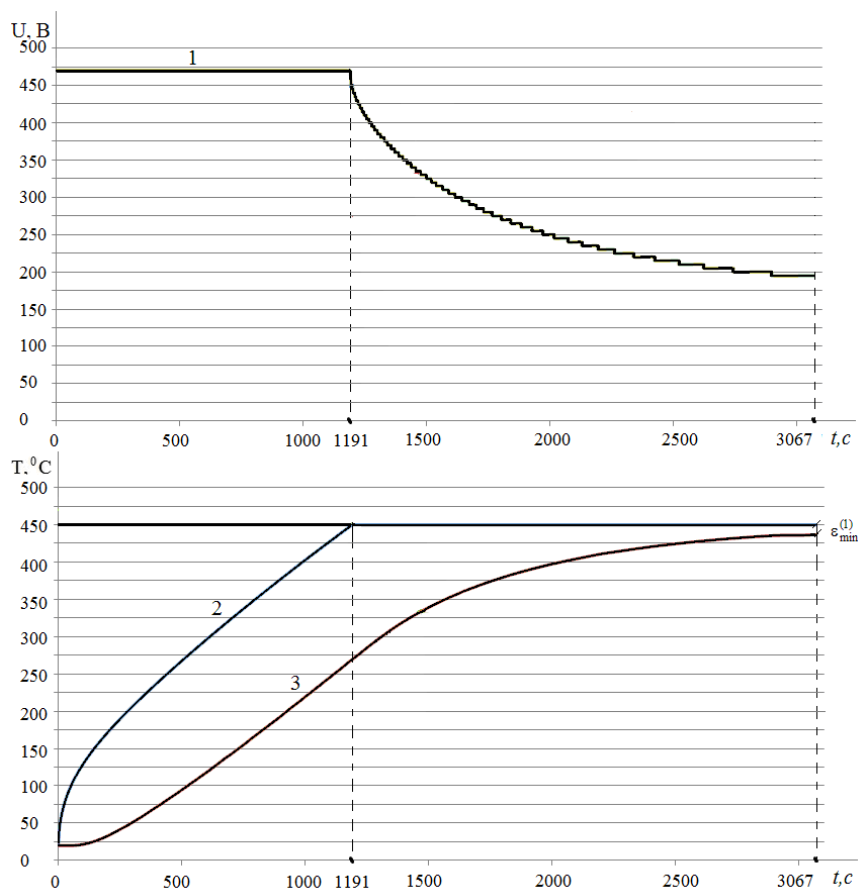


Рис. 7. Изменение управляющего воздействия (1), максимальной (2) и минимальной (3) температур при $\varepsilon_0 = \varepsilon_{\min}^{(1)}$ ($T_{\text{доп}} = 450^{\circ}\text{C}$)

Заключение

В данной работе рассмотрено решение двумерных задач оптимального управления процессом периодического индукционного нагрева с учетом ограничения на максимальную температуру нагрева на базе численной модели процесса, построенной в программном пакете FLUX. В результате решения получены оптимальные по быстродействию алгоритмы управления процессами сквозного нагрева алюминиевых цилиндрических заготовок.

Анализ полученных результатов показывает, что наличие технологического ограничения на максимальную температуру в процессе индукционного нагрева существенно осложняет процедуру решения задачи оптимального управления. Введение предельно допустимого значения максимальной температуры позволяет получить выигрыш по точности нагрева не менее 25 % при увеличении времени нагрева на 15 % по сравнению с задачей без ограничения.

Полученные алгоритмы управления способствуют повышению экономической эффективности производственных процессов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Плещивцева Ю.Э., Попов А.В., Дьяконов А.И. Двумерная задача оптимального по типовым критериям качества управления процессом сквозного индукционного нагрева // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2014. – № 2 (42). – С. 148-163.

2. *Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э.* Оптимальное управление температурными режимами индукционного нагрева. – М.: Наука, 2012. – 309 с.
3. *Плешивцева Ю.Э., Попов А.В., Дьяконов А.И.* Оптимальное по быстродействию и энергопотреблению управление периодическим процессом индукционного нагрева металла // Альманах современной науки и образования: Научно-технический журнал. – Тамбов: Грамота, 2013. – № 2 (69). – С. 135-142.
4. *Rapoport E.* Optimal Control of Induction Heating Processes / E. Rapoport, Yu. Pleshivtseva; DK6039, CRC Press/Taylor & Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway, NW Suite, 300. Boca Raton, FL 33487 (USA), 2007. – 349 pp.
5. *Рапопорт Э.Я.* Оптимальное управление системами с распределенными параметрами. – М.: Высшая школа, 2009. – 678 с.
6. *Рапопорт Э.Я.* Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. – М.: Наука, 2000. – 336 с.
7. *Rapoport E., Pleshivtseva Yu.* Optimal control of nonlinear objects of engineering thermophysics // Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing. – 2012. – Vol. 48. – Issue 5. – pp. 429-437.
8. *Наке Б., Заикина Н., Улфертс А., Плешивцева Ю.* Оптимальное управление процессами индукционного нагрева с учетом основных технологических ограничений // Актуальные проблемы теории и практики индукционного нагрева АРПН-09: Мат. 2-й междунар. конф. СПб.: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», ООО ВНИИТВЧ-ЭСТЭЛ, 20-22 мая 2009. – С. 195-206.
9. *Рапопорт Э.Я.* Оптимальное управление в двумерных задачах теплопроводности // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1984. – № 6. – С. 102-112.
10. *Рапопорт Э.Я., Плешивцева Ю.Э.* Алгоритмически точный метод параметрической оптимизации в краевых задачах оптимального управления системами с распределенными параметрами // Оптоэлектроника, приборостроение и обработка информации. – 2009. – Т. 45. – № 5. – С. 103-112.
11. Flux [Электронный ресурс]: сайт программного продукта Flux. Режим доступа: www.cedrat.com/en/software/flux.html (дата обращения 20.07.2015).
12. *Шарапова О.Ю.* Численное моделирование процесса периодического индукционного нагрева на базе конечно-элементного программного пакета FLUX // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. – 2011. – № 7 (28). – С. 180-185.

Статья поступила в редакцию 3 июня 2015 г.

TIME-OPTIMAL CONTROL OF BATCH INDUCTION HEATING PROCESS WITH RESPECT TO MAXIMUM TEMPERATURE RESTRICTION

A.V. Popov, A.I. Diakonov

Samara State Technical University
244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation

The paper deals with the problem of time-optimal control of batch induction heating process with respect to restriction on maximum value of temperature. Parametric optimization of time-optimal control algorithms is carried out using the alternance optimization method of distributed parameter systems, developed in Samara State Technical University. Optimization procedure is based on the 2D numerical model of coupled electromagnetic and thermal fields, built in finite-element software Cedrat FLUX.

Keywords: *induction heating, optimal control, time-optimal, technological requirement, maximum temperature restriction, alternance method, numerical model, coupled electromagnetic and thermal fields, Cedrat FLUX.*

*Anton V. Popov, Assistant, Postgraduate Student.
Artem I. Diakonov, Assistant, Postgraduate Student.*